Belgeo

Revue belge de géographie

2-3 | 2017

**Une géographie sociale de l'enseignement/A social
geography of education**

Modélisation de répartition d'élèves et délimitation de secteurs scolaires en milieu urbain

*Children-to-school assignment modelling and school redistricting in an urban
environment*

Théophile Emmanouilidis

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/belgeo/20125>

DOI : 10.4000/belgeo.20125

ISSN : 2294-9135

Éditeur :

National Committee of Geography of Belgium, Société Royale Belge de Géographie

Référence électronique

Théophile Emmanouilidis, « Modélisation de répartition d'élèves et délimitation de secteurs scolaires en milieu urbain », *Belgeo* [En ligne], 2-3 | 2017, mis en ligne le 30 juin 2017, consulté le 19 avril 2019.

URL : <http://journals.openedition.org/belgeo/20125> ; DOI : 10.4000/belgeo.20125

Ce document a été généré automatiquement le 19 avril 2019.

Belgeo est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons Attribution 4.0 International.

Modélisation de répartition d'élèves et délimitation de secteurs scolaires en milieu urbain

Children-to-school assignment modelling and school redistricting in an urban environment

Théophile Emmanouilidis

Introduction

- 1 L'évolution des environnements urbains est un défi majeur de nos sociétés contemporaines. Le développement et la diversification des SIG durant ces dernières années les ont rendus quasi incontournables dans l'organisation, la gestion, la surveillance ou encore dans la planification de nos territoires. De 2009 à 2014 la population de la ville de Lausanne est passée de 133 265 à 140 228 habitants (+ 6963), le nombre d'élèves dans l'école publique obligatoire passant quant à lui de 12 318 à 13 474 (+ 1155), nécessitant l'ouverture d'une soixantaine de classes supplémentaires. Malgré l'existence d'une certaine marge de manœuvre au sein des structures d'accueil existantes, cette hausse des effectifs a nécessité la réaffectation de nombreux locaux, l'agrandissement de plusieurs écoles et l'installation de modules d'extension sur certains sites. Cette croissance démographique devrait perdurer au vu des 10 398 logements prévus à l'horizon 2023-25, et dont 2088 devraient voir le jour d'ici à 2018.
- 2 Spatialement cette évolution démographique s'est inscrite de manière hétérogène dans le territoire, un phénomène rendant l'organisation scolaire délicate et impliquant une réadaptation constante des infrastructures d'accueil. Au-delà de la dimension démographique et de ses dynamiques, le paysage de l'enseignement en Suisse a été marqué par le concordat HarmoS, un vaste processus visant à accorder les différents systèmes scolaires cantonaux sur les principales structures et objectifs du système éducatif. Concrètement, son entrée en vigueur en 2015 a eu pour effets de rendre

obligatoire l'école à partir de 4 ans, d'où une hausse des effectifs, ou encore, d'étendre le niveau primaire de la 6^{ème} à la 8^{ème} année. Ce dernier point est problématique car il implique une réorganisation du corps enseignant et administratif, ainsi que la réaffectation de nombreux élèves. La carte scolaire alliant le cadre légal et structurel du système éducatif avec les dimensions spatiale, socio-démographique ou encore urbanistique d'un territoire, c'est en toute logique que son tracé, datant de la dernière réforme scolaire de 1984, a dû être réévalué.

