

Enseignement et apprentissage des mathématiques au CP : continuité de l'expérience des élèves et systèmes de représentation, un exemple.

*Teaching and learning in mathematics first grade students: continuity of the
students' experience and systems of the representation, an example*

Sophie Joffredo-Le Brun



Édition électronique

URL : [http://](http://questionsvives.revues.org/1983)

questionsvives.revues.org/1983

DOI : [10.4000/questionsvives.1983](https://doi.org/10.4000/questionsvives.1983)

ISSN : 1775-433X

Éditeur

Université Aix-Marseille (AMU)

Édition imprimée

Date de publication : 7 juillet 2016

ISBN : 978-2-912643-49-0

ISSN : 1635-4079

Référence électronique

Sophie Joffredo-Le Brun, « Enseignement et apprentissage des mathématiques au CP : continuité de l'expérience des élèves et systèmes de représentation, un exemple. », *Questions Vives* [En ligne], N° 25 | 2016, mis en ligne le 05 septembre 2016, consulté le 07 juillet 2017. URL : <http://questionsvives.revues.org/1983> ; DOI : [10.4000/questionsvives.1983](https://doi.org/10.4000/questionsvives.1983)

Ce document a été généré automatiquement le 7 juillet 2017.



Questions Vives est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International.

Enseignement et apprentissage des mathématiques au CP : continuité de l'expérience des élèves et systèmes de représentation, un exemple.

Teaching and learning in mathematics first grade students: continuity of the students' experience and systems of the representation, an example

Sophie Joffredo-Le Brun

Introduction

- 1 Notre étude s'appuie sur la recherche ACE-ArithmEcole dont l'objectif est de construire une progression¹ en mathématiques au cours préparatoire (première primaire). Nous nous sommes focalisés sur le processus d'élaboration d'une partie de ce curriculum, le domaine « Situations² » et sur sa mise en œuvre dans une classe. Ce domaine a été conçu au sein d'une ingénierie didactique coopérative (Sensevy & al, 2013) regroupant une équipe de recherche, conceptrice des séances et des professeurs expérimentaux implémentant l'ensemble du curriculum³.
- 2 Le domaine « Situations » s'organise autour d'une suite de situations peu nombreuses, emboîtées et évolutives, qui doivent permettre aux élèves de construire une réelle *expérience mathématique*, notamment à travers le maniement des systèmes de représentation et de l'écriture symbolique. Cette réelle expérience mathématique se construit dans un rapport de première main à l'expérience mathématique en laissant les élèves produire des connexions entre différents concepts et procédures mathématiques (Hiebert & Grouws, 2007). Le professeur pourra influencer sur leurs stratégies mais sans se

substituer à lui, l'élève devant assumer la responsabilité de l'apprentissage (Brousseau, 1998). Cette conception entre en consonance avec le paradigme du questionnement du monde (Chevallard & Ladage, 2010) qui suggère que, dans une démarche d'enquête, l'élaboration d'une réponse à une question est d'abord sous la responsabilité des élèves.

- 3 Nous faisons l'hypothèse que la construction d'une telle expérience demande avant tout une forme de continuité, une continuité de l'expérience des élèves, dans le sens où « toute expérience garde quelque chose des expériences antérieures et modifie d'une manière ou d'une autre la qualité des expériences ultérieures » (Dewey, 1968, p. 473).
- 4 Au sein d'un curriculum classique en mathématiques, cette continuité est souvent compromise. En effet, le savoir scolaire classique résulte d'une discrétisation (Verret, 1975) qui découle de sa mise en texte. Les objets de savoirs deviennent alors de simples « emblèmes » du défilement temporel, ce qui empêche « l'élève de s'installer durablement dans les objets de savoir et les relations qui les organisent » (Sensevy, 1998, p. 98). Ce temps classique, linéaire peut être rapproché du paradigme de la visite des œuvres (Chevallard, 2016) qui propose un parcours ponctué d'arrêts où l'on visite une œuvre un certain temps pour en prendre une certaine connaissance sans y construire un rapport « authentique ». Tout au contraire, le développement de Parcours d'Étude et de Recherche (Ibid.) construit de la continuité. Ainsi, les élèves élaborent des connaissances au cours de différentes enquêtes qui vont constituer « un réservoir d'outils potentiels en vue d'enquêtes à venir » (Chevallard & Ladage, 2010, p. 9). La notion de situations enchaînées (Brousseau, 1987, 1998) vient, de même, illustrer cette notion de continuité. En effet, la situation de niveau n naît de la nécessité de résolution d'un problème posé par une situation de niveau $n-1$ dans un jeu de questions et de réponses. « Chaque situation peut être proposée grâce aux acquisitions des précédentes mais elle est de plus (plus ou moins) justifiée par les questions soulevées par la précédente » (Brousseau, 2003, p. 5).
- 5 Dans de telles conditions, comment la continuité de l'expérience des élèves peut-elle se construire dans l'action conjointe du professeur et des élèves ?

1. Outils théoriques et explicitation de la question de recherche

- 6 La continuité peut être étudiée en fonction de la dynamique des savoirs enseignés, notamment dans « la reprise d'éléments du savoir déjà introduits » (Tiberghien & Malkoun, 2007, p. 35). Cette continuité est aussi, on l'a vu, celle de l'expérience mathématique dans laquelle les élèves agissent et dont ils éprouvent les conséquences (Dewey, 1916). Cette capacité d'apprendre par l'expérience est, selon Dewey, « le pouvoir de retenir d'une expérience quelque chose qui serait utile pour faire face aux difficultés de situations ultérieures » (Ibid., p. 124). Le processus d'institutionnalisation (Brousseau, 1998) des connaissances permettra alors aux élèves de se référer à celles-ci dans les situations futures.
- 7 Les connaissances construites dans les situations antérieures, les connaissances déjà-là des élèves, sont en relation avec ce que le professeur veut faire apprendre aux élèves, le nouvel objet de savoir
- 8 Dans cet article, nous faisons l'hypothèse que l'usage des systèmes de représentation du nombre peut être le garant de cette continuité, notamment grâce à leurs mises en

relation dans un jeu de représentation (Brousseau, 2004). Ces systèmes de représentation donnent à voir le nombre comme mesure de grandeurs discrètes et continues.

- 9 Notre travail se situe dans le cadre général du paradigme de l'action conjointe (Mead, 2006 ; Blumer, 2004 ; Tomasello, 2008) et plus spécifiquement au sein de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique (TACD), (Sensevy, 2011 ; Gruson, Forest & Loquet, 2012 ; Sensevy & Mercier, 2007).
- 10 En TACD, le contrat didactique est propre à un système de transactions, qui permet de mettre au jour la dialectique entre les habitudes instituées qui permettent d'aborder la réalité et la mise en situation qui correspond à un déséquilibre dans cette réalité, à un « problème », nécessitant l'accommodation du contrat (Sensevy, 2011a). Ainsi, le contrat didactique est un système de capacités qui est constitué par un système de savoir-faire et de savoir-comment. Il est « propre à un savoir donné, dans un jeu didactique spécifique à ce savoir. Il constitue le système stratégique disponible, au moyen duquel le professeur et les élèves jouent au jeu (Ibid.).
- 11 De fait, les éléments de ce système peuvent être vus à la fois comme des capacités, des habitudes d'action, des normes et des attributions d'attentes. Les connaissances construites dans l'action conjointe passée, le déjà-là, constituent donc le contrat didactique.
- 12 Lors de l'introduction d'un nouveau savoir, ces habitudes vont être mises en déséquilibre dans un nouveau milieu-problème qu'on peut considérer comme un système d'éléments matériels, scripturaux, symboliques. Le milieu est donc tout ce qui agit sur l'élève ou / et ce sur quoi l'élève agit (Brousseau, 1998b). Ce milieu offre aux élèves des possibilités d'enquête (Dewey, 1967). Il est donc constitué par ce à quoi l'élève est confronté, un état du monde problématique, qui contient des saillances dont l'élève va faire usage pour jouer et activer un nouveau système stratégique (Sensevy, 2011a). Pour qu'il y ait apprentissage, il est nécessaire que l'élève, à partir de ce qu'il connaît, de ses habitudes d'action (le contrat), puisse acquérir de nouvelles capacités lorsqu'il est confronté à un certain milieu porteur de nouvelles connaissances à acquérir (Sensevy & Vigot, 2016)
- 13 Pour cela, au sein du jeu didactique, le professeur va mettre en place certaines stratégies pour engager l'action des élèves. Ces interactions entre professeurs et élèves sont surdéterminées par le contrat didactique (Brousseau, 1998) puisque le professeur sait des choses que les élèves devront apprendre. Le professeur peut, en effet, retenir ce qu'il sait en le taisant/le cachant aux élèves, la réticence (Ibid.) ou produire des signes pour orienter l'action des élèves (l'expression). C'est la dialectique réticence/expression (Sensevy, 2016 ; Sensevy & Quilio, 2002). L'action professorale oriente l'action de l'élève soit vers le contrat, en faisant reconnaître le connu, ou vers le milieu, en « désignant » ce qui est à connaître, le nouveau savoir. Il existe ainsi un entrelacement étroit entre la dialectique réticence/expression et la dialectique contrat/milieu.
- 14 Nous mobiliserons principalement ces deux dialectiques, pour tenter de comprendre comment, dans l'action conjointe, se crée une forme de continuité de l'expérience mathématique par l'usage des systèmes de représentation dans une situation de recherche de différence entre deux écritures additives.
- 15 Pour illustrer d'autres entrelacements possibles entre ces deux dialectiques, nous envisagerons d'autres possibles pratiques, d'autres stratégies professorales, sous la forme de stratégies contrefactuelles (Sensevy & Vigot, 2016 ; Sensevy, 2016 ; Gruson, à paraître),

