Principe de raison suffisante et théorie classique des probabilités

Gérard Jorland

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/ccrh/2772>

DOI : 10.4000/ccrh.2772

ISSN : 1760-7906

Éditeur

Centre de recherches historiques - EHESS

Édition imprimée

Date de publication : 10 octobre 1993

ISSN : 0990-9141

Référence électronique

Gérard Jorland, « Principe de raison suffisante et théorie classique des probabilités », *Les Cahiers du Centre de Recherches Historiques* [En ligne], 11 | 1993, mis en ligne le 05 mars 2009, consulté le 02 mai 2019. URL : <http://journals.openedition.org/ccrh/2772> ; DOI : 10.4000/ccrh.2772

Ce document a été généré automatiquement le 2 mai 2019.

Article L.111-1 du Code de la propriété intellectuelle.

Principe de raison suffisante et théorie classique des probabilités

Gérard Jorland

- 1 Ce texte d'une communication au dernier congrès international d'histoire des sciences, tout provisoire qu'il reste encore, mais que je publie parce que le sujet semble susciter un certain intérêt, procède de l'interrogation suivante : comment la théorie classique des probabilités, qui s'est développée dans le cadre d'un déterminisme rigoureux, dont elle était l'expression même, a pu se transformer en théorie moderne des probabilités pour exprimer l'indéterminisme des phénomènes qu'étudie la physique contemporaine ? L'idée que j'y développe, c'est qu'il aura fallu tout un travail sur le principe même du calcul des probabilités, le principe de raison suffisante, conduisant à sa séparation du principe de causalité. Si tout avait une cause dont le calcul pouvait rendre raison, ce qui n'a pas de cause n'apparaît plus comme sans raison. Mais il faut d'abord voir comment le principe de raison suffisante a pu fonder la théorie classique des probabilités.
- 2 Rarement livre d'histoire et de philosophie des sciences aura suscité autant d'émulation que celui de Ian Hacking sur l'émergence des probabilités¹. Depuis sa parution, il y a près de vingt ans, Barbara Shapiro a étudié l'émergence d'une pensée probabiliste dans l'Angleterre du XVII^e siècle, Stephen Stigler l'émergence de la statistique mathématique au XIX^e siècle, Théodore Porter l'émergence de la mécanique statistique et de la biométrie dans la seconde moitié du XIX^e siècle, tandis que Lorraine Daston donnait une interprétation très forte de la théorie classique des probabilités et Lorenz Krüger réunissait à Bielefeld un groupe international d'étude d'une éventuelle révolution probabiliste s'étendant sur un très long dix-neuvième siècle².
- 3 Que les historiens se soient portés à l'origine n'a rien pour étonner. Qu'en revanche, ils y découvrent une émergence ne va pas de soi. Cela provient du contraste saisissant entre, d'une part, l'apparition tardive des probabilités et des statistiques et, d'autre part, le caractère rudimentaire des mathématiques requises et l'antiquité de leurs premières applications, que ce soient les jeux de hasard ou l'exercice d'un pouvoir centralisé. Une émergence est donc une origine différée, retardée, empêchée ; il s'agit alors de

reconstituer la configuration épistémologique dans laquelle les concepts mathématiques de probabilité et de statistique purent apparaître.