- 3 Cet article expose l'approche développée pour aider à la réalisation de ce projet. Dans la littérature les modèles spatiaux liés aux problématiques scolaires existent depuis les années soixante (Clarke & Surkis, 1968 ; Koenigsberg, 1968 ; Heckman & Taylor, 1969). D'une manière générale, ils visent à attribuer des entités géographiques (quartiers, lieux de résidence) à des sites de destination (écoles) sous une ou plusieurs contraintes, soient-elles spatiales (distance de marche maximale, attribution au site le plus proche), de mixité (ethnique, sociale, orientation scolaire, sexe), logistiques (capacité d'accueil des écoles, ouverture et fermeture de site) (Antunes & Peeters, 2000 ; Delmelle *et al.*, 2014), ou encore économiques. Les travaux de Caro *et al.* (2004) et plus récemment ceux d'Ivan Castillo-Lopez (2015) offrent une vision synoptique de nombreux modèles de ce type. L'approche ici présentée permet d'attribuer les élèves aux différentes écoles de la ville en minimisant la distance domicile-école (à pied) tout en respectant la capacité d'accueil des écoles. Elle propose de revisiter le classique problème du transport optimal (par exemple Villani, 2009) en y ajoutant un terme d'information mutuelle (Shannon, 1948). Chaque origine est alors assignée non pas, comme dans le cas classique, à une seule, mais à chacune des destinations avec une certaine probabilité. Cette logique floue fait sens en termes d'organisation et de planification, puisqu'elle permet d'établir pour chaque lieu de résidence un, deux ou plusieurs choix d'école. La cartographie des résultats révèle les zones optimales de recrutement de chaque bâtiment scolaire, tout en identifiant les habitations ou les endroits de la ville dont l'attribution est la plus incertaine. Les multiplicateurs de Lagrange offrent quant à eux une évaluation de l'adéquation spatiale existant, ou non, entre offre et demande scolaires.
- 4 La première partie de l'article dresse le panorama de la structure de l'enseignement obligatoire et de la politique de transports scolaires, puis elle s'oriente vers la problématique de la carte scolaire et de la délimitation de nouveaux secteurs de recrutement. La deuxième partie, plus théorique, développe le formalisme de l'algorithme de transport optimal régularisé, alors que la dernière partie est consacrée à son utilisation dans le cadre de l'élaboration d'une nouvelle carte scolaire.

Structure de l'enseignement obligatoire et politique lausannoise de transports scolaires

- 5 Suite à la mise en œuvre du concordat HarmoS, l'école obligatoire est actuellement structurée en 11 années (tab.1). L'entrée en première année (1P) a lieu à l'âge de 4 ans (au 31 juillet) et le degré primaire est constitué de huit années (1P à 8P). Le degré secondaire dure 3 ans (9S à 11S) et comporte deux voies d'orientation : la voie pré-gymnasiale (VP) forme et oriente les écoliers vers une maturité fédérale donnant accès aux universités et aux hautes écoles ; corolairement, la voie générale accueille les élèves qui se destinent principalement aux écoles de commerce, de culture générale ainsi qu'à la formation

professionnelle par apprentissage. Au niveau des effectifs, les plus jeunes volées (1P-4P) sont plus peuplées (entre 1288 et 1326 él.) que les autres (entre 1089 et 1114 él.).

Tableau 1. Structure de l'enseignement public obligatoire, population scolaire et politique de transport.

Degré	Année	Code	Âge au 31.7	Effectif au 10.2014	Politique de transport
Primaire	1	1P	4	1326	Pédibus
	2	2P	5	1239	
	3	3P	6	1243	
	4	4P	7	1288	
	5	5P	8	1089	+1 km: gratuité
	6	6P	9	1091	
	7	7P	10	1026	
	8	8P	11	1110	+1 km: gratuité -1 km: bon de 50 %
Secondaire (Orientation VG VP)	9	9S	12	1009	
	10	10S	13	1106	
	11	11S	14	1114	
Hors cursus classique				833	
Total				13 474	

- 6 Au niveau de la mobilité et des transports scolaires, Lausanne a été la première ville suisse à instaurer des Pédibus, ou “walking bus” (Engwicht, 1992), offrant ainsi aux plus jeunes (de 4 à 7 ans) la possibilité d’être conduits à pied à l’école par des parents bénévoles. À l’heure actuelle il y a 41 lignes d’en moyenne 600 m et de longueur totale de 25 km. Les élèves plus âgés peuvent obtenir des subventions pour les transports publics en fonction de l’éloignement de leur lieu de scolarisation. D’un point de vue légal, la ville est tenue d’assurer la gratuité de transport si la distance domicile-école est supérieure à 2,5 km. Jugée par les autorités communales comme inadaptée à un contexte urbain, cette limite de gratuité a été abaissée à 1 km. Cela représente une durée de marche d’environ 15 à 20 minutes deux ou quatre fois par jour, soit une activité physique raisonnable au vu des nombreuses pentes qui façonnent le paysage lausannois. Ainsi à partir de la 5^e année les écoliers résidant à plus de 1 km de leur école se voient proposer un abonnement annuel gratuit pour les transports publics. Dès la 7^e année un bon de réduction de 50 % est transmis à ceux habitant à moins de 1 km. Cette politique de gestion constitue une mesure d’encouragement à l’usage des transports publics et vise également la réduction du trafic aux alentours des écoles. Par ailleurs, l’abonnement étant valable sur l’ensemble du réseau lausannois et pendant les vacances scolaires, les bénéficiaires peuvent en faire usage pour d’autres activités, soient-elles sportives, sociales, ou encore culturelles. En 2015, sur les 6310 élèves concernés 78.4 % (4948) ont fait usage de leur droit de subvention. Avec un taux d’utilisation de 95 % (3380) contre 57 % (1568), la gratuité est plus sollicitée que les bons de réduction de 50 %.

