



Bulletin de la Sabix

Société des amis de la Bibliothèque et de l'Histoire de
l'École polytechnique

30 | 2002

Autour d'Auguste Comte (1798-1857)

La postérité mathématique d'Auguste Comte : A propos de l'intervention de Jean Dhombres au colloque de Cerisy

Bruno Gentil



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/sabix/337>

DOI : 10.4000/sabix.337

ISSN : 2114-2130

Éditeur

Société des amis de la bibliothèque et de l'histoire de l'École polytechnique (SABIX)

Édition imprimée

Date de publication : 1 avril 2002

Pagination : 7-10

ISBN : ISSN N° 2114-2130

ISSN : 0989-30-59

Référence électronique

Bruno Gentil, « La postérité mathématique d'Auguste Comte : A propos de l'intervention de Jean Dhombres au colloque de Cerisy », *Bulletin de la Sabix* [En ligne], 30 | 2002, mis en ligne le 05 novembre 2010, consulté le 08 septembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/sabix/337> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/sabix.337>

Ce document a été généré automatiquement le 8 septembre 2020.

© SABIX

La postérité mathématique d'Auguste Comte : A propos de l'intervention de Jean Dhombres au colloque de Cerisy

Bruno Gentil

- 1 Bruno Gentil rend compte ici de l'exposé de Jean Dhombres sur le « Traité de géométrie analytique ». En attendant la publication des Actes du colloque de Cerisy, on pourra se référer à son article « la pratique philosophique des mathématiques chez Auguste Comte » paru dans les Actes du colloque de la Sorbonne « Comte et l'idée d'une science de l'homme » (Edition l'Harmattan, 2002)

Le traité de géométrie analytique, un ouvrage méconnu

- 2 On sait en général qu'Auguste Comte a donné une place importante dans son *Cours de philosophie positive* à la philosophie des mathématiques (la première des six sciences fondamentales). Il y consacre effectivement quinze leçons dans le premier volume paru en 1830 : six leçons sur l'analyse mathématique, cinq sur la géométrie, trois sur la mécanique rationnelle.
- 3 On sait moins qu'il a publié en 1843 un *Traité de géométrie analytique*. Comte l'a écrit en quelques mois, pendant une période de « loisir très passager », après avoir terminé son grand ouvrage de philosophie positive ; il ne projetait au départ qu'une « petite publication », rédigée à partir de l'enseignement qu'il dispensait chaque année à l'Institution Laville pour préparer les élèves au concours de polytechnique. Il disait ainsi répondre à des « demandes instantes » qu'on lui avait faites depuis des années.

- 4 Cependant, en envoyant son ouvrage à Stuart Mill, il lui souhaite de trouver un réel intérêt « dans le sentiment de l'unité de composition infiniment rare dans les ouvrages scientifiques, par suite du régime dispersif ».
- 5 Il n'hésite pas à comparer son ouvrage au *Traité de Lagrange* :
 « vous y trouverez, ajoute-t-il, le sentiment de l'harmonie élémentaire entre le concret et l'abstrait, qui fait tout le fond essentiel de l'esprit mathématique si rare chez nos géomètres ».
- 6 Il s'honore aussi d'avoir introduit des innovations, notamment dans ce qu'il appelle *la géométrie comparée*, dont il attribue la paternité à Monge avec sa définition exacte des familles de surface.
- 7 Finalement cet ouvrage se veut relativement ambitieux, comme on peut le lire dans *l'avertissement de l'auteur* : il s'agit en effet de contribuer à « régénérer l'ensemble de l'enseignement mathématique », en commençant par la géométrie analytique, « comme relative au degré le plus important, le plus difficile et le plus imparfait de l'initiation mathématique ».
- 8 (Il regrette à ce propos la place exclusive réservée à l'étude des coniques), mais surtout, précise-t-il, il s'agit « d'aider la tendance instinctive de quelques jeunes gens à se dégager suffisamment d'une désastreuse routine scolastique » et aussi de « seconder les efforts spontanés de quelques judicieux professeurs ».
- 9 En fait, Auguste Comte avait engagé depuis quelques années un combat sans merci contre les *pédantocrates*, notamment ceux de l'Académie des sciences qui avaient plusieurs fois barré la route à sa nomination de professeur d'analyse et de mécanique à Polytechnique. En 1843, son poste d'examineur du concours d'entrée était lui-même menacé. Il pensait fort naïvement, que la meilleure façon d'en imposer était de les mettre en face d'un travail proprement didactique, comme il l'écrit à Stuart Mill :
 « ce travail secondaire concourt indirectement à mon programme fondamental, soit en consolidant ma position personnelle, soit en augmentant mon influence fondamentale sur la jeunesse ».
- 10 Mais c'est l'effet inverse qui se produira : le *Traité* servira de prétexte à ses opposants pour l'éliminer de son poste d'examineur. Certes son camarade Gabriel Lamé, professeur de physique à Polytechnique et membre de l'Académie des sciences, lui écrit une lettre très élogieuse :
 « il n'existe certainement aucun ouvrage de mathématiques qu'on peut lire aussi couramment et sans faire les calculs indiqués. Je ne saurais vous dire tout le plaisir que m'a causé cette lecture. Vous passez en revue tous les principes de la bonne analyse et, à propos de cas élémentaires, vous savez leur conserver généralité et profondeur. Cette publication doit consolider et étendre l'influence considérable que vous avez eue sur l'enseignement polytechnicien ; vos vues nouvelles ont transpiré depuis plusieurs années ; elles ont été adoptées, comme toutes les idées réellement utiles ».
- 11 Mais on jugea au conseil d'instruction de Polytechnique qu'il était mal rédigé et qu'il comptait des erreurs indiscutables. (En fait, ces erreurs ne sont jamais explicitées. Ce sont des « erreurs sur la façon d'enseigner », non des erreurs de mathématiques). Auguste Comte ne fut pas dupe :
 « on m'accuse, écrira-t-il, d'avoir voulu bouleverser l'enseignement actuel et on insinue habilement, d'après d'anciens abus commis par d'autres examinateurs, qu'il y a danger à me maintenir l'influence que ma position officielle détermine spontanément en faveur de la propagation naturelle d'une telle régénération ».