- 4 L'analyse de Ian Hacking est régressive. Elle procède de notre concept de probabilité, à double face, l'une, subjective, désignant un degré de croyance, l'autre, objective, désignant une fréquence stable. L'émergence des probabilités apparaît alors comme une séquence d'événements théoriques telle qu'en résulta, précisément, ce concept à double face. Dans cette séquence, l'événement majeur fut une mutation, celle du signe en preuve (*evidence*). Le concept traditionnel, médiéval, de probabilité qualifiait une opinion : une opinion était probable si elle était attestée par une autorité, notamment celle des livres anciens ; et si à la Renaissance, la nature se substitue aux bibliothèques, elle est conçue sur le même mode, celui d'un livre qui fait autorité puisque son auteur est Dieu lui-même. Il faut donc apprendre à lire les signes naturels, à les interpréter. Et c'est la répétition d'un signe qui le transforme en preuve. Le probable apparaît ainsi en même temps comme un degré de croyance, comme une opinion attestée par une autorité, et comme une fréquence stable. Les probabilités, comme concept à double face, seraient donc le produit des sciences du signe, les sciences empiriques, sciences inférieures (*low sciences*), comme la médecine et l'alchimie.
- 5 Cette conjecture est largement validée par l'étude minutieuse de Barbara Shapiro. Elle montre, en effet, comment l'adoption d'un programme de recherches baconien par la Royal Society a réorganisé le savoir en développant les sciences empiriques. A l'opposition séculaire entre science, philosophie, connaissance et certitude d'une part, apparence, rhétorique, opinion et probabilité d'autre part, s'est substituée une nouvelle opposition entre mathématique et logique d'une part, philosophie naturelle et empirique, religion, histoire et jurisprudence d'autre part. Ces deux groupes ne s'opposent plus que comme des modes de connaissance : au premier revient la certitude des démonstrations à partir des premiers principes, au second la certitude morale des questions de fait et des témoignages. Les probabilités apparaissent bien sous leur double aspect, objectif et subjectif, comme le produit des sciences empiriques. Elles ne sont qu'une certitude morale dans la mesure où les sciences empiriques ne permettent pas d'induire des principes à partir des faits.
- 6 Toutefois, les probabilités qui émergent ainsi sont des probabilités philosophiques et non mathématiques. Et l'on ne voit d'ailleurs pas comment un *calcul* des probabilités aurait pu se développer dans le cadre de sciences empiriques. Partant d'une conception des probabilités comme mathématiques mixtes, ni pures ni appliquées mais construites au plus près des objets donnés, partant donc de ces objets – les jeux de hasard et les rentes viagères –, Lorraine Daston prolonge une idée d'Ernest Coumet et montre que le calcul des probabilités fut à l'origine une mathématisation des contrats aléatoires qui permettaient de contourner la prohibition ecclésiastique du prêt à intérêt. Le fragment 452 des *Pensées* de Pascal (dans l'édition de la Pléiade) le confirme : « Saint Augustin a vu qu'on travaille pour l'incertain, sur mer, en bataille, etc. ; mais il n'a pas vu la règle des partis, qui démontre qu'on le doit. » C'est ce qui explique que le calcul des probabilités a d'abord été un calcul des espérances plutôt qu'un calcul des chances. On aura remarqué qu'assigner le calcul des probabilités aux mathématiques mixtes revient à le définir d'emblée comme à la fois objectif et subjectif.
- 7 Toutefois, si ce contexte juridique peut rendre compte des motivations sous-jacentes, il ne le peut pas du calcul en tant que tel. Pour passer des probabilités philosophiques ou juridiques aux probabilités mathématiques, deux conditions furent nécessaires. La

première, proprement mathématique, et qui explique le caractère tardif de l'émergence du calcul des probabilités, est l'existence d'une théorie des suites et des séries infinies, c'est-à-dire de l'Analyse. En effet, le premier résultat non trivial de ce calcul et qui en marque l'origine irréversible, le théorème de Bernoulli, est indémontrable sinon. Lorraine Daston fait justement remarquer que Jacques Bernoulli a puisé dans ses recherches sur les séries infinies – imprimées à la fin de son *Ars conjectandi* – pour démontrer son théorème. Il reste à montrer précisément comment, étant donné que Todhunter soutient au contraire qu'ils n'ont aucun rapport. Pour le moment, un simple énoncé de ce théorème suffit à se convaincre de cette nécessité d'une maîtrise de l'Analyse : « La probabilité que la différence entre la fréquence et l'espérance soit inférieure à toute grandeur positive arbitraire tend vers 1 lorsque le nombre d'épreuves tend vers l'infini. »