- 7 D'un point de vue technique et pour automatiser le processus d'octroi de subventions, des polygones ont été construits autour de chaque école sur la base du réseau piétonnier. Comme illustré à la figure 1 des zones de desserte de 900 m, 1000 m et 1100 m sont générées pour guider le tracé manuel d'une limite adaptée à la morphologie urbaine. Afin de minimiser autant que possible les contestations, le tracé se fait principalement en-deçà de 1 km et traverse préférentiellement des zones non-résidentielles. Pour l'ensemble des 46 zones tracées, la limite de subvention se situe au minimum à 850 m de l'école et au maximum à 1050 m. À noter qu'après la scolarité obligatoire et jusqu'à l'âge de 20 ans, tous les jeunes lausannois peuvent bénéficier d'un bon de réduction de 50 % en matière de transports en commun.

Figure 1. Construction d'un polygone de subventions pour les transports publics.

Organisation spatiale et cartes scolaires

- 8 La répartition spatiale et la taille des bâtiments scolaires d'une ville sont un héritage du passé qui fait écho au cadre légal et structurel de l'enseignement, aux différentes réformes législatives et pédagogiques, ainsi qu'à l'évolution démographique. Depuis la dernière réforme de 1984, les infrastructures d'accueil ont été développées de sorte à favoriser la proximité de scolarisation pour les plus jeunes, l'idée étant que plus un élève grandit, plus son autonomie et sa capacité de déplacement se développent. En terme d'organisation spatiale cela se traduit par le fait que les écoles consacrées aux six premières années sont au nombre de 44, souvent de petites tailles et parsemées sur l'ensemble du territoire, alors que les plus âgés (7P-11S) sont accueillis dans 13 grands complexes scolaires (figure 2). Il en découle qu'environ 88 % des élèves 1P-6P habitent à moins de 1 km de leur école alors que ce taux n'est que de 51 % pour les 7P-11S. La population scolaire est répartie de manière hétérogène (figure 2, gauche) : du sud au centre-est la densité est moindre que dans les quartiers périphériques de l'ouest et du nord. La répartition des élèves de degré secondaire selon leur orientation est loin d'être

homogène (figure 2, droite). Les plus fortes proportions d'élèves s'orientant possiblement vers les hautes écoles et l'université (VP) peuvent être observées dans la partie sud et orientale du territoire. Elles contrastent avec celles des élèves suivant une voie générale (VG) localisées dans les quartiers populaires de l'ouest et du nord.

Figure 2. Organisation spatiale et cartes scolaires : effectifs 1P-6P et répartition des élèves de degré secondaire selon leur orientation.

- 9 Les secteurs ou établissements scolaires (figure 2, lignes noires) établis en 1986, disposent d'une direction et sont rattachés à une direction générale. Ils sont au nombre de cinq pour le degré primaire, et de sept pour le secondaire. Bien que chacun d'eux bénéficie d'une marge d'autonomie pédagogique et organisationnelle, tous poursuivent les mêmes objectifs de formation et dispensent des cours dans les mêmes disciplines. Un secteur peut comprendre une ou plusieurs écoles et ses frontières peuvent être perméables. Ainsi en 2014, environ 8 % des élèves étaient scolarisés dans un établissement différent de celui où ils résidaient. Les causes sont multiples : on mentionnera par exemple qu'un élève déménageant en cours d'année peut terminer l'année scolaire au même endroit ; les parents des élèves de 1^{ère} année peuvent, pour faciliter leur quotidien, faire une demande pour choisir l'école de leur enfant ; à cela s'ajoute également la nécessité de remplir les classes.

