



L'annuaire du Collège de France

Cours et travaux

113 | 2014

Annuaire du Collège de France 2012-2013

Neurosciences mathématiques

Jonathan Touboul



Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/annuaire-cdf/2720>

DOI : 10.4000/annuaire-cdf.2720

ISBN : 978-2-7226-0447-6

ISSN : 2109-9227

Éditeur

Collège de France

Édition imprimée

Date de publication : 1 avril 2014

Pagination : 962-964

ISBN : 978-2-7226-0329-5

ISSN : 0069-5580

Référence électronique

Jonathan Touboul, « Neurosciences mathématiques », *L'annuaire du Collège de France* [En ligne], 113 | 2014, mis en ligne le 15 août 2014, consulté le 22 août 2022. URL : <http://journals.openedition.org/annuaire-cdf/2720> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/annuaire-cdf.2720>

Tous droits réservés

Angelo K., Rancz E.A., Pimentel D., Hundahl C., Hannibal J., Fleischmann A., Pichler B., Margrie T.W., « A biophysical signature of network affiliation and sensory processing in mitral cells », *Nature*, 488(7411), 16 août 2012, 375-8.

Glinka M.E., Samuels B.A., Diodato A., Teillon J., Feng Mei D., Shykind B.M., Hen R., Fleischmann A., « Olfactory deficits cause anxiety-like behaviors in mice », *J. Neurosci*, 32(19), 9 mai 2012, 6718-25.

Neurosciences mathématique

Responsable : Jonathan TOUBOUL

RECHERCHE

L'équipe de neurosciences mathématiques se consacre au comportement de grands ensembles de neurones aléatoires, en utilisant la modélisation et l'analyse mathématique¹. Nous développons des collaborations intenses avec des équipes expérimentales du CIRB, en particulier avec Alain Prochiantz avec qui nous travaillons sur un modèle de morphogenèse dans le cortex, et avons intégré dans l'équipe un chercheur spécialiste de la neuroscience expérimentale, Jérôme Ribot, qui travaille sur l'émergence de cartes corticales chez le chat et le rongeur. Basés sur les données expérimentales de nos collaborateurs, nous utilisons les outils d'analyse stochastique et de systèmes dynamiques afin de comprendre, sur des modèles simplifiés, les rôles respectifs des différents éléments en jeu dans la dynamique de grands réseaux. L'activité de l'équipe se décline en trois thèmes de recherche principaux : (i) les limites macroscopiques de grands réseaux stochastiques, (ii) les dynamiques non linéaires à plusieurs échelles de temps et (iii) les bifurcations stochastiques. Le but de ces recherches est de mieux comprendre, d'un point de vue théorique, l'activité corticale aux échelles fonctionnelles, afin de développer de nouveaux modèles et de nouvelles méthodes d'analyse permettant de prédire l'activité de grands ensembles neuronaux dans différentes situations physiologiques ou pathologiques, ainsi que l'effet de médicaments sur celles-ci. De plus, cette approche nous permet d'obtenir la réduction nécessaire à la découverte des mécanismes fondamentaux en jeu dans l'activité corticale. Enfin, l'intérêt est mathématique : en effet, l'analyse de ces systèmes met en lumière des problèmes mathématiques nouveaux d'un grand intérêt, plaçant les neurosciences mathématiques à la même position que la physique du début du siècle dernier : la neuroscience apporte aux mathématiques des nouvelles questions, largement non résolues, qui méritent l'attention des mathématiciens.

1. Pour une présentation du projet et du contexte de recherche, voir *Cours et travaux du Collège de France. Résumés 2011-2012*, Collège de France, 2013, p. 903.

Résultats obtenus (2012-2013)

L'étude des grands réseaux neuronaux dans différentes situations a été développée dans un cadre général au cours des derniers mois. Afin de prendre en compte les phénomènes considérés comme essentiels dans le traitement de l'information par les neurones, nous nous sommes particulièrement intéressés au rôle du bruit, des délais de propagation, de l'hétérogénéité des cellules individuelles, et de la distribution spatiale des cellules sur la surface du cortex. Dans chacun des cas, nous avons exhibé rigoureusement les équations limites, en utilisant des méthodes de calcul stochastiques (méthodes de champ moyen et grandes déviations) [P1, P2, P5].

Ces travaux permettent de mettre en évidence des équations macroscopiques, relativement compactes, pour décrire l'activité de grands réseaux. Le prix à payer est que ces équations sont très complexes. L'analyse de ces équations nous a permis de comprendre, dans des cas simplifiés, les dynamiques émergentes. Nous avons ainsi mis en évidence le rôle crucial des niveaux d'hétérogénéité et d'aléa dans ces comportements macroscopiques, ce qui permet de mieux comprendre le rôle fonctionnel du bruit dans les comportements collectifs [P6, P7].

Enfin, les équations complexes qui représentent l'activité d'un grand nombre de cellules permettent, dans la plupart des cas biologiquement plausibles, de justifier nombre d'approximations faites dans le domaine de la neuroscience computationnelle. Nous avons en particulier rigoureusement établi le lien entre dynamiques neuronales et équations classiques de Wilson et Cowan communément utilisées par les chercheurs en neurosciences computationnelles [P3]. Des études similaires partant de modèles simplifiés ont été également développées [P11, P12]. Enfin, nous avons mis en évidence [P4] le lien entre les transitions chaotiques dans les grands réseaux neuronaux hétérogènes, et une explosion de complexité de ces réseaux (c'est à dire le nombre de points singuliers des équations). Ce travail a été sélectionné par les éditeurs de la *Physical Review Letter* pour paraître dans la section *Editor's Selection*.