- 8 La seconde condition, qui fait l'objet de cette communication, fut la substitution du principe de raison suffisante au principe d'autorité. Elle présuppose l'abandon du principe d'autorité et la coïncidence au déterminisme universel, ce qui expliquerait que, de Pascal à de Moivre, tous les probabilistes sans exception aient été protestants. Le rejet du dogme de l'infailibilité pontificale a miné ce principe d'autorité, même si les réformés lui opposaient les Ecritures puisqu'ils n'en donnaient pas une interprétation univoque.
- 9 Certes, l'origine du principe de raison suffisante remonte à Aristote qui s'en sert pour définir la science même dans les *Seconds Analytiques* (71 b 10-12) : « Nous estimons posséder la science d'une chose d'une manière absolue, et non pas, à la façon des Sophistes, d'une manière purement accidentelle, quand nous croyons que nous connaissons la cause par laquelle la chose est, que nous savons que cette cause est celle de la chose, et qu'en outre il n'est pas possible que la chose soit autre qu'elle n'est. » Ce n'était donc rien qu'une autre version du principe de causalité.
- 10 Mais c'est Leibniz qui l'a élaboré. Il apparaît pour la première fois dans sa *Teoria Motus Abstracti* de 1670, comme dernier axiome fondamental : « Nihil est sine ratione, cujus consecretaria sunt, quam minimum mutandum, inter contraria medium eligendum, quidvis uni addendum, ne quid alterutri adimatur, multaque alia, quae in scientia quoque civili dominantur. » (Rien n'est sans raison, dont les conséquences sont, que les changements sont minimum, que la moyenne est choisie entre les contraires, que quoi que l'on ajoute à l'un, est à retrancher de l'autre, et beaucoup d'autres qui gouvernent les sciences tout comme la vie civile). Et ce fut l'origine de la controverse sur la force vive qui se prolongea plusieurs décennies.
- 11 Pour Leibniz, le principe de raison suffisante était l'une des deux conditions de toute connaissance vraie, et tandis que le principe de contradiction en était la condition nécessaire, celui de raison en était la condition suffisante, d'où son nom.
- 12 Dans sa *Théodicée* (1710), il affirme qu'« il y a deux grands principes de nos raisonnements ; l'un est le principe de contradiction, qui porte que de deux propositions contradictoires, l'une est vraie, l'autre fautive ; l'autre principe est celui de la raison déterminante : c'est que jamais rien n'arrive, sans qu'il y ait une cause ou du moins une raison déterminante, c'est-à-dire quelque chose qui puisse servir à rendre raison *a priori*, pourquoi cela est existant plutôt que non existant, et pourquoi cela est ainsi plutôt que de toute autre façon.[...] et quoique le plus souvent ces raisons déterminantes ne nous soient pas assez connues, nous ne laissons pas d'entrevoir qu'il y en a. »

- 13 De même, dans sa *Monadologie* (1714) : « Nos raisonnements sont fondés sur deux grands Principes, celui de la Contradiction, en vertu duquel nous jugeons faux ce qui en enveloppe, et vrai ce qui est opposé ou contradictoire au faux. Et celui de la Raison suffisante, en vertu duquel nous considérons qu'aucun fait ne saurait se trouver vrai ou existant, aucune Énonciation véritable, sans qu'il y ait une raison suffisante, pourquoi il en soit ainsi et non pas autrement, quoique ces raisons le plus souvent ne puissent point nous être connues. »
- 14 Le principe de raison suffisante est donc plus fort chez Leibniz que chez Aristote, puisqu'il établit non seulement que connaître quelque chose c'est en connaître la cause, mais aussi que l'inverse est vraie, que ne pas connaître sa cause implique ne pas connaître la chose et non pas si elle a une cause.
- 15 Le principe de raison suffisante est déduit du caractère analytique des propositions vraies. Leibniz écrit à Arnauld, en juillet 1696 : « [...] toujours, dans toute proposition affirmative, véritable, nécessaire ou contingente, universelle ou singulière, la notion du prédicat est comprise en quelque façon dans celle du sujet, *praedicatum inest subjecto* [...] C'est là mon grand principe [...] dont un des corollaires est cet axiome vulgaire que rien n'arrive sans raison, qu'on peut toujours rendre pourquoi la chose est plutôt allée ainsi qu'autrement, bien que cette raison incline souvent sans nécessiter, une parfaite indifférence étant une supposition chimérique ou incomplète. » Encore, la même année, il écrit qu'il ne suppose « que deux vérités primitives, savoir en premier lieu le principe de contradiction [...] et en deuxième lieu, que rien n'est sans raison, ou que toute vérité a sa preuve *a priori*, tirée de la notion des termes, quoiqu'il ne soit pas toujours en notre pouvoir de parvenir à cette analyse. » C'est donc le fondement analytique du principe de raison suffisante qui rend possible la recherche de causes *a priori*. Autrement dit, rendre compte de quelque chose revient à démontrer que ses propriétés dérivent de son concept.
- 16 Et pourtant, ce n'est pas un principe logique mais ontologique. Leibniz a clairement établi que le principe de contradiction régit les mathématiques et la logique tandis que le principe de raison régit la physique, la métaphysique et la morale. Par exemple, dans sa seconde lettre à Clarke (1715) : « Le grand fondement des Mathématiques est le Principe de la Contradiction, ou de l'Identité, c'est-à-dire, qu'une énonciation ne saurait être vraie et fausse en même temps, et qu'ainsi A est A, et ne saurait être non A. Et ce seul principe suffit pour démontrer toute l'Arithmétique et toute la Géométrie, c'est-à-dire tous les Principes Mathématiques. Mais pour passer de la Mathématique à la Physique, il faut encore un autre Principe, comme j'ai remarqué dans ma *Théodicée*, c'est le Principe du besoin d'une Raison suffisante ; c'est que rien n'arrive, sans qu'il y ait une raison pourquoi cela soit ainsi plutôt qu'autrement. »
- 17 Son exemple de prédilection d'un tel passage rendu possible par le principe de raison, était l'axiome de l'équilibre d'Archimède. Soit une balance dont les bras sont d'égale longueur, si des poids égaux sont suspendus à chacune des extrémités, « le tout demeurera en repos. C'est parce qu'il n'y a aucune raison pourquoi un côté descende plutôt que l'autre ».
- 18 Toutefois, bien que nous ayons besoin du principe de raison suffisante pour passer de la possibilité mathématique à la réalité physique, il n'est pas d'un grand secours pour notre connaissance du monde physique, car il s'agit d'un monde de phénomènes contingents dont les causes sont si nombreuses que nous ne pouvons pas toutes les connaître. En