Critères pour l'élaboration d'une nouvelle carte scolaire

- 10 La réforme HarmoS ayant fait passer deux années du secondaire au primaire, une réadaptation de la carte scolaire a été dû être envisagée en évaluant notamment la possibilité de créer des secteurs 1P-8P et 9S-11S. Cette hypothèse visant d'une certaine façon à trouver un découpage commun entre les secteurs des deux illustrations de la figure 2 a été provisoirement écartée, car elle nécessitait un profond et trop incertain remaniement d'une organisation spatiale ayant mis une vingtaine d'année pour s'instituer. Toutefois, la croissance démographique enregistrée lors de ces dernières années a fait particulièrement gonfler les effectifs des établissements 1P-6P, et a entraîné des charges de travail administratif de plus en plus lourdes à gérer. Pour y remédier, il a été décidé d'augmenter le nombre de secteurs 1P-6P afin d'en réduire leur population. Les lignes directrices et les considérations suivantes ont été établies :

1. créer des secteurs contenant entre 800 et 1000 élèves ;

2. trouver un équilibre entre la population scolaire d'un secteur et sa capacité d'accueil ;
 3. favoriser la proximité de scolarisation, particulièrement pour les plus jeunes élèves (1P-4P) ;
 4. conserver une mixité sociale au sein des établissements. Cela présuppose des surfaces suffisamment grandes pour couvrir plusieurs quartiers ;
 5. établir des frontières au sein de zones densément peuplées tend à favoriser les échanges entre les secteurs. Les élèves situés autour de telles frontières peuvent être utilisés pour remplir ou désengorger les secteurs avoisinant ;
 6. conserver autant que possible les synergies existantes entre les écoles ;
 7. prendre en compte les futurs projets de construction de logements ;
 8. aboutir à une solution limitant au maximum les investissements et les coûts supplémentaires en matière d'infrastructures scolaires ;
- 11 L'approche développée pour satisfaire les trois premiers points est exposée dans la partie suivante.

Algorithme de transport optimal régularisé

Le problème du transport optimal impliquant n origines (lieux de résidence) et m destinations (écoles) vise à minimiser le coût de transport, ou l'énergie $U(P)$

$$\min_{P \in \mathcal{P}} U(P) \quad U(p) = \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^m p_{ig} d_{ig} \quad (1)$$

où $\mathcal{P}$ est l'ensemble des schémas d'attributions possibles $P = (p_{ig})$ satisfaisant les contraintes en marges

$$p_{ig} \geq 0, p_{i.} = 1, p_{i.} := \sum_{g=1}^m p_{ig} = f_i \quad \text{et} \quad p_{.g} := \sum_{i=1}^n p_{ig} = \rho_g \quad (2)$$

p_{ig} représente la proportion relative d'élèves résidant en i attribuée à l'école g , et $d_{ig} \geq 0$ la distance à pied entre le domicile et l'école. On a $f_i, \rho_g > 0$ et il y a équilibre entre la proportion totale d'élèves et la capacité relative d'accueil totale des écoles:

$$\sum_i f_i = \sum_g \rho_g = 1.$$

Tout schéma d'attribution $P = (p_{ig})$ de dimension $n \times m$ ayant pour marges fixes les origines i et les destinations g constitue une distribution bi-variée qui définit une matrice d'appartenance $Z = (z_{ig})$, avec $z_{ig} := p_{ig}/f_i \geq 0$ et $z_{i.} = 1$, $\sum_i f_i z_{ig} = \rho_g$.

La probabilité d'appartenance z_{ig} d'une origine i à une destination g définit un partitionnement ("clustering") de n objets en m groupes. Le partitionnement est dit dur ("hard") si $z_{ig} \in \{0,1\}$, et flou ("soft" ou "fuzzy") sinon (Bavaud, 2009). Ainsi, dans une logique floue, chaque lieu de résidence est attribué à chacune des écoles avec une certaine probabilité. Cela permet de définir un ordre dans le choix d'attribution. Attribuer chaque origine sur la base de la plus haute probabilité $z_{ig} \in \{0,1\}$ revient à définir la matrice des appartenances durcies

$$z_{ig}^* := \begin{cases} 1 & \text{si } z_{ig} = \max_h z_{ih} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3)$$

On notera que cette opération peut amener au fait que les contraintes de capacité ne sont pas tout à fait respectées. Ces erreurs se résument à quelques élèves attribués en trop ou en pas assez à certaines écoles, des quantités négligeables au vu du nombre d'élèves traités (entre environ 1000 et 13 000 individus selon le ou les niveaux scolaires considérés).