non pas dans une perspective normative, mais dans une volonté d'exploration « hypothétique » de la pratique.

- 16 Comment la gestion, par le professeur, de la dialectique expression/réticence permet-elle de construire (ou non ?) de la continuité dans l'expérience de l'élève en orientant son action, vers le contrat, ou vers le milieu ?
- 17 Nous examinerons ces questions à partir de l'étude d'épisodes issus d'une séance incluse dans la progression ACE. Cette séance introduit la notion de « différence ». Elle est mise en œuvre par un professeur expérimenté (P), membre de l'équipe de recherche concevant les modules « Situations ».

2. Éléments de méthodologie

- 18 Pour travailler ces questions, nous nous concentrerons sur un moment spécifique de la pratique issu d'un corpus de quinze séances filmées dans une même classe et réparties sur l'ensemble de l'année. Les données filmiques ont été transcrites et des synopsis ont été réalisés pour chaque séance.
- 19 Le choix de l'extrait sélectionné est motivé par le fait qu'il donne à voir des éléments de réponses aux questions liées à la continuité de l'expérience des élèves. Il peut être considéré comme une description-pivot (Sensevy, 2011b) dans la mesure où le niveau d'échelle de la description offre une potentialité de mise en relation avec ce qui a précédé et ce qui va suivre. Ceci nous permettra d'analyser les transactions didactiques *hic et nunc* et de caractériser, de décrire les motifs et les formes qui ont orientés l'action du professeur et des élèves. Cette description-pivot peut donner à voir les stratégies professorales pour faire avancer le temps didactique.
- 20 De plus, le travail en coopération avec le professeur (P) nous a permis de bénéficier d'un retour réflexif sur les analyses que nous avons produites à propos de sa pratique.

3. Le contexte ACE

- 21 Dans ACE, la situation initiale, le jeu des annonces (comparaison d'une annonce produite à deux mains avec un lancer de dé à six faces), se décline sur dix modules dans l'année.
- 22 Ce domaine repose sur des principes mathématiques suivants :
 - travail sur un temps long sur les petits nombres puis sur les grands nombres par analogie aux petits nombres ;
 - travail de comparaison systématique entre les nombres de divers types ;
 - travail de composition/décomposition des nombres ;
 - développement d'un rapport pré-algébrique notamment à travers le travail du « principe inverse » (Verschaffel, Bryant & Torbeyns, 2012) ;
 - usage systématique des systèmes de représentation du nombre comme moyen de résolution et de preuve.
- 23 Depuis le début de l'année, les élèves ont acquis des connaissances liées à la comparaison de nombres. Cette comparaison s'effectue d'abord oralement avec la production d'annonces à deux ou trois mains et un lancer de dé à six faces.

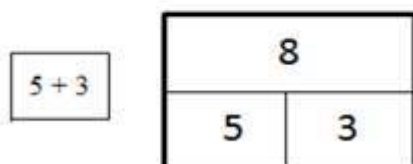
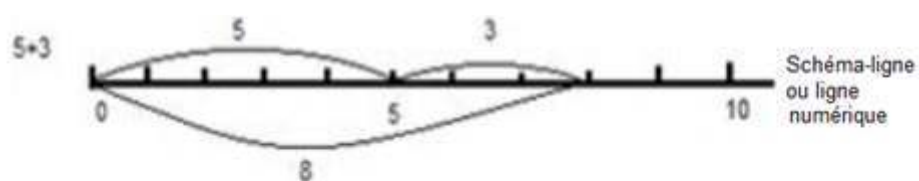
- 24 Par exemple, les élèves montrent des doigts levés sur leurs mains, énoncent le total obtenu et comparent ce nombre au résultat d'un lancer de dé. L'annonce est gagnante si elle est égale au lancer.

Photogramme 1 : comparaison d'une annonce à deux mains et d'un lancer de dé.



- 25 Puis, elle s'effectue par écrit. Les élèves comparent des écritures additives à deux ou trois termes avec un nombre usuel en usant des signes « =, ≠, <, > » (par exemple, pour comparer $3 + 1$ et 5 , les élèves écrivent $3 + 1 < 5$).
- 26 La situation des annonces se complexifie alors. Les élèves comparent à l'oral puis à l'écrit deux écritures additives à deux termes (par exemple $2 + 3$ et $4 + 1$; $2 + 3 = 4 + 1$).
- 27 Enfin, la notion de différence est introduite à partir de la comparaison de deux écritures additives à deux termes, en continuité avec les situations précédentes. L'étude de ces comparaisons est accompagnée par l'usage de systèmes de représentation du nombre tel que le schéma-ligne (demi-droite numérique (Schmittau, 2005 ; Davydov, 1975 ; Bass, 2015)) et un schéma-boîte (représentation analogique d'une réunion de deux nombres) qui sont mis en correspondance les uns avec les autres (McNeil & Fyfe, 2012 ; Fyfe, McNeil, Fyfe & Son, 2014) dans une relation de représentation (Brousseau, 2004). Des exemples de ces deux représentations sont donnés ci-dessous.

Figure 1 : exemple de représentation de l'écriture additive $5 + 3 = 8$ sur le schéma-ligne et dans la schéma-boîte



Le schéma-boîte est une représentation de la réunion de deux nombres. Les deux termes (parties) de l'addition sont inscrits dans les deux cases inférieures. La somme (tout) est notée dans la case supérieure.

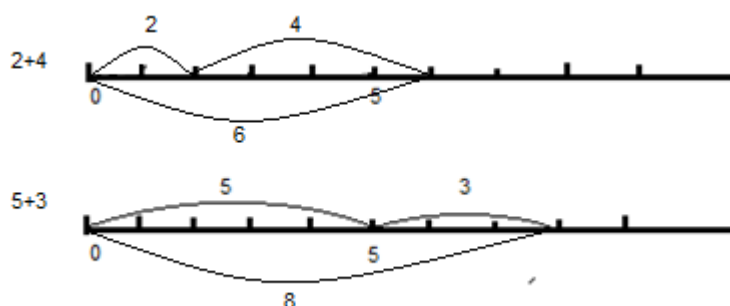
- 28 C'est dans ce contexte mathématique de l'expérimentation ACE que nous plongerons nos questions de recherche.

4. Analyses

4.1. Présentation générale des épisodes étudiés

- 29 L'extrait que nous étudions dans cet article introduit un nouvel objet de savoir, « la différence ». Il prend place à la suite de séances au cours desquelles les élèves ont comparé des nombres. Ces séances se sont déroulées de la manière suivante : dans un premier temps, les élèves ont comparé à l'oral une « annonce » (les élèves montrent un nombre sur leurs deux mains en « l'annonçant ») avec un lancer de deux dés à six faces. L'annonce gagnante est, selon les règles prédéfinies, plus grande, plus petite ou égale au résultat des lancers. Dans un second temps, les élèves ont comparé deux écritures additives à deux termes en référence au jeu oral proposé précédemment. Le résultat de la comparaison est alors écrit sous forme d'égalité ou d'inégalité mathématique avec les signes « =, ≠, >, < ». Ces deux écritures additives sont représentées sur deux schémas-lignes. Ce système de représentation est un moyen de résolution ou de preuve de la comparaison proposée.
- 30 Nous proposons une illustration de cette représentation sémiotique.