d'autres termes, la Physique, où le principe s'applique par excellence, est précisément le domaine où la connaissance des causes est limitée.

- 19 Leibniz expliqua à Jacques Bernoulli (2 décembre 1695), que la différence entre les vérités mathématiques et physiques est une différence entre vérités nécessaires et contingentes, de sorte que si nous ne connaissons pas celles-ci, « ce n'est pas seulement à cause de nous qui ignorons les causes, mais aussi des choses elles-mêmes. » Lorsque Jacques Bernoulli lui exposa son « théorème d'or » (3 octobre 1703), il objecta à son usage inverse, des fréquences aux probabilités, que « les contingents ou ce qui dépend d'une infinité de circonstances, ne peut pas être déterminé par des expériences finies. » Jacques Bernoulli lui répondit que son objection ne portait pas puisqu'« il est connu qu'il y a des degrés dans l'infini et que le rapport d'un infini à l'autre peut être exprimé par des nombres finis, soit exacts soit assez approchés pour la pratique. » Et il donna son modèle de l'urne en exemple.
- 20 Lorsque les boules sont remises dans l'urne après chaque tirage, on peut faire une suite infinie de tirages et obtenir un nombre infini de fois une boule noire ou une boule blanche, et pourtant leur rapport est fini, il tend vers la proportion de boules noires et de boules blanches dans l'urne. Or, l'usage inverse de son théorème n'était rien d'autre que l'application rigoureuse du principe de raison. La raison pour laquelle nous savons qu'il est plus probable d'obtenir 7 que 8 avec deux dés, c'est seulement que nous connaissons le nombre de cas ; et si nous ne connaissons pas ce nombre, il agit tout de même comme une cause, il a par conséquent des effets que nous pouvons essayer de détecter et de là, nous pouvons induire, en probabilité, la cause véritable. Autrement dit, dans la théorie des probabilités, le principe de raison suffisante ne permet pas seulement de deviner qu'il y a des causes mais de déterminer quelles elles sont.
- 21 Jacques Bernoulli convainquit-il Leibniz ? Ce dernier ne revint pas sur ce point dans ses lettres consécutives. Cependant, il écrivit à Bourguet dix ans plus tard (22 mars 1714) : « On estime encore les vraisemblances *a posteriori*, par l'expérience, et on y doit avoir recours au défaut des raisons *a priori* : par exemple, il est également vraisemblable que l'enfant qui doit naître soit garçon ou fille, parce que le nombre des garçons et des filles se trouve à peu près égal dans ce Monde. » « Se trouve », parce que ce phénomène est contingent et non nécessaire, il se pourrait très bien que le nombre de garçons excédât celui des filles ou réciproquement ; « dans ce Monde », qui n'est qu'un monde possible parmi d'autres. Cependant, tous les mondes ne sont pas également possibles, pas plus que tous les résultats ne le sont lorsqu'on lance deux dés, certains étant obtenus par un plus grand nombre de combinaisons que d'autres (par exemple, 2 ne peut être obtenu que par une seule combinaison, alors que 4 peut l'être par deux combinaisons, 2 + 2 et 3 + 1). Le plus grand nombre de combinaisons est une raison suffisante d'un résultat, il n'est pas nécessaire puisque certains résultats ne sont pas obtenus par le plus grand nombre de combinaisons. Tandis que la logique et les mathématiques, fondées sur le principe de contradiction, sont des sciences formelles, les probabilités et la physique, fondées sur le principe de raison, sont des sciences ontologiques.
- 22 Dans une certaine mesure, Kant a résolu les difficultés qui embarrassaient Leibniz. Puisque le principe de raison suffisante est pour lui le principe de l'expérience possible en général (*der Grund möglicher Erfahrung überhaupt*), qui détermine les objets de l'expérience, il peut être conçu en même temps comme suffisant et comme déterminant, comme une condition *a priori* de tout *a posteriori*. Toutefois, ne pas connaître une cause peut fort bien