Régularisation et entropie

- 12 Le mécanisme de régularisation est ici utilisé pour aborder le problème du transport optimal selon une logique floue. Il consiste à perturber l'objectif à minimiser $U(P)$ en y ajoutant une fonctionnelle convexe. Cela revient à considérer le problème

$$\min_{P \in \mathcal{P}} F(P) \quad F(P) := U(P) + T \cdot I(P) \quad \text{où } T > 0 \text{ est la température} \quad (4)$$

- 13 $F(P)$ est l'énergie libre, constituée de l'énergie $U(P)$ et de l'information mutuelle $I(P)$ entre les origines O et les destinations G définie comme :

$$I(P) := \sum_{ig} p_{ig} \ln \frac{p_{ig}}{f_i \rho_g} = \sum_{ig} f_i z_{ig} \ln \frac{z_{ig}}{\rho_g} = H(O) + H(G) - H(O, G) \quad (5)$$

- 14 où $H(\cdot)$ représente l'entropie.

Par construction (Cover & Thomas, 2012), $I(P) \geq 0$, avec $I(P) = 0$ ssi $p_{ig} = f_i \rho_g$ (indépendance).

L'ajout de l'information mutuelle $I(P)$ a pour effet de rendre $F(P)$ convexe. Le minimum de $F(P)$ sur l'espace convexe $P \in \mathcal{P}$ est ainsi unique et définit la solution optimale régularisée. La température T est un paramètre libre apportant une certaine souplesse dans l'attribution de O à G . Augmenter la température engendre une attribution plus floue au sens où chaque lieu de résidence tend à être envoyé vers plusieurs écoles. À l'inverse, lorsque $T \rightarrow 0^+$ on minimise $U(P)$, l'attribution est plus stricte, chaque origine ayant tendance à être attribué qu'à une seule école. L'incertitude d'attribution d'une origine i aux différentes écoles g peut être mesurée par l'entropie conditionnelle $H(G|i) := -\sum_g z_{ig} \ln z_{ig} \geq 0$. Visuellement (fig.3), la cartographie de $H(G|i)$ permet de faire apparaître les frontières entre les groupes. Plus la température baisse, plus ces limites deviennent nettes. Le calcul des appartenances durcies z_{ig}^* (éq.3) se fait à basse température. L'entropie conditionnelle moyenne $H(G|O) = \sum_i f_i H(G|i)$ exprime quant à elle l'incertitude globale du schéma d'attribution, et elle est liée à l'information mutuelle comme $I(P) = H(G) + H(O) - H(G, O) = H(G) - H(G|O) \geq 0$.

Figure 3. Effet de la température T sur l'entropie d'attribution $H(G|i)$ et partitionnement durci z_{ig}^* (éq. 3).

Multiplicateurs de Lagrange

Minimiser $F(P)$ dans l'équation 4 sous les contraintes de l'équation 2 entraîne l'expression

$$p_{ig}(T) = f_i \rho_g e^{-\beta(d_{ig} - u_i - v_g)} = f_i b_i \rho_g \mu_g e^{-\beta d_{ig}} \quad (6)$$

où $\beta := 1/T$. Les facteurs de dilatation $b_i = \exp(\beta u_i)$ et $\mu_g = \exp(\beta v_g)$ sont définis à une constante multiplicative près : $b_i \rightarrow c b_i$ et $\mu_g \rightarrow \mu_g / c$. Ils sont associés aux multiplicateurs de Lagrange u_i et v_g satisfaisant les contraintes en marge. Ces dernières impliquent

$$b_i = \frac{1}{\sum_h \rho_h \mu_h e^{-\beta d_{ih}}} \frac{1}{\mu_g} = \sum_i \frac{f_i e^{-\beta(d_{ig})}}{\sum_h \rho_h \mu_h e^{-\beta d_{ih}}} \quad (7)$$

L'expression (6) est identique au modèle gravitaire doublement contraint (Wilson (1969); Fotheringham & O'Kelly (1989); Erlander & Stewart (1990)) utilisé dans la modélisation de flux spatiaux. La limite $T = 1/\beta \rightarrow 0^+$ approche la solution froide régularisée P^0 , satisfaisant en particulier (éq. 6)

$$p_{ig}^0 > 0 \Leftrightarrow d_{ig} = u_i + v_g \quad p_{ig}^0 = 0 \Leftrightarrow d_{ig} > u_i + v_g \quad (8)$$

u_i est à interpréter comme le prix d'embarquement à payer pour ramasser les élèves en i , alors que v_g est le prix de débarquement pour les déposer à l'école g . Tous deux sont définis à une constante près $u_i \rightarrow u_i + c$, $v_g \rightarrow v_g - c$. Le coût optimal est la somme moyenne des coûts d'embarquement et de débarquement, un résultat connu sous le nom de "dualité de Kantorovich" (Kantorovich, 1942).