Figure 2 : représentation d'écritures additives sur des schémas-lignes



- 31 Les élèves tracent chaque terme de l'addition sous forme de « ponts » sur le schéma-ligne et comparent ainsi la longueur de chaque portion de segment que désigne la concaténation des termes de chaque addition. Ci-dessus (Figure 2) un exemple de la comparaison de « 5 + 3 » et « 2 + 4 ».
- 32 En travaillant jusqu'ici sur le « jeu des annonces » et ses situations dérivées, telles que nous les avons décrites ci-dessus, les élèves ont construit un système de connaissances liées à la comparaison de deux nombres par des stratégies de composition/décomposition, de correspondance terme à terme.
- 33 Ils ont, de même, construit des connaissances sémiotiques pour représenter la comparaison entre une annonce à deux mains et deux dés, deux écritures additives en référence à l'instrument que constitue le schéma-ligne (Sensevy & Santini, 2006).
- 34 Le nombre est alors vu comme la mesure d'une grandeur "nombres d'entités" (le nombre désignant une collection de doigts) ainsi que la réunion de plusieurs collections dans des situations additives. Le schéma-ligne, quant à lui, donne à voir le nombre comme une mesure de longueur.
- 35 Ces connaissances déjà-là vont constituer le contrat didactique, les habitudes d'action à partir desquelles les élèves et le professeur vont aborder la notion de différence. Ainsi, la

séance dont est issue l'extrait sélectionné introduit cette notion en reprenant comme situation de départ la comparaison de deux écritures additives à deux termes et notamment les expressions "plus grand que"/"plus petit que". La différence est donc vue non pas comme une opération de retrait mais comme un écart entre deux nombres, deux mesures de grandeurs.

- 36 Cet extrait est composé de quatre épisodes. Nous décrivons (Tableau 1) son contenu général, en référant certains éléments étudiés à la transcription présentée plus bas.

Tableau 1 : découpage de l'extrait en épisodes

Épisodes	Contenu
Épisode 1	Production d'une écriture additive à deux termes par les élèves sur leur ardoise.
Épisode 2	Comparaison et recherche de la différence entre « 1 + 3 » et « 1 + 1 ». Proposition de deux élèves : (tdp 15) « 1 + 3 » plus grand que « 1 + 1 ». Proposition d'un élève : la différence entre « 1 + 3 » et « 1 + 1 » est de 3.
Épisode 3	La différence (tdp 53). Introduction par le professeur des annonces à deux mains pour vérifier la différence proposée.
Épisode 4	Introduction du schéma-ligne par le professeur pour rechercher la différence entre « 1 + 3 » et « 1 + 1 » (tdp 68).

- 37 Nous pouvons décrire le tableau qui précède dans le récit suivant.
- 38 Chaque élève produit sur son ardoise une écriture additive à deux termes (Épisode 1). P sélectionne « 1 + 1 » et « 1 + 3 » et les affiche au tableau.
- 39 Les élèves recherchent quelle est l'écriture la plus grande, la plus petite et la différence entre les deux. Deux élèves énoncent le fait que 1 + 3 est plus grand que 1 + 1 et justifient oralement leur réponse. Puis un nouvel élève propose une différence erronée de « 3 » entre les deux écritures additives (Épisode 2).
- 40 Devant l'approbation par le collectif de ce résultat, P demande à deux élèves de représenter chaque écriture additive sur leurs deux mains (en référence au jeu des annonces) (Épisode 3).
- 41 Cette représentation corporelle des écritures additives ne permettant pas aux élèves de produire une réponse correcte, P introduit deux schémas-lignes. Les élèves y représentent les deux écritures additives qu'ils comparent en montrant la différence (Épisode 4), qu'ils identifient correctement.

4.2. Introduction de la notion de différence, épisode 1

- 42 Dans le premier épisode, P demande à chaque élève de produire une écriture additive à deux termes sur l'ardoise. Il introduit la nouvelle situation de la manière suivante. « Alors, aujourd'hui on va commencer un nouveau jeu. C'est toujours un jeu avec des annonces. Mais aujourd'hui ce qu'on va faire, c'est comparer vos annonces. On va chercher qui est l'annonce la plus grande, l'annonce la plus petite mais ce que je voudrais aussi savoir c'est de combien l'annonce la plus grande est plus grande et de combien l'annonce la plus petite est plus petite ». P reprend un

peu plus tard, après que les élèves ont produit une écriture additive à deux termes, au tdp 15 « *ce qu'on va trouver ça s'appelle la différence entre deux annonces* »

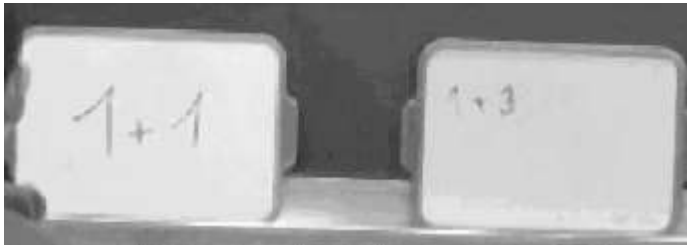
- 43 P s'appuie sur une situation déjà connue des élèves, la comparaison de deux écritures additives à deux termes, travaillée lors des séances précédentes. Les élèves abordent donc cette situation avec des capacités épistémiques (c'est-à-dire le « savoir du contrat » de la classe) construites précédemment. P fait donc appel à la mémoire didactique de la classe en proposant une réexpérimentation (Quilio, 2008) d'une expérience vécue, éprouvée (Coquidé, 2000) par les élèves.

4. 3. Recherche de la différence à partir d'écritures additives, épisode 2

4.3.1. Présentation de l'épisode

- 44 P choisit deux productions d'élèves (celle de Félicien $1 + 1$, et de Neil $1 + 3$, cf. Photogramme 2) et les affiche au tableau comme nous le montre la Transcription 1 suivante.

Transcription 1 : comparaison des deux écritures additives

<p>Photogramme 2 : productions d'élèves affichées</p> 
<p>Tdp 19-P : Alors je vous, déjà, Neil et Félicien, qu'est-ce que vous en pensez ? Quelle est l'annonce la plus grande, quelle est l'annonce la plus petite ? <i>[Neil lève la main]</i> Neil ? »</p>
<p>Tdp 20-Neil : C'est la mienne la plus grande Tdp 21-P : Comment tu le sais ? Tdp 22-Neil : Parce que un plus trois ça fait trois et Félicien il a mis un plus un et lui ça fait deux. Tdp 23-P : Ton annonce fait combien ? Tdp 24-Neil : Trois Tdp 25-Els : Quatre Tdp 26-PE : Donc là quand tu expliques ça tu nous dis que ton annonce est plus grande parce que la tienne fait quatre et celle de Félicien fait ? Tdp 27-Els : deux Tdp 28-P : Deux. Est-ce que vous êtes d'accord avec les explications de Neil ? Tdp 29-Els : Oui Tdp 30-El : Mais j'ai une autre explication Tdp 31-P : Mais est-ce que Neil nous a dit quelle était la différence entre les deux annonces. Tdp 32-Els : Non Tdp 33-P : Non. Il ne nous a pas dit la différence.</p>

Photogramme 3 : comparaison terme à terme des deux écritures additives



Tdp 38-Adèle : En fait dans l'annonce de Neil, le trois il est plus grand que un parce que Félicien il a un. Et euh, ils ont deux un tous les deux et si on cache les deux un [Neil cache le 1 sur son ardoise avec sa main droite et P met sa main gauche devant le premier terme de l'addition, le 1, de Félicien puis l'enlève]

Tdp 39-P : Fais comme Neil cache un 1 dans ton annonce [Félicien cache le second terme de son annonce sur son ardoise]

Tdp 40-Adèle : Et en fait il reste plus que un plus trois et après trois est plus grand que un

Tdp 41-P : Ok, ben toi tu réussis à savoir ça que l'annonce de Neil est plus grande parce que sans calculer et tu as cherché ce qui était pareil