Le cerveau est un système plastique, permettant des apprentissages au travers de l'évolution lente de la structure des connexions entre les neurones. G. Wainrib a travaillé sur la modélisation de ces phénomènes en utilisant la théorie de la moyennisation stochastique [P8-P10].

Enfin, nous avons étendu ces travaux afin de comprendre le rôle des différentes échelles de temps présents avec Martin Krupa, et avons analysé la dynamique des réseaux à plusieurs échelles de temps. M. Krupa a ainsi poursuivi son travail sur la théorie des perturbations singulières appliquée aux neurosciences [P13-16] et neuro-endocrinologie.

Diffusion des connaissances et formation par la recherche

L'équipe s'attache à la diffusion des connaissances. Ainsi, nous avons organisé un triple workshop durant la conférence internationale SIAM Dynamical Systems à Snowbird (Utah, États-Unis) intitulé « Stochastic Dynamics of Neuronal Networks », en collaboration avec B. Ermentrout (U. Pittsburgh, États-Unis) et Z. Kilpatrick (U. Houston, États-Unis). Nous avons participé à de nombreuses conférences et séminaires, en particulier à l'université de Princeton ou à l'Institute for Mathematics de Minneapolis. L'équipe a reçu trois étudiants en stage durant l'été 2013, deux de l'École polytechnique et un de l'ENS Cachan, et un étudiant de l'école polytechnique

(Tanguy Cabana) a été recruté pour effectuer son doctorat dans l'équipe. Enfin, des chapitres de livres ont été écrits par G. Wainrib sur le thème du calcul stochastique et de l'analyse numérique pour les neurosciences [D1, D2].

PUBLICATIONS

[P1] Touboul J., « Propagation of chaos in neural fields », *Annals of Applied Probability*, sous presse.

[P2] Cabana T., Touboul J., « Large deviations, dynamics and phase transitions in large stochastic heterogeneous neural networks », *Journal of Statistical Physics*, sous presse.

[P3] Galtier M., Touboul J., « Macroscopic equations governing noisy spiking neuronal populations », *Plos One*, sous presse.

[P4] Wainrib G., Touboul J., « Topological and Dynamical Complexity of Random Neural Networks », *Physical Review Letters*, 110 [Editors' Selection], 2013, 118101.

[P5] Touboul J., « Limits and dynamics of stochastic neuronal networks with random delays », *Journal of Statistical Physics*, 149(4), 2012, 569-597.

[P6] Hermann G., Touboul J., « Heterogeneous connections induce oscillations in large scale networks », *Physical Review Letters*, 109(1), 2012, 018702.

[P7] Touboul J., « Mean-field equations for stochastic firing-rate neural fields with delays: derivation and noise-induced transitions » *Physica D.*, 241(15), 2012, 1223-1244 [doi : 10.1016/j.physd.2012.03.010].

[P8] Galtier M. et Wainrib G., « A biological gradient descent for prediction through a combination of STDP and homeostatic plasticity », *Neural Computation*, sous presse.

[P9] Wainrib G., « Double averaging principle for periodically forced slow-fast stochastic systems », *Electronic Communications in Probability*, sous presse.

[P10] Galtier M. et Wainrib G., « Multiscale analysis of neuronal learning models with noise », *The Journal of Mathematical Neuroscience*, 2 (1), 2012, 13.

[P11] Riedler M., Thieullen M. et Wainrib G., « Limit theorems for infinite-dimensional piecewise deterministic processes. Applications to stochastic excitable membrane models », *Electronic Journal of Probability*, 17, 2012.

[P12] Thieullen M., Pakdaman K., Wainrib G., « Asymptotic expansion and central limit theorem for multiscale piecewise-deterministic Markov processes », *Stochastic Processes and their Applications*, 122(6), 2012.

[P13] Desroches M., Rodrigues S., Krupa M., « Inflection, canards and excitability threshold in neuronal models », *J. Math. Biol.*, 2012.

[P14] Krupa M., Vidal A., Desroches M. et Clément F., « Multiscale analysis of mixed-mode oscillations in a phantom bursting model », *SIAM J. Appl. Dyn. Sys.*, 2012.

[P15] Gielen S., Krupa M. et Gutkin B., « Adaptation and shunting inhibition leads to pyramidal/interneuron gamma with sparse firing of interneurons », *J. Comput. Neurosci.* 2013 (en cours de révision).

[P16] Krupa M., Vidal A. et Clément F., « A model explaining the Terasawa puzzle », *Journal of Mathematical Neuroscience*, 2013 (en cours de révision).

[D1] Wainrib G., « A brief introduction to large deviations theory, Stochastic biomathematical models », *Lecture Notes in Mathematics series (Biosciences subseries)*, 2058, 2012.

[D2] Wainrib G., « Some numerical methods for rare events simulation and analysis », dans le même ouvrage.