- 12 Finalement le *Traité* d'Auguste Comte, jamais réédité depuis 1894, est tombé dans l'oubli le plus total et, semble-t-il, resté ignoré des historiens des sciences, car, comme le dit Jean Dhombres, il n'était pas dans le mouvement général des mathématiques. L'intérêt de l'étude de Jean Dhombres, spécialiste de l'histoire des mathématiques, est d'autant plus grand que, à notre connaissance le *Traité de géométrie analytique* n'a jamais fait l'objet d'aucune étude sérieuse. Il est donc particulièrement heureux de pouvoir disposer d'un jugement objectif et distancié de la valeur de cet ouvrage, telle qu'on pouvait l'apprécier à l'époque, et de le situer dans l'évolution de l'enseignement des mathématiques.

Un achèvement de la géométrie de Descartes

- 13 Cet ouvrage de près de 600 pages est intitulé : *Traité élémentaire de géométrie analytique à deux et trois dimensions*. Comte indique dans son *Avertissement* qu'il contient « toutes les théories générales accessibles à l'analyse ordinaire », c'est-à-dire qu'il exige les seules connaissances de l'algèbre des polynômes. A cette époque doit-on préciser, les candidats au concours de Polytechnique n'étaient pas censés avoir appris *l'algèbre supérieure* et ignoraient le calcul différentiel et intégral. Auguste Comte précise même que « les intelligences ordinaires » peuvent étudier le *Traité* « sans aucun secours étranger ». Il est tout à fait intéressant de voir comment sont traitées la théorie des tangentes, celle des asymptotes ou celle des quadratures sans même utiliser le calcul des dérivées ! Comte utilise à l'évidence toute son expérience de plus de vingt-cinq ans dans l'enseignement individuel et collectif pour montrer que l'on peut enseigner de façon élémentaire toutes les subtilités de la géométrie analytique.
- 14 L'auteur entend d'ailleurs étudier la géométrie analytique « telle que Descartes l'a fondée » prétendant qu'on n'a pas jusqu'ici suffisamment développé « l'admirable conception de Descartes ». C'est ce qui a permis à Comte d'acquérir le sens complet de la géométrie analytique, qu'il appelle dans son langage la « généralité de la géométrie ». Or à son époque on enseignait la géométrie élémentaire, celle qui part de l'étude des figures, à la manière d'Euclide, en évitant l'analytique qui s'apprenait ultérieurement. Comte montre que c'est une erreur, car l'analyse, avec le système de coordonnées, est là pour simplifier l'étude de la géométrie. D'ailleurs, avec son souci de ne donner que des « connaissances utiles » il rejette l'étude de la droite d'Euler, comme celle du cercle des neuf points, qui ne sont que des exercices purement géométriques et, à ce titre, parfaitement « oiseux » (c'est-à-dire, sans but ou, comme il le dit, sans généralité).
- 15 En fait la pensée mathématique de Comte revient à annuler l'opposition qu'on fait à cette époque entre la géométrie à la Monge (la géométrie pure pour Michel Chasles) et la géométrie analytique. Il s'inscrit en faux contre l'idée qu'il y aurait une géométrie pure débarrassée des références cartésiennes. Et il reprend la phrase de Gaspard Monge qui avait signalé « combien la géométrie peut éclairer l'analyse », phrase alors dirigée contre Laplace qui affirmait la prédominance de l'analyse et ne daignait dresser une figure.
- 16 Finalement le projet de Comte, dans son *Traité*, est bien *d'achever* la géométrie de Descartes, c'est-à-dire de *borner* tout ce que peut faire la géométrie cartésienne. Et en même temps il va montrer les nouvelles voies qui permettent de la dépasser en faisant