- 45 P demande à Neil et Félicien « *Quelle est l'annonce la plus grande, quelle est l'annonce la plus petite ?* » au tdp 19. Neil affirme que $1 + 3$ est la plus grand que $1 + 1$, « *C'est la mienne la plus grande* » au tdp 20. P lui demande alors d'explicitier ce résultat au tdp 21. Neil explique, au tdp 22, qu'il a calculé la somme de chaque écriture additive « *Parce que un plus trois ça fait trois et Félicien il a mis un plus un et lui ça fait deux* ». Le collectif corrige le résultat de « $1 + 3 = 3$ » en « $1 + 3 = 4$ ». P reformule la réponse de Neil pour l'ensemble de la classe (tdp 26) en demandant si les élèves sont d'accord avec cette proposition. Les élèves confirment cette réponse. Puis, P recentre l'attention des élèves sur l'objectif de départ, la recherche de la différence (tdp 31) « *Est-ce que Neil nous a dit quelle était la différence entre les deux annonces* ». Les élèves répondent par la négative.
- 46 P donne alors la parole à Adèle qui justifie le résultat de la comparaison par une « correspondance terme à terme » entre les deux écritures additives au tdp 38 : « *En fait dans l'annonce de Neil, le trois il est plus grand que un parce que Félicien il a un. Et euh, ils ont deux un tous les deux et si on cache les deux un* ». Pour valider cet énoncé oral, les élèves au tableau cachent les deux termes identiques de chaque écriture additive, le nombre 1, avec leur main pour donner à voir « ce qui reste », à savoir trois et un (cf. Photogramme 3).
- 47 L'épisode se poursuit avec une première proposition de différence par Félix entre les deux écritures additives comme nous le montre la transcription ci-dessous.

Transcription 2 : proposition de différence entre « $1 + 1$ » et « $1 + 3$ »

Tdp 52-P : Et trois c'est plus grand que un donc là, on est toujours en train de dire que Neil a fait une annonce plus grande que Félicien et je ne sais toujours pas quelle est la différence entre l'annonce de Neil et l'annonce de Félicien. Mais moi j'avais envie de savoir quelle est la différence, de combien Neil a gagné, de combien son annonce est plus grande que celle de Félicien. Je t'écoute Félix.

Tdp 53-Félix : L'annonce de Neil est plus grande de trois parce que trois est plus grand que un.

<p>Tdp 54-P : L'annonce de Neil est plus grande de trois parce que trois est plus grand que un. Ça veut dire que Neil a trois de plus dans son annonce ? C'est ça ? Est-ce que vous êtes d'accord avec ce que vient de nous dire Félix ?</p>

<p>Tdp 55-Els : Oui</p>

- 48 Après que les élèves ont comparé les deux écritures additives, P revient sur la recherche de la différence au tdp 52, « *Mais moi j'avais envie de savoir quelle est la différence, de combien Neil a gagné, de combien son annonce est plus grande que celle de Félicien. Je t'écoute Félix* ». Félix énonce alors au tdp 53 « *L'annonce de Neil est plus grande de trois parce que trois est plus grand que un* ». P reformule cette proposition au tdp 54 « *l'annonce de Neil est plus grande de trois parce que trois est plus grand que un. Ça veut dire que Neil a trois de plus dans son annonce ? C'est ça ? Est-ce que vous êtes d'accord avec ce que vient de nous dire Félix ?* » Les élèves approuvent cette différence au tdp 55.

4.3.2. Éléments d'analyse

- 49 Nous pouvons tenter de mettre au jour les règles définitoires du jeu didactique (Gruson & al, 2012 ; Sensevy, 2011a) mis en place par le professeur. Ces règles définitoires, qui indiquent comment jouer au jeu, sont ici multiples. En effet, P pose simultanément plusieurs questions sans véritablement spécifier à laquelle les élèves doivent répondre prioritairement. A quel jeu faut-il jouer, quel est le gain du jeu ? Doit-on comparer, rechercher l'annonce la plus grande ou la plus petite, rechercher la différence ? Les connaissances mobilisées par les élèves peuvent rester, de ce fait, cantonnées à la comparaison des deux additions. Nous observons que ce que font les élèves relève du contrat didactique mis au jour dans les séances précédentes : comparer deux écritures additives, sans nommer *l'écart*, la *différence* entre les deux. Ce contrat semble activé par la question posée au tdp 19 par P « *Quelle est l'annonce la plus grande, quelle est l'annonce la plus petite ?* ».
- 50 L'expression de P se situe donc majoritairement du côté des connaissances déjà-là c'est à dire le contrat de comparaison mis en place précédemment. P s'exprime par des énoncés d'accompagnement (Marlot, 2012) en reformulant les énoncés des élèves (par exemple au tdp 26, 33, 41) mais en recentrant néanmoins l'enquête sur la recherche de la différence aux tdp 31 et 33. P semble toutefois réticent vis-à-vis du milieu (la différence entre deux nombres). Il laisse les élèves mener l'enquête à partir des deux écritures mathématiques sans les orienter vers la stratégie gagnante, sans produire de signe les incitant à investiguer les écritures symboliques pour rechercher l'écart entre les deux nombres.
- 51 Dans cette perspective, un autre possible, un contrefactuel peut être produit. Ainsi, à partir des énoncés produits par Neil et Adèle « $3 + 1$ plus grand que $1 + 1$ » et « 4 est plus grand que 2 », P demande aux élèves d'écrire ces inégalités en utilisant le symbole « $>$ » ou « $<$ ». Les élèves peuvent alors collectivement déterminer les écritures « $3 + 1 > 1 + 1$ » et « $4 > 2$ », « traduisant » les énoncés produits sous une forme mathématique qui leur est connue. L'expression de P vers l'usage des symboles d'inégalité, déjà connus, pourrait constituer un moyen, nous en faisons une hypothèse d'enquête, pour minorer la seule comparaison entre deux nombres et orienter l'enquête vers la recherche de la différence.
- 52 Dans la pratique effective, les élèves ne semblent pas jouer au même jeu que celui du professeur. Celui-ci tente d'instituer « recherche de la différence » alors que les élèves

jouent à « qui a l'annonce la plus grande ». Les élèves répondent partiellement aux attentes du professeur. Il y a un effet de rémanence propre au contrat ancien qui perdure dans la nouvelle activité. De plus, les élèves répondent à une question posée en utilisant les valeurs numériques proposées dans l'énoncé du problème sans mettre du sens à la question, « de combien l'annonce est la plus grande, de combien l'annonce est la plus petite⁴ ? ». La prégnance du contrat didactique précédent, « comparer deux écritures additives » semble faire obstacle à l'enquête didactique des élèves.

4.4. Recherche de la différence et représentation corporelle, épisode 3

- 53 Après que les élèves ont approuvé la différence de 3 entre « $1 + 1$ » et « $1 + 3$ », P énonce alors au tdp 56 « On va vérifier parce que moi je ne suis pas sûr de ça (...) faites-moi votre annonce avec les doigts ». La transcription 3 nous donne à voir la suite de ces transactions.

Transcription 3 : traduction des écritures additives à deux termes par une annonce à deux mains et recherche de la différence, épisode 3

Photogramme 4 : Neil et Félicien produisent une annonce à deux mains correspondant aux écritures additives « $1 + 1$ » et « $1 + 3$ »



Tdp 56-P : Neil et Félicien revenez-là. On va vérifier parce que moi je ne suis pas sûr de ça (...) Alors faites-moi votre annonce avec les doigts. Fais ton annonce Félicien [Félicien montre deux doigts sur la main droite]. Je ne suis pas d'accord [puis il montre un doigt sur chaque main. Neil montre trois doigts sur sa main droite et un doigt sur sa main gauche] Voilà

Tdp 57- Félicien : Ça fait deux

Tdp 58-P : Ah l'annonce de Félicien fait deux **Tdp 59-El :** L'autre, ça fait quatre

Tdp 60-P : L'annonce de Neil fait quatre. Est-ce que, est-ce que vous êtes d'accord avec Félix lorsqu'il dit que l'annonce de Neil fait trois de plus que l'annonce de Félicien ?

Tdp 61-Els : Non, oui

Tdp 62- P : Alors

Tdp 63- Emma : Deux de plus

Tdp 64-P : Emma dit deux de plus, allez. Félix dit trois de plus. Qu'est-ce que tu dis-toi ?

Tdp 65-Juliette : Deux de plus

Tdp 66-P : Juliette dit deux de plus et qu'est-ce que tu dis-toi

Tdp 67-El : Un, un de plus

Tdp 68-P : Un de plus. Alors moi, j'ai une solution et j'ai préparé cette feuille-là. Qu'est-ce que vous voyez sur cette feuille-là ?