$$U(P^0) = \sum_{i,g} p_{ig}^0 (u_i + v_g) = \sum_i f_i u_i + \sum_g \rho_g v_g = \max_{x,y | x_i + y_g \leq d_{ig}} \left(\sum_i f_i x_i + \sum_g \rho_g y_{ig} \right) \quad (9)$$

La seconde identité de (7) correspond à un schéma itératif EM $\mu^{(t+1)} = f(\mu^{(t)})$ convergeant vers un minimum global de $F(P)$. À comparer de l'algorithme du simplexe (Dantzig, 1951; Ahuja *et al.*, 1993; Winston & Goldberg, 2004), l'approche présentée est computationnellement plus efficace et aboutit qu'à une seule solution optimale régularisée (Guex *et al.*, 2016).

- 15 La section suivante illustre les principaux points de ce formalisme en exposant l'utilisation de l'algorithme dans le cadre de la création de secteurs scolaires.

Création de la carte scolaire 1P-6P

L'algorithme est ici utilisé pour modéliser l'attribution de 2,887 lieux de résidence contenant 7,055 élèves (cercles) à 44 écoles (carrés) (fig.4). Cette configuration inclut l'ensemble de la population des six premières années et l'ensemble des infrastructures scolaires qui y sont dédiées. La cartographie de z_{ig}^* (éq.3) permet de visualiser l'attribution des habitations aux bâtiments scolaires. La taille des écoles allant d'une vingtaine à plus de 500 places et la population étant répartie de manière hétérogène, les groupes forment des surfaces de taille variable qui délimitent le bassin de recrutement optimal de chaque école. L'entropie d'attribution $H(G|i)$ est représentée en fond de carte. Les élèves résidant dans les hautes zones d'entropie (en foncé) sont les plus à mêmes d'être envoyés vers une autre école que celle à laquelle ils ont été attribués. Ces cas peuvent être donc être utilisés pour remplir ou désengorger des écoles. Sur la base de cette carte, différentes esquisses de secteurs scolaires (ligne rouge) ont pu être établies en regroupant les bassins de recrutement de plusieurs écoles.

Figure 4. Délimitation de nouveaux secteurs scolaires.

Évaluation des nouvelles limites de secteur

- 16 Cette démarche tous niveaux confondus assure pour chaque secteur un équilibre entre sa population d'élèves et sa capacité d'accueil. Toutefois, la nature multiniveaux du système éducatif fait que chacun d'eux présente une configuration spatiale différente. Il s'agit ainsi d'évaluer la concordance entre la ou les esquisses de secteurs et les résultats obtenus en traitant chaque niveau scolaire. Cela consiste à identifier les élèves attribués à une école d'un autre secteur. La figure 5 permet de synthétiser cette information en représentant les flux allant des zones de résidence (zone hachurée) vers la ou les écoles (carré) d'un autre secteur. Les flux les plus importants indiquent les endroits où les frontières sont les plus problématiques, au sens où il y a un déséquilibre entre la population résidente et la capacité d'accueil. Ce phénomène est particulièrement marqué dans le secteur du nord-ouest, mais il devrait s'atténuer prochainement avec la construction d'un quartier et de nouvelles infrastructures scolaires. Dans le centre-nord les contraintes géomorphologiques sont fortes et les chemins inadéquats au transit des écoliers vers l'est et le sud-est : les élèves de ces quartiers ne peuvent pas être rattachés à l'école attribuée par simulation. À l'extrême ouest, l'intensité du flux s'explique par l'absence d'écoles 5P-6P dans cette région. On remarquera que les parties de la ville venant d'être mentionnées ont des valeurs élevées d'entropie d'attribution (figure 5). Sur le reste du territoire, la faible intensité des flux témoigne d'un bon équilibre théorique entre l'offre et la demande scolaire. Numériquement et pour chaque niveau scolaire, la différence entre le nombre de places d'accueil et la population résidente est de ± 1 classe (20 élèves). On remarquera que si les déséquilibres sont trop importants, des simulations considérant des capacités d'accueil différentes peuvent être réalisées.