impliquer qu'il n'y en a pas, hormis ce qui est donné dans l'expérience et dont la cause est toujours donnée *a priori* avec les conditions de l'expérience.

- 23 Le théorème de Bernoulli est aussi philosophiquement profond dans la mesure où il donne une présentation complète du problème de la causalité. L'espérance étant considérée comme une probabilité *a priori* et la fréquence comme une probabilité *a posteriori*, l'*a priori* étant identifié à la cause et l'*a posteriori* à l'effet, les deux usages du théorème, direct et inverse, représentent donc les deux types d'inférence, de la cause à l'effet et de l'effet à la cause. Dans son usage direct, connaissant l'espérance, il s'agit de trouver le nombre d'épreuves nécessaires pour que la fréquence s'écarte de l'espérance d'une grandeur donnée ; dans son usage inverse, connaissant la fréquence, on recherche l'espérance avec une probabilité d'erreur donnée. Le modèle de l'urne est une bonne schématisation de ce théorème et de ses deux usages. La composition de l'urne étant connue, on peut calculer la probabilité que chaque tirage s'en approchera d'une grandeur donnée, c'est l'usage direct, de la cause (la composition de l'urne) à l'effet (la fréquence observée) ; ou bien on effectue des tirages successifs et on peut en inférer, avec une certaine probabilité d'erreur assignée, la composition de l'urne, c'est l'usage inverse, de l'effet à la cause. Si les tirages sont exhaustifs, l'effet, la fréquence observée, fait apparaître sa cause, la composition de l'urne. S'ils ne le sont pas, si les boules sont remises dans l'urne après chaque tirage, l'effet permet de connaître la cause mais sans la faire apparaître. D'une cause à jamais cachée à l'absence de cause il n'y a qu'un pas, mais il faudra plus d'un siècle, à compter de Laplace, pour le faire, et il y faudra une réinterprétation du principe de raison suffisante pour s'y résoudre.
- 24 Car il aura fallu d'abord la dissolution de la théorie classique des probabilités. Prenant à la lettre la formule de Laplace – « la théorie des probabilités n'est, au fond, que le bon sens réduit au calcul » – Lorraine Daston interprète la théorie classique des probabilités comme un « calcul raisonnable », à la fois descriptif et normatif. Descriptif en ce qu'il cherche à mathématiser le comportement de l'homme des Lumières, et normatif en ce qu'il cherche à convaincre le peuple, par la force du calcul, de se conformer à ce modèle. Le rationnel est déductif, à information complète et certaine ; le raisonnable est inductif, à information incomplète et incertaine. Le calcul de l'espérance est au raisonnable ce que la démonstration géométrique est au rationnel ; ses deux aspects, subjectif (art de conjecturer) et objectif (doctrine des chances), se nouent dans une psychologie associationniste qui dérive les idées de la répétition des sensations. D'où la phénoménologie probabiliste du XVIII^e siècle : probabilité des causes induite des effets observés, probabilité des témoignages et des jugements des tribunaux, théorie du risque distinguant enfin le jeu et l'assurance comme deux attitudes contraires, l'une exprimant une attirance, l'autre une aversion du risque, alors qu'ils étaient confondus auparavant, les mêmes officines prenant les paris aussi bien que les assurances.
- 25 Or Lorraine Daston montre bien que cette théorie classique des probabilités avait pour condition de possibilité une ontologie déterministe. Elle ne s'appuyait pas seulement sur la définition du hasard comme rencontre de deux séries causales indépendantes de Cournot ou sur l'Intelligence supérieure de Laplace, mais déjà sur ce déni d'objectivité de la chance proféré par de Moivre à l'aube du calcul des probabilités : la chance « n'indique aucune détermination de mode d'existence ; pas plus d'ailleurs d'existence même que de non existence ; elle ne peut être ni définie ni comprise et aucune proposition la concernant ne peut être affirmée ou niée hormis celle-ci : que c'est un simple mot. » Et Lorraine Daston explique que ce qui rendait indispensable cette ontologie déterministe,