- 54 Nous observons un relâchement de la réticence du professeur qui, par ses propos, invalide la proposition de Félix au tdp 56 (je ne suis pas d'accord). P propose aux élèves de revenir à ce que l'écriture additive dénote, c'est-à-dire à une annonce produite à deux mains en référence au jeu des annonces. Ainsi, P initie l'introduction dans le milieu d'une représentation concrète des nombres. Chaque nombre désigne la mesure du cardinal d'une collection. P s'appuie sur les connaissances déjà-là des élèves (le contrat), la

désignation d'une écriture additive à deux termes par une décomposition sous forme de deux sous-collections. Les élèves proposent alors oralement la somme de chaque annonce produite à deux mains, deux et quatre. P renvoie ces deux réponses au collectif au tdp 60 et demande s'ils sont d'accord avec Félix « lorsqu'il dit que l'annonce de Neil fait trois de plus que l'annonce de Félicien ? ». Les avis sont alors contradictoires, certains élèves valident, d'autres invalident cette différence de trois entre les deux annonces produites.

- 55 L'incertitude des élèves peut être liée au fait que le contrat de traduction entre l'écriture symbolique (le représenté) et la représentation corporelle (le représentant) (Brousseau, 2004), connaissances anciennes des élèves, issues des expériences précédentes, ne permettent pas de répondre à la question posée. Il ne fait pas signe aux élèves pour rechercher la différence. Une seconde possibilité, sans doute étroitement liée à la première, pourrait être une incertitude linguistique des élèves à comprendre les expressions de P « combien de plus, combien de moins ».
- 56 Les transactions didactiques montrent que P n'oriente pas les élèves vers une enquête dans ce nouveau milieu, les doigts. Il est réticent vis-à-vis du milieu (le problème constitué par la différence entre les deux annonces à deux mains) et expressif vis-à-vis du contrat puisqu'il propose aux élèves de s'appuyer sur un déjà-là, la traduction d'une représentation symbolique par une représentation corporelle. Le retour du professeur sur l'analyse de cet épisode montre que son intention était de « remettre les élèves dans le sens » en montrant concrètement ce que ces écritures mathématiques dénotent. P nous révèle que, dans les séances précédentes, certains élèves étaient capables d'annoncer la différence entre une annonce à deux mains et un lancer de dé à six faces mais sans qu'elle soit nommée en tant que telle, les expressions usitées étaient « il me manque « x » », j'ai « x » de trop ».
- 57 Ici, certains élèves restent focalisés sur le signe 3 de l'écriture mathématique (ici et plus tard également). Ces élèves comparent le premier terme de chaque écriture additive et non pas la valeur de chacun de ces termes dans l'ajout ($3 + 1/1 + 1$). Les termes « différence, combien de plus, de moins » semblent donc être un obstacle à la compréhension du problème proposé. La réticence élevée de P n'encourage pas les élèves à s'appuyer sur leurs connaissances antérieures pour investiguer le milieu corporel. « L'habitude sémiotique » du contrat, c'est-à-dire celle des doigts comme instrument pour comparer des nombres empêche, limite une nouvelle forme de désignation, celle de la différence. Ainsi, il y a une reconfiguration contractuelle des éléments du milieu-problème puisque les « règles du jeu » ont changé, mais sans que les habitudes contractuelles plus anciennes ne permettent aux élèves de continuer l'enquête.
- 58 On pourrait imaginer un contrefactuel une autre possibilité d'action de P : celui-ci propose aux élèves de travailler par binôme sur la recherche de la différence à partir des annonces produites à deux mains. On produit l'hypothèse que les élèves, faisant cela, peuvent expérimenter effectivement différentes stratégies de comparaison (comme comparer terme à terme chaque doigt levé). L'expérience antérieure des élèves (celle de la comparaison) peut alors être réinvestie et transformée dans l'action dans et par l'expérience nouvelle.

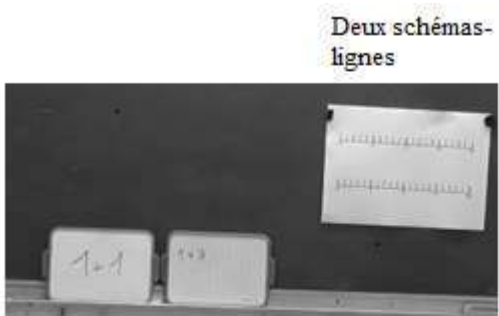
4.5. Recherche de la différence et le schéma-ligne, épisode 4

4.5.1. Le système de représentation du schéma-ligne

- 59 Lors de la quatrième phase, le professeur affiche au tableau deux schémas-lignes comme nous donne à voir la transcription 4.

Transcription 4 : représentation sur les schémas-lignes.

Photogramme 5 : affichage par P de deux schémas-lignes au tableau. Les élèves doivent expliquer l'usage de ce système de représentation



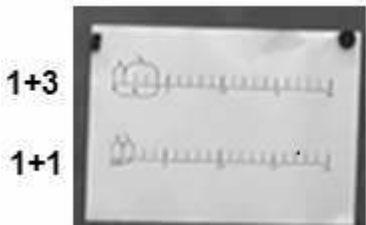
Deux schémas-lignes

1+1 1+3

Écritures additives

Tdp 74-P : Pourquoi il y a deux lignes ?
Tdp 75-Els : Pour faire les deux annonces
Tdp 76-P : Pour faire les deux annonces. Pour faire l'annonce de Neil et pour faire l'annonce de Félicien. Bon alors, j'embauche Anaëlle (...) [Anaëlle positionne son crayon sur la graduation 0 du premier schéma-ligne]. Alors tu fais l'annonce de qui là ?
Tdp 77-Anaëlle : Euh [Anaëlle montre avec son index l'ardoise de Neil]
Tdp 78-P : De Neil, sur la première Anaëlle nous représente l'annonce de Neil [Anaëlle trace un premier pont de un puis un pont de trois et note le cardinal de chaque collection, 1 et 3. Puis, elle trace en dessous du schéma-ligne un pont de quatre intervalles et écrit en dessous le nombre 4]. C'est bien une annonce qui fait quatre comme nous l'avait dit Neil. Sur la seconde ligne, que vas-tu faire ? On a dit qu'on avait une ligne pour l'annonce de Neil et une ligne pour l'annonce de

Photogramme 6 : Anaëlle représente les deux écritures additives sur les schémas-lignes



1+3

1+1

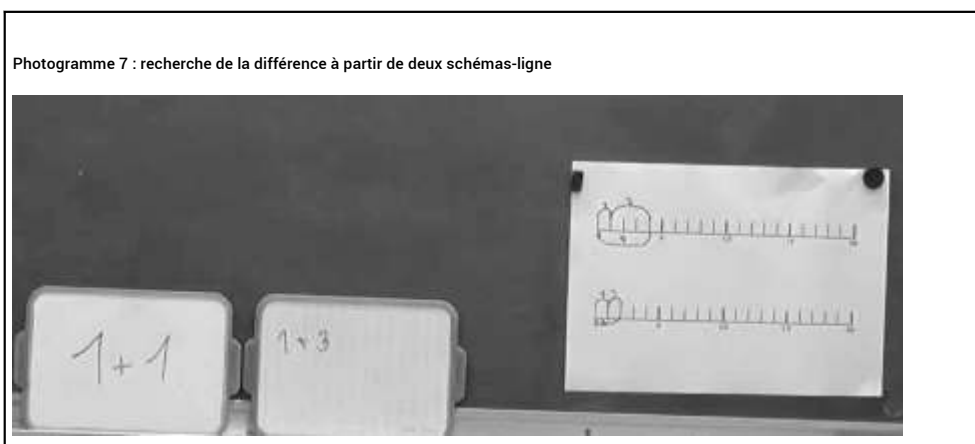
Tdp 79-Els : Félicien
Tdp 80-P : De Félicien [Anaëlle trace deux ponts consécutifs d'un intervalle et inscrit au-dessus de chaque pont le nombre 1 puis trace un pont de deux intervalles en dessous du schéma-ligne et note le nombre 2]. Et l'annonce de Félicien fait ?
Tdp 81-Els : deux

- 60 P, au tdp 68, introduit une nouvelle représentation, le schéma-ligne « *alors moi, j'ai une solution (...) et j'ai préparé cette feuille-là* ». Après un bref descriptif des schémas-lignes effectué par les élèves sous l'impulsion de P, ce dernier leur demande « *pourquoi il y a deux lignes ?* » (tdp 76). Les élèves répondent « *pour faire les deux annonces* » (tdp 77). P montre alors successivement les deux schémas-lignes et énonce au tdp 76 « *Pour faire les deux annonces. Pour faire l'annonce de Neil et pour faire l'annonce de Félicien* ».
- 61 P fait appel à Anaëlle pour représenter les deux écritures additives sur les deux schémas-lignes. Sans prononcer un mot, cette élève représente sur le premier schéma-ligne l'écriture additive produite par Neil. P relie la représentation de la somme de l'annonce sur le schéma-ligne et la somme de cette écriture additive donnée par Neil au début de cet extrait. Puis Anaëlle représente l'écriture additive de Félicien sur le second schéma-ligne.
- 62 L'élève s'appuie sur le contrat de traduction d'une écriture additive sur un schéma-ligne construite dans les transactions passées (cf., Photogramme 6) sans que le professeur n'intervienne. P fait donc évoluer le milieu de l'enquête en introduisant le schéma-ligne pour rechercher la différence.