Figure 5. Évaluation de la concordance entre les nouvelles limites de secteurs et les résultats de répartition de chaque niveau scolaire.

- 17 Dans les faits, 63 % des élèves 1P-6P sont scolarisés dans l'école la plus proche de leur domicile, et la distance moyenne des trajets domicile-école est d'environ 600m. Les résultats obtenus par simulation montrent que cette moyenne pourrait être abaissée à 490m (-18 %), mais en pratique cela nécessiterait la réaffectation du tiers des 7 055 écoliers.

Évaluation de l'adéquation spatiale entre l'offre et la demande scolaires

Les multiplicateurs de Lagrange associés aux élèves (équ. 8) (figure 6) révèlent les endroits de la ville pour lesquels la proximité de scolarisation est forte (en vert) ou faible (en rouge). On observe ainsi que le sud de la ville tend à offrir aux élèves une bonne proximité pour les deux niveaux illustrés, alors qu'au centre-ville la situation est plus favorable aux plus âgés (6P). Comme mentionné précédemment, à l'extrême ouest les plus jeunes élèves (1P) disposent d'une école de quartier, alors que les 6P doivent être scolarisés dans des écoles plus lointaines ; il en résulte un contraste flagrant entre les deux cartes. Les valeurs les plus élevées de u_i et de v_g se trouvent dans les quartiers périphériques du nord-ouest et du nord-est, où les écoles sont trop petites pour assumer la forte demande de ces zones à haute densité. Bien que cet exemple porte sur deux niveaux scolaires, l'approche peut, de manière analogue, être réalisée pour évaluer l'impact spatial de scénarios impliquant l'ouverture de nouvelles classes ou de nouvelles écoles.

Figure 6. Évaluation de l'adéquation spatiale entre l'offre et la demande scolaires au travers des multiplicateurs de Lagrange.

Conclusion

- 18 Parti de la nécessité de reconstruire la carte scolaire d'une ville, les recherches ici exposées ont permis la mise en place de méthodes d'analyse spatiale pertinentes pour l'organisation et la planification scolaire. Au-delà de la délimitation de nouveaux secteurs, l'algorithme est utilisé de manière récurrente pour prévoir et organiser la répartition des enfants rentrant dans le cursus, de ceux passant au degré secondaire, ou encore pour évaluer les projets de développement des infrastructures scolaires. Du point de vue théorique, le riche formalisme exposé fait le lien entre les algorithmes de « clustering » et le problème du transport optimal, ce dernier étant abordé dans une logique floue où chaque origine est attribuée à chaque destination avec une certaine probabilité. L'entropie d'attribution résultante peut être cartographiée afin d'identifier les « frontières floues » entre les différents groupes, les multiplicateurs de Lagrange apportant quant à eux une évaluation de l'adéquation spatiale entre l'offre et la demande. Doté d'une bonne efficacité computationnelle, l'algorithme peut traiter des temps de parcours. Créer le réseau multimodal de la ville, combinant marche à pied et transports publics, permettrait de réaliser des simulations plus en adéquation avec la politique de transports en vigueur, ainsi qu'avec les pratiques urbaines des écoliers plus âgés. Par ailleurs, l'origine ethnique, l'orientation, le sexe ou encore l'âge de l'élève étant des composantes de l'école, l'intégration d'une contrainte de mixité au modèle constitue une piste de recherche intéressante.