c'était précisément le statut de mathématiques mixtes du calcul des probabilités, ces mathématiques qui se font au plus près des phénomènes physiques, de telle sorte que la nécessité des démonstrations mathématiques se traduit immédiatement en nécessité causale des enchaînements de phénomènes. Pour que l'aléatoire prenne consistance, il fallait donc bien que cette théorie classique des probabilités fût rejetée et qu'une autre s'y substituât, et donc que le principe de raison se dissociât du principe de causalité.

- 26 Mais voyons d'abord les faits qui permettent de soutenir que le principe de raison a été au fondement de la théorie classique des probabilités.
- 27 Et d'abord chez Jacques Bernoulli, dans la quatrième partie de son *Ars conjectandi*. « Ainsi, par exemple, le nombre de cas est connu pour les dés ; pour chacun en effet, il y en a manifestement autant que de faces et toutes celles-ci également faciles ; puisqu'à cause de la similitude des faces et du poids absolument semblable du dé, il n'y a aucune raison (*nulla sit ratio*) qu'une des faces soit plus encline à tomber qu'une autre, comme il arriverait si les faces étaient de forme dissemblable ou le dé composé de matière plus lourde dans une partie que dans une autre. De la même manière qu'est connu le nombre de cas lorsqu'on tire un papier blanc ou noir d'une urne et qu'on les sait être tous également possibles, parce qu'est assurément connu et déterminé le nombre de papiers et de chaque sorte, et qu'on ne voit aucune raison (*nullaque perspicitur ratio*) pourquoi celle-ci ou celle-là devrait sortir plutôt que n'importe quelle autre. »
- 28 Chez son neveu, Daniel Bernoulli, dans son *Specimen Theoriae de Mensura Sortis* de 1738, consacré à la solution de ce qui allait devenir le Paradoxe de Saint-Petersbourg, d'après la revue où ce mémoire avait été publié (celle de l'Académie des Sciences de Saint-Petersbourg) : « L'examen des nombreuses démonstrations de cette proposition [que l'espérance est le produit du gain par sa probabilité] qui ont été faites, indique qu'elles reposent toutes sur cette hypothèse : puisqu'il n'y a aucune raison de supposer que de deux personnes encourant des risques identiques, l'une pourrait espérer voir ses désirs mieux satisfaits, les risques encourus par chacun doivent être réputés égaux en valeur. »
- 29 Dans l'article « Probabilité » de l'Encyclopédie : « J'ai dit que ce principe [d'équiprobabilité] s'employait quand nous supposons les divers cas également possibles. Et en effet, ce n'est que par supposition relative à nos connaissances bornées que nous disons, par exemple, que tous les points d'un dé peuvent également venir ; ce n'est pas que quand ils roulent dans le cornet celui qui doit se présenter n'ait déjà la disposition qui, combinée avec celle du cornet, du tapis, ou de la force et de la manière avec laquelle on jette le dé, le doit faire sûrement arriver ; mais tout cela nous étant entièrement inconnu, nous n'avons pas de raison de préférer un point à un autre ; nous les supposons donc tous également possibles à arriver. » Cette suite infinie de causes rend le résultat contingent conformément à la définition leibnizienne du contingent ; et notre ignorance des causes n'implique pas qu'il n'y a pas de cause, conformément là encore à la définition leibnizienne du principe de raison suffisante. Puisqu'il n'y a donc aucune raison de penser qu'une face arrivera plutôt que toute autre, c'est en soi-même une raison de penser que n'importe quelle face peut arriver.
- 30 De Moivre, dans la préface de sa *Doctrine of Chances* (1717) : « Mais en supposant que les gains et les pertes fluctuaient tant qu'à être toujours distribués également, par quoi la Chance serait annihilée, serait-il raisonnable dans ce cas d'attribuer les événements du jeu au seul Hasard ? Je pense, au contraire, qu'il en serait bien autrement, car il y aurait alors plus de raison de soupçonner que quelque Fatalité inexplicable y a eu son rôle. »