4.5.2. Recherche de la différence sur le schéma-ligne

- 63 Dans un second temps, P centre l'attention des élèves sur la représentation de l'écart entre les schémas-lignes comme nous montre la transcription 5.

Transcription 5 : recherche de la différence



Tdp 82-P : Est-ce qu'on voit sur cette ligne, sur ces deux lignes. Est-ce qu'on voit si l'annonce de Neil est plus grande que l'annonce de Félicien ?

Tdp 83-El : Oui

Tdp 84-El : De trois

Tdp 85-P : De trois

Tdp 86-El : Non, de quatre

Tdp 87-P : De quatre

Tdp 88-El : Non de deux.

Tdp 89-P : Alors viens me montrer Neil, où est ce que tu vois que ton annonce est plus grande ?

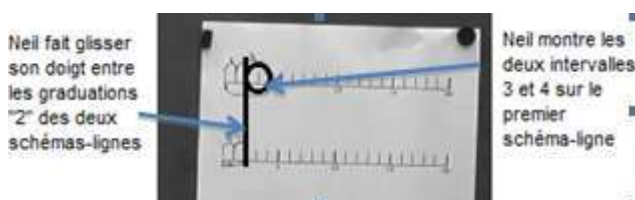
Tdp 90-Neil : Parce que là c'est deux [Neil fait glisser son doigt de la troisième graduation du premier schéma-ligne vers le second] et là [Neil montre avec son doigt les intervalles trois et quatre du premier schéma-ligne] (cf. figure. plus loin) c'est la partie de quatre et quatre et trois et puis.

Tdp 91-P : Oui, oui continue.

Tdp 92-Neil : Et puis trois est plus grand que quatre et que trois est plus grand que deux, c'est deux de plus [Neil montre avec son doigt les deux derniers intervalles du pont de quatre] parce que là c'est deux et là c'est trois.

- 64 Au tdp 82, P demande aux élèves « est-ce qu'on voit si l'annonce de Neil est plus grande que l'annonce de Félicien ? » en montrant successivement les deux schémas, puis au tdp 89 « Est-ce qu'on peut voir de combien l'annonce de Neil est plus grande ? ». P ne pose plus la question suivante : « quelle est l'annonce la plus grande, la plus petite, quelle est la différence ? ». Elle modifie son expression, en partant de la proposition précédente des élèves, à savoir que l'annonce de Neil est plus grande que celle de Félicien.
- 65 De plus, en usant du verbe « voir », P oriente l'attention des élèves vers l'observation de la différence de longueurs des deux portions des demi-droites représentées au tableau. L'énonciation de P se construit alors sur une imbrication particulière de réticence et d'expression, puisqu'il s'exprime directement sur la comparaison des deux schémas-lignes par des énoncés oraux et des gestes de monstration. Néanmoins, les réponses produites par les élèves au tdp 84, 86, 88 respectivement « trois, quatre, deux » à la question de combien l'annonce de Neil est la plus grande montrent toujours une incertitude des élèves face au milieu à connaître. Les élèves semblent avoir des difficultés à donner du sens aux expressions « combien de plus, combien de moins ».
- 66 P invite ensuite Neil à montrer sur les schémas-lignes au tdp 89 « où est-ce que tu vois que ton annonce est plus grande ».
- 67 Neil compare effectivement les deux schémas-lignes comme nous le montre le photogramme suivant :

Photogramme 8 : schématisation de la gestuelle de Neil pour montrer la différence sur les schémas-lignes.



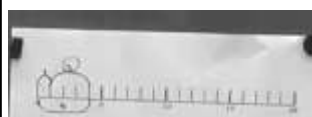
- 68 Neil fait glisser son doigt de la graduation « 2 » du premier schéma-ligne à la graduation « 2 » du second schéma-ligne (figure, à gauche) puis montre la portion du premier

schéma-ligne plus grande par rapport au second schéma-ligne (figure, à droite). Ainsi, il délimite la portion de la demi-droite désignant ce que le premier schéma-ligne a « de plus » que le second (tdp 90 et 92).

- 69 P s'exprime donc vis-à-vis du milieu au tdp 89 « où est ce que tu vois que ton annonce est plus grande ? ». Il oriente l'attention de Neil vers la représentation effective de la différence entre les deux schémas. Cependant, il reste en retrait lorsque l'élève s'exprime sur la recherche de cette différence. P indique ce qu'il faut regarder mais la recherche reste sous la responsabilité de l'élève.
- 70 La représentation sur les schémas-lignes permet à Neil de montrer effectivement l'écart entre les deux annonces, la différence entre deux longueurs délimitées par les schémas-ponts. P oriente l'élève dans le milieu tout en taisant/cachant certains éléments qu'il aurait pu exprimer.
- 71 Un contrefactuel pourrait être le suivant : P demande à Neil, par exemple, de « montrer la première annonce avec ses doigts », puis de « montrer la deuxième », puis la différence. Il peut aussi demander de représenter sur un même schéma-ligne les deux écritures additives. Une tel contrefactuel, une autre stratégie professorale permet d'imaginer un système stratégique différent, moins globalement réticent et plus globalement expressif, ou plutôt, dont l'équilibre réticence-expression aurait été différemment organisé.
- 72 Puis, P demande à Neil d'entourer sur le schéma-ligne désignant l'annonce $1 + 3$ la différence au tdp 93 « ce que tu as mis en plus par rapport à l'annonce de Félicien ». Neil entoure alors le nombre 3 désignant le cardinal du deuxième terme de l'annonce.

Transcription 6 : montrer la différence

Photogramme 9 : Neil entoure le nombre 3 pour désigner la différence entre "1+1" et "1+3" sur le schéma-ligne



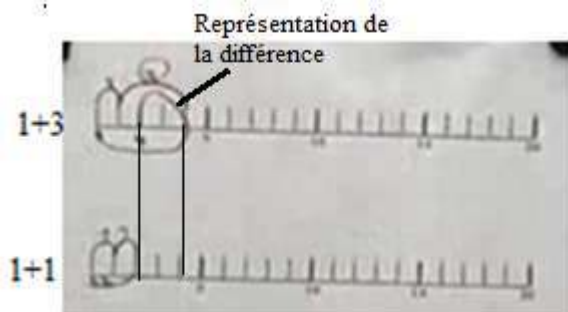
Tdp 93-P : Essaie déjà de m'entourer sur ton annonce ce que tu as mis en plus par rapport à l'annonce de Félicien. [Neil entoure le nombre 3 se trouvant au-dessus du pont représentant le second terme de l'annonce de Félicien]. Alors, moi, ce n'est pas ça que je t'ai demandé, tu n'as pas mis trois en plus, ce n'est pas vrai, tu m'avais dit que tu avais mis deux en plus. Essaie de m'entourer sur la ligne [P fait glisser son doigt le long de la portion du schéma-ligne désignant la somme de l'annonce] les wagons que tu as mis en plus de l'annonce de Félicien. Où sont les wagons qui sont en plus [Neil place la pointe de son stylo sur la graduation quatre puis la reporte sur la graduation deux et trace un pont de deux intervalles jusqu'à la graduation quatre]. Est-ce que vous êtes d'accord ?