BIBLIOGRAPHIE

- AHUJA R.K., MAGNANTI T. & ORLIN J.B. (1993), *Network flows: theory, algorithms, and applications*, Prentice hall.
- ANTUNES A., PEETERS D. (2000), "A dynamic optimization model for school network planning", *Socio-Economic Planning Sciences*, 34, 2, pp. 101-120.
- BAVAUD F. (2009), "Aggregation invariance in general clustering approaches", *Advances in Data Analysis and Classification*, 3, 3, pp. 205-225.
- CARO F., SHIRABE T., GUIGNARD M. & WEINTRAUB A. (2004), "Schoolredistricting : Embedding GIS tools with integer programming", *Journal of the Operational Research Society*, 55, 8, pp. 836-849.
- CLARKE S., SURKIS J. (1968), "An operations research approach to racial desegregation of school systems", *Socio-Economic Planning Sciences*, 1, 3, pp. 259-272.
- COVER T.M., THOMAS A. (2012), *Elements of information theory*, John Wiley & Sons.
- DANTZIG G.B. (1951), "Application of the simplex method to a transportation problem", *Activity analysis of production and allocation*, 13, pp. 359-373.
- DELMELLE E.M., THILL J.C., PEETERS D. & THOMAS I. (2014), "A multiperiod capacitated school location problem with modular equipment and closest assignment considerations", *Journal of Geographical Systems*, 16, 3, pp. 263-286.
- ENGWICHT D. (1992), *Towards an eco-city : calming the traffic*, Sydney, Envirobook.
- ERLANDER S., STEWART N. (1990), *The Gravity Model in Transportation Analysis : Theory and Extensions. Topics in Transportation*, Taylor & Francis.
- GUOX G., EMMANOULIDIS T. & BAVAUD F. (2016), *Transportation clustering : a regularized version of the optimal transportation problem*, submitted for publication.
- HECKMAN L.B., TAYLOR H.M. (1969), "School rezoning to achieve racial balance : a linear programming approach", *Socio-Economic Planning Sciences*, 3, 2, pp. 127-133.
- IVAN CASTILLO-LOPEZ H. (2015), "School location and capacity modification considering the existence of externalities in students school choice", *Computers & Industrial Engineering*, 80, pp. 284-294.
- KANTOROVICH L.V. (1942), "On the translocation of masses", *Dokl. Akad. Nauk, SSSR*, 37, 7-8, pp. 227-229.
- KOENIGSBERG E. (1968), "Mathematical analysis applied to school attendance areas", *Socio-Economic Planning Sciences*, 1, 4, pp. 465-475.
- FOTHERINGHAM A., O'KELLY M. (1989), *Spatial Interaction Models : Formulations and Applications. Ispra Courses on Remote Sensing*, Springer.
- SHANNON C. (1948), "A mathematical theory of communication", *Bell System Technical Journal*, 27, pp. 379-423.
- VILLANI C. (2009), *Optimal Transport, Old and New*, Springer.

WILSON A.G. (1969), "The use of entropy maximising models, in the theory of trip distribution, mode split and route split", *Journal of Transport Economics and Policy*, 3, 1 pp. 108-126.

WINSTON W. L., GOLDBERG J.B. (2004), *Operations research : applications and algorithms*, 3, Duxbury press Boston.

RÉSUMÉS

Suite à un accroissement démographique continu et en plein contexte de réformes scolaires, la ville de Lausanne a dû se réinterroger sur divers aspects de la gestion de son école publique. Tout en décrivant le cadre structurel général de l'enseignement obligatoire, cet article se concentrera sur la dimension spatiale de l'organisation scolaire. Il aborde la thématique des transports scolaires et expose l'approche utilisée pour redéfinir le découpage de la carte scolaire. L'algorithme sous-jacent, dit de transport optimal régularisé, a été développé pour simuler la répartition des élèves au sein des différentes écoles. En favorisant la proximité de scolarisation et en respectant la capacité des écoles, il permet de cartographier les zones de recrutement de chacune d'elles, tout en identifiant les habitations dont l'attribution est la plus incertaine. Les multiplicateurs de Lagrange offrent quant à eux une visualisation du coût spatial de l'opération.

In the midst of a school reform context and following its continuous population growth, the city of Lausanne had to re-examine various aspects of the management of its public schools. This article, while describing the general structural framework of compulsory teaching, focuses on the spatial dimension of school organisation. It addresses the issue of school transportation and describes the approach used to design new school districts. To carry out this task a regularized version of the optimal transportation problem was developed to model students-to-school closest assignment. The implementation of the Lagrange multipliers offers a visualisation of spatial cost resulting from the assignment.

INDEX

Mots-clés : modélisation spatiale, transport optimal, logique floue, multiplicateurs de Lagrange, aide à la décision, gestion scolaire, carte scolaire, Lausanne

Keywords : spatial modeling, optimal transport, fuzzy logic, Lagrangian multipliers, decision-making, school management, redistricting, Lausanne

AUTEUR

THÉOPHILE EMMANOUILIDIS

Institut de géographie et de durabilité de l'Université de Lausanne,
theophile.emmanouilidis@unil.ch