- 31 Thomas Bayes, dans son *Essay towards solving a Problem in the Doctrine of Chances* de 1763 : « De la proposition précédente il est clair, que dans le cas d'un événement tel que celui que j'appelle M, du nombre de fois où il arrive ou non dans un certain nombre d'épreuves, sans rien savoir de plus le concernant, on peut deviner quelle est sa probabilité, et en calculant les grandeurs des surfaces mentionnées par les méthodes habituelles, voir les chances d'être tomber juste. Et que la même règle soit la bonne à utiliser dans le cas d'un événement dont on ne sait rien concernant sa probabilité avant toute épreuve à son sujet, semble s'ensuivre de la considération suivante ; à savoir que concernant un tel événement, *je n'ai aucune raison de penser que*, dans un certain nombre d'épreuves, *il devrait arriver un certain nombre de fois plutôt qu'un autre*. »
- 32 De même : « De cette manière, nous pouvons déterminer dans n'importe quel cas, quelle conclusion nous devons tirer d'un nombre donné d'expériences qui ne sont pas contredites par des expériences contraires. Chacun voit qu'en général *il y a une raison* d'espérer un événement avec plus ou moins de confiance selon le plus ou moins grand nombre de cas où, dans des circonstances données, il est arrivé sans échec ; mais nous voyons ici exactement *quelle est cette raison*, sur quel principe elle est fondée, et comme nous devrions régler nos espérances. » C'est très important. Tandis que l'axiome d'équiprobabilité est fondé sur un principe de raison négatif, le théorème de Bernoulli l'est sur un principe positif : dans une suite d'épreuves, chaque événement devrait arriver un nombre de fois égal au produit de sa probabilité par le nombre d'épreuves, car c'est sa fréquence de plus grande probabilité.
- 33 Et encore : « [...] quand p et q sont tous deux très considérables, il n'est pas difficile de percevoir la vérité de ce qui a été démontré ici, ou qu'il y a *une raison de croire* en général que les chances d'arrivée ou non d'un événement sont dans le même rapport que celui de p à q. »
- 34 Du principe négatif de raison suffisante, Laplace a tiré la fameuse définition des probabilités comme relatives à notre ignorance. Ainsi en 1773, dans ses « Recherches sur les suites récurro-récurrentes et sur leurs usages dans la théorie des hasards » : « La notion de probabilité tient à cette ignorance. Si nous sommes assurés que, sur deux événements qui ne peuvent exister ensemble, l'un ou l'autre doit nécessairement arriver, et que *nous ne voyons aucune raison pour laquelle* l'un arriverait plutôt que l'autre, l'existence et la non-existence de chacun d'eux est également probable. Pareillement, si de trois événements qui s'excluent mutuellement, l'un doit nécessairement arriver, et que *nous ne voyons aucune raison pour laquelle* l'un arriverait plutôt que l'autre, leur existence est également probable, mais la non-existence de chacun d'eux est plus probable que son existence, et cela dans le rapport de 2 à 1, parce que sur trois cas également probables il y en a deux qui lui sont favorables, et un seul qui lui est contraire. » Autrement dit, bien que chacun d'eux devrait ne pas être plutôt qu'être, aucun d'eux ne devrait pas arriver plutôt qu'arriver. Laplace poursuit avec sa célèbre définition de la probabilité d'un événement : « La probabilité de l'existence d'un événement n'est ainsi que le rapport du nombre des cas favorables à celui de tous les cas possibles, lorsque nous ne voyons d'ailleurs aucune raison pour laquelle l'un de ces cas arriverait plutôt que l'autre. »
- 35 En outre, tout au début de son *Essai philosophique sur les probabilités*, développement de ses leçons à l'Ecole Normale de l'an III, juste avant d'énoncer ce qui allait devenir la maxime même du déterminisme, Laplace mentionne explicitement le principe de raison suffisante : « Les événements actuels ont avec les précédents une liaison fondée sur le principe évident, qu'une chose ne peut pas commencer d'être, sans une cause qui la

produise. Cet axiome, connu sous le nom de *principe de la raison suffisante*, s'étend aux actions mêmes que l'on juge indifférentes. La volonté la plus libre ne peut sans un motif déterminant leur donner naissance ; car si, toutes les circonstances de deux positions étant exactement semblables, elle agissait dans l'une et s'abstenait d