Tdp 94-Els : Oui

Tdp 95-P : Neil, il dit que lui, il a en plus ces deux-là [P fait glisser son doigt le long des deux derniers intervalles du schéma-ligne]. Que l'annonce de Félicien fait deux [P place son doigt sur la graduation deux puis sur la graduation quatre] et que son annonce fait quatre et donc lui il a mis ces deux-là en plus [P fait glisser son doigt sur le pont de deux tracé par Neil]

- 73 P, au tdp 92 demande à Neil d'entourer ce qu'il a mis en plus sur la ligne par rapport à l'annonce de Félicien. Neil trace alors un pont de deux intervalles de la graduation deux à la graduation quatre.

Photogramme 10 : représentation de la différence entre deux écritures additives sur le schéma-ligne



- 74 P oriente donc l'enquête didactique sur la recherche de la différence en s'appuyant sur un système sémiotique déjà expérimenté par les élèves lors des séances précédentes pour résoudre ou prouver le résultat d'une comparaison entre deux nombres. On passe d'un usage-comparaison du schéma-ligne à un usage-différence. Il apparaît que ce système de représentation fait signe aux élèves pour rechercher la différence. En effet, la comparaison de deux schémas-lignes donne à voir un écart, une différence de longueur. Cet écart est représenté par un nombre d'intervalles compris entre la graduation 2 et 4. Ainsi, Neil en désignant sur le premier schéma-ligne ($1 + 3$) la portion de la demi-droite représentant la seconde écriture $1 + 1$, montre effectivement l'écart entre deux nombres, la différence entre deux longueurs, deux mesures de grandeurs.
- 75 L'introduction par P du schéma-ligne dans le milieu déplace le milieu de l'enquête didactique des élèves. P est expressif par rapport au contrat didactique en faisant porter l'action des élèves sur la traduction des écritures additives (le représenté) par un système de représentation connu d'eux (le représentant). Cependant, le professeur reste réticent par rapport au milieu à connaître, c'est à dire quant à la représentation de la différence entre deux nombres sur ce schéma-ligne. En effet, il fait travailler les élèves en les confrontant à un outil, un instrument avec lequel ils savent déjà jouer mais qui recèle des potentialités non encore explorées. Cependant, lorsque Neil entoure le nombre trois pour désigner la différence entre les deux schémas-lignes, P oriente l'action de l'élève en énonçant « *alors moi, c'est pas ça que je t'ai demandé, tu n'as pas mis trois en plus, c'est pas vrai, tu m'avais dit que tu avais mis deux en plus* » au tdp 93. Ainsi, P s'exprime sur la validité de la réponse produite par l'élève « c'est pas vrai ». P accompagne cet énoncé par un geste de monstration en faisant glisser son doigt le long de la portion du schéma-ligne délimitée par le schéma-pont de la somme de $1 + 3$. Par ce geste, il semble montrer que la différence est représentée par une portion de la ligne numérique. P laisse alors l'élève tracer le « schéma-pont » (cf. photogramme 10.) désignant la différence entre les deux annonces. Nous pouvons parler d'une expression d'orientation dans le milieu par P. L'instrument, le schéma-ligne permet maintenant de nouveaux possibles en donnant à voir l'inclusion d'un nombre dans un autre. Les élèves peuvent maintenant voir le schéma-ligne comme une représentation de la différence entre deux nombres et non plus comme un moyen de représentation de la comparaison entre des nombres.

5. Discussion et Conclusion

- 76 Pour introduire la notion de différence, le professeur s'appuie sur les connaissances déjà-là des élèves, sur un contrat de comparaison de deux écritures additives et un contrat sémiotique (les mains et le schéma-ligne) construits dans des situations de comparaison. P propose donc une reviviscence des situations connues des élèves (Quilio, 2008 ; Sensevy, 2011a). La situation initiale du jeu des annonces (situation de comparaison de nombres comme mesure de quantité) et l'usage des représentations associées (des ostensifs scripturaux, graphiques (Bosch & Chevillard, 1999)) permettent aux élèves de manipuler des objets mathématiques non manipulables, des concepts, dans une forme de praxis.
- 77 Néanmoins, la réexpérimentation d'une situation pour faire émerger un nouveau savoir nécessite un travail énonciatif subtil de la part du professeur pour orienter l'action des élèves soit vers le contrat soit vers le milieu. Comme nous montre l'analyse ci-dessus, la gestion professorale de l'expression et de la réticence très subtile l'amène à introduire des éléments connus des élèves dans le milieu (les doigts, le schéma-ligne) pour enquêter sur la différence tout en leur laissant la responsabilité de cette enquête.
- 78 Cependant, la réticence du professeur face aux écritures additives et à la représentation avec les mains entraîne une incertitude épistémique, qui limite l'action des élèves dans le milieu tandis que l'orientation de l'action de Neil par des énoncés ciblés pour l'usage des schémas-lignes lui permet de trouver la différence. Les échanges des élèves semblent bien montrer que cette incertitude n'est pas réductible à un effet de contrat, mais relève de la difficulté à donner du sens aux expressions « l'annonce A est plus grande de x que l'annonce B », et « quelle est la différence ? ».
- 79 Alors qu'elle constituait d'abord un empêchement (la comparaison « inhibant » la recherche de la différence), la connaissance construite dans une situation (sur les systèmes de représentation), le contrat sémiotique devient un moyen, un instrument de compréhension et d'action dans la situation suivante. En effet, la comparaison, dès lors qu'elle se fait en appui sur deux schémas-lignes, amène à introduire la notion de différence entre deux nombres. Il y a ainsi *croissance* du savoir par une continuité de l'expérience des élèves, « ce qu'il (l'individu) avait acquis de savoir et d'habileté, dans une situation précédente, devient instrument de compréhension et d'action pour la nouvelle situation » (Dewey, 1968, p. 480). On assiste à ce qui pourrait bien devenir un remaniement des connaissances antérieures (le contrat) à travers les systèmes de représentation. Les énoncés et la monstration de P lors de la recherche de la différence sur le schéma-ligne constitue alors un aménagement didactique adéquat pour l'action de Niel, le schéma-ligne donnant à voir concrètement l'écart entre deux grandeurs. L'usage de ces systèmes de représentation construit dans l'expérience antérieure, dans des situations de comparaison, se trouve complété par une seconde situation où les élèves font l'expérience du schéma-ligne comme représentation de la différence. La découverte par les élèves d'une nouvelle potentialité du schéma-ligne modifie le rapport institutionnel de l'élève à l'objet schéma-ligne (Chevallard, 2003) qui évolue ainsi par des expériences successives. L'analyse de ces épisodes montre, de même, l'importance de donner le temps aux élèves d'enquêter pour répondre à des questions.
- 80 Les résultats mis au jour par cette étude de cas demandent toutefois à être travaillés. Il est nécessaire d'explorer sur un temps long cette continuité de l'expérience des élèves en mathématiques à travers les systèmes de représentation (Joffredo-Le Brun, en cours).

- 81 Il faut noter en particulier qu'une telle continuité ne peut se construire qu'à travers une véritable continuité épistémique des savoirs au sein du curriculum utilisé par les professeurs. La conception d'un tel curriculum peut s'appuyer sur l'expérience effective des professeurs, comme cela est le cas dans la recherche ACE, dans un processus itératif avec des allers-retours entre le terrain et l'équipe de recherche. Une telle démarche, propre à l'ingénierie coopérative dont est issu ce travail, pourrait alors contribuer à l'élaboration de nouvelles formes de formation des professeurs, à l'instar des *Lessons Studies* asiatiques (Miyakawa & Winslow, 2009) ou de l'ingénierie didactique pour le développement et la formation (Perrin-Glorian, 2011).