appel à des méthodes et des figures nouvelles. C'est effectivement le cas de *la géométrie comparée* et de ses familles de surfaces qu'il reprend de Monge. En analysant les surfaces réglées et les surfaces développables, il montre avec une certaine jubilation l'apport réciproque de la géométrie et de l'analytique. Et surtout il voit dans la géométrie comparée l'amorce d'une classification rationnelle, dont il pense que c'est « une nouvelle idée mère » et que « c'est le plus grand pas qu'ait pu faire le système de conceptions géométriques depuis Descartes et Leibniz ». Il voit ainsi se dessiner un *dictionnaire des formes* qui ferait correspondre une équation à chacune d'entre elles. Dans son idée, on ferait ainsi apparaître une « classification naturelle » qui s'opposerait à des classifications artificielles (selon le degré de l'équation par exemple) comme on a procédé en Histoire naturelle pour étudier la faune.

Les conclusions de Jean Dhombres

- 17 Le traité de Comte n'a jamais été un manuel d'enseignement, diffusé comme tel, probablement parce qu'il sortait trop des normes du programme ; mais il a influencé fortement et durablement les professeurs de mathématiques. On disait de Comte qu'il avait, en tant qu'examineur, une méthode spécifique d'interrogation et de nombreux professeurs venaient assister aux examens oraux qu'il faisait passer. En géométrie analytique, le candidat devait trouver la solution de l'exercice en indiquant comment il choisissait la méthode de résolution. Gabriel Lamé dans la lettre citée le confirme :
- « vos vues nouvelles ont transpiré depuis plusieurs années ; elles ont été adoptées
... »
- 18 Les vues nouvelles de Comte, on va les trouver dans le sens qu'il donne à la géométrie analytique, par exemple dans l'équivalence entre ligne droite (une forme spatiale) et équation linéaire (une fonction, précise-t-il). Ainsi le concept abstrait de *ligne droite* va s'installer dans l'habitude scolaire. Il définira la théorie analytique de la ligne droite par le *propre* de l'équation d'une droite qui consiste en deux coefficients de nature différente. On doit d'ailleurs à Comte le terme de *coefficient angulaire* dont il se réjouit dans son ouvrage « qu'il commence maintenant à devenir systématiquement d'un usage universel ».
- 19 Jean Dhombres note à ce propos son souci de faire adopter un langage rationnel et standardisé, qui participe de son œuvre de « régénération de l'ensemble de l'enseignement mathématique ».
- 20 Ainsi Auguste Comte a défini durablement un enseignement des mathématiques en dessinant une géométrie analytique complètement achevée, parfaitement close. Jean Dhombres parle ainsi d' « un acte d'achèvement d'une généralité qui se clôt par l'enseignement ». Pour lui la géométrie analytique n'est susceptible d'aucune nouveauté : elle est savoir utile mais clos, un savoir fixé, le propre du savoir scolaire. On voit ainsi que la pensée mathématique de Comte est entièrement liée à l'enseignement. Il ne faut donc pas s'étonner qu'il n'ait pas exploré de nouvelles théories comme Euler ou Cauchy. Mais il aura marqué pour de nombreuses années l'enseignement de la géométrie analytique.



Fig. 3 - Daguerréotype d'Auguste Comte
Archives Maison d'Auguste Comte.

- 21 Le *Traité* de Comte apparaît aussi comme la première tentative sérieuse d'un retour de la philosophie sur la scène savante. Jean Dhombres rappelle qu'il n'y a pas de philosophie spontanée du savant et notamment, il y a depuis Euclide un refus de la philosophie en mathématique (pas besoin de discours et de commentaires quand on expose les mathématiques). Mais Comte va contraindre son lecteur à penser la construction des objets mathématiques. On va donc trouver chez lui une philosophie de l'espace et il va définir sa conception de l'espace des droites, de l'espace des courbes ; on va voir que, pour lui, l'espace géométrique n'est pas une catégorie de la sensibilité mais un outil. Ainsi cet ouvrage, écrit dans une très belle langue, n'est pas seulement un remarquable traité d'enseignement, c'est aussi un « moment de la philosophie mathématique ».