BIBLIOGRAPHIE

- Bass, H. (2015). Quantities, numbers, number names, and the real number. *Conférence proceedings of ICMI studies. Primary mathematics study on whole numbers*, (p. 10-20). Macao.
- Blumer, H. (2004). *Georges Herbert Mead and Human Conduct*. Walnut Creek: Alta-Mira Press.
- Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Objet d'étude et problématique. Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.
- Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La pensée sauvage.
- Brousseau, G. (1998b). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations*. http://guy-brousseau.com/wpcontent/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf
- Brousseau, G. (2003). *Situations, processus et curriculums en mathématiques. Texte non publié*. Repéré à <http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2011/04/03-6-Situations-processus-et-curriculums-en-math%C3%A9matiques.pdf>
- Brousseau, G. (2004). Les représentations : étude en théorie des situations didactiques. *Revue des sciences de l'éducation*, 2(30), 241-277.
- Chevallard, Y. & Ladage, C. (2010). *Enquêter pour connaître : L'émergence d'un nouveau paradigme scolaire et culturel à l'âge de l'Internet*. Communication à la journée de réflexion sur le thème « Une approche anthropologique du didactique », Liège.
- Chevallard, Y. (2016). La TAD et son devenir : rappels, reprises, avancées. Dans G. Cirade et al. (Éds), *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société*. Actes du 4e congrès international sur la TAD (sous presse)
- Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. Dans s. Maury & M. Caillot (Eds), *Rapport au savoir et didactique* (p. 17-104). Paris : Fabert
- Chevallard, Y. et Mercier, A. (1987). *Sur la formation historique du temps didactique*. Marseille: IREM d'Aix-Marseille.
- Davydov, V.V. (1975). *Logical and psychological problems of elementary mathematics as an academic subject*. In L.P.

- Coquidé, M. (2000). *Le rapport expérimental au vivant* (Note pour l'Habilitation à diriger des recherches). Ecole Normale supérieure de Cachan.
- Dewey, J. (1916). *Démocratie et Education*. Paris : Armand Colin.
- Dewey, J. (1967). *Logique : la théorie de l'enquête*. Paris : Presse Universitaire de France.
- Dewey, J. (1968). *Expérience et Education*. Paris: Armand Colin.
- Fyfe, E., McNeil, M., Son, J. & Goldstone, R. (2014, Mars). Concreteness Fading in Mathematics and Science Instruction: a Systematic Review. *Educational Psychology Review*, Volume 26 (Issue 1), 9-25.
- Gruson, B. (à paraître). *L'action conjointe en didactique des langues : élaboration conceptuelle et méthodologique* (Habilitation à diriger des recherches). Université de Bretagne Occidentale.
- Gruson B., Forest D. & Loquet M. (2012). *Jeux de savoir. Études de l'action conjointe en didactique*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- Joffredo-Le Brun, S. (en cours). *Continuité de l'expérience des élèves et systèmes de représentation en mathématiques au cours préparatoire. Une étude de cas au sein d'une ingénierie coopérative* (Thèse de doctorat). UBO, Brest.
- Marlot, C. (2012). Glissement de jeu d'apprentissage et capital d'adéquation des élèves : une étude de cas à l'école élémentaire en classe de sciences. Dans B. Gruson ; D. Forest & M. Loquet (Eds), *Jeux de savoirs, études de l'action conjointe en didactique* (p.131-153). Rennes: PUR.
- McNeil, N. & Fyfe, E. (2012). Concreteness fading promotes transfer of mathematical knowledge. *Learning and instruction*, 22, 440-448.
- Mead. G.H. (2006). *L'esprit, le soi, et la société*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Miyakawa, T. & Winslow, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants : étude collective d'une leçon. *Education et Didactique*, 3(1), pp. 77-90.
- Perrin-Glorian, M.-J. (2011). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formation des enseignants. Dans C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger (coordonné par), *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (p. 57-79). Grenoble : La pensée Sauvage.
- Quilio, S. (2008). *Contribution à la pragmatique didactique. Une étude de cas dans l'enseignement des nombres rationnels et décimaux à l'école primaire*. (Thèse en Sciences de l'Éducation). Université de Provence, Aix-Marseille.
- Schmittau, J. (2005). The development of algebraic thinking: A Vygotskian perspective. *Zentralblatt Fur Didaktik Der Mathematik* (International Review of Mathematics Education), 37 (1), 16-22.
- Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques. Etude et autonomie à l'école élémentaire*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Sensevy, G. (2011a). *Le sens du savoir. Eléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.
- Sensevy, G. (2011b). Comprendre l'action didactique. Méthode et jeux d'échelle. In *Le sens du savoir*. Bruxelles : De Boeck. Chapitre 6 en ligne. <http://python.espe-bretagne.fr/sensevy/sensdusavoir/LeSensDuSavoirChap6.pdf>
- Sensevy, G. (2016). *Le collectif en didactique : quelques remarques*. Conférence présentée à Ecole d'été de didactiques des mathématiques, Brest.

Sensevy, G. & Quilio S. (2002). Les discours du professeur. Vers une pragmatique didactique. *Revue française de pédagogie*, volume 141, 47-56.

Sensevy, G. & Mercier, A. (2007). *Agir ensemble, l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Sensevy, G. & Santini, J. (2006). Modélisation : une approche épistémologique. *Aster*, 43, 163-188.

Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S. & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 1031-1043.

Sensevy, G. & Vigot, N. (2016). Modélisation de l'action et contrefactuels. Un exemple exploratoire en didactique. *Tréma (à paraître)*.

Tiberghien, A. & Malkoun, L. (2007). Différenciation des pratiques d'enseignement et acquisitions des élèves du point de vue du savoir. *Éducation et didactique*, 1(1), 29-54.

Tomasello, M. (2008). *Origins of human communication*. Cambridge : MIT Press.

Verret, M. (1975). *Le temps des études*. Paris : Diffusion H. Champion.

Verschaffel, L., Bryant, P., & Torbeyns, J. (2012). The inverse principle: psychological mathematical, and education considerations. *Educational Studies in Mathematics*, 79(3), 327-334.

NOTES

1. Sur le site Internet <http://python.espe-bretagne.fr/ace/> sont déposées les ressources produites par les équipes de recherche pour les professeurs implémentant la progression.
2. Le curriculum ACE se compose de quatre domaines qui s'articulent les uns avec les autres. Ces trois domaines autres que celui « situations » se répartissent de la manière suivante :
 - « Estimation et grandeurs et mesures » qui travaille sur le traitement approximatif des nombres et des opérations ;
 - « Résolution de problèmes » qui se base sur une pratique guidée du recodage sémantique ;
 - « Calcul mental »
 avec un travail de consolidation des connaissances déclaratives et l'automatisation des connaissances procédurales.
3. Cette recherche s'établit dans un paradigme quasi-expérimental où l'efficacité du curriculum est évaluée dans un système prétests et post-tests dans des classes expérimentales et des classes témoins (Sensevy et al., 2013).
4. Comme nous le verrons dans le prochain paragraphe, les élèves nomment la différence par les expressions « il manque x, j'ai x de trop » dans les situations précédentes.

RÉSUMÉS

Notre étude s'appuie sur une recherche nationale « Arithmétique et Compréhension à l'école élémentaire ». Son objectif est la construction d'un curriculum en mathématiques au CP. Elle se centre sur l'analyse d'un extrait de séance issu de ce curriculum. Cet extrait introduit via les systèmes de représentation connus des élèves une nouvelle notion mathématique, la différence.

Cet article pose la question de la continuité de l'expérience des élèves notamment à travers le maniement des systèmes de représentation. Nous faisons l'hypothèse que cette continuité est nécessaire pour la construction d'une réelle expérience mathématique des élèves. Le contenu de l'extrait sélectionné offre des potentialités de mise en relation entre les situations précédentes et futures. Nous montrons qu'il peut y avoir croissance du savoir par une continuité de l'expérience des élèves dès lors qu'un travail énonciatif du professeur autorise un remaniement des connaissances antérieures à travers ces systèmes de représentation.

Our study is based on a national research project called Arithmetic and Cooperation at Elementary school (ACE). The main objective of this research is the designing of a curriculum for first grade students. Our paper focuses on the analysis of an extract from a lesson proposed by this curriculum. During this lesson, the students work on specific piece of mathematical knowledge, the notion of difference, which is introduced with the help of several systems of representation. These systems are already known by the students. Our article examines the continuity of the students' experience, especially through the handling of the systems of representation. We assume that continuity is necessary in order to elaborate a real mathematical experience for the students. The analysis of the extract shows that the past and future situations can be related to each other. We point out that the students' continuity of experience can produce knowledge growth. This growth specifically occurs when the teacher's uttering activity directs the students' actions while they use the systems of representation. This uttering activity allows a reshaping / remodeling /modification of former knowledge through the systems of representation.

INDEX

Keywords : mathematics, didactics, continuity, experience, systems of representation

Mots-clés : mathématiques, didactique, continuité, expérience, systèmes de représentation

AUTEUR

SOPHIE JOFFREDO-LE BRUN

Doctorante en Sciences de l'Éducation, didactique des mathématiques au laboratoire CREAD, EA 3875, Université de Bretagne Occidentale/ESPE de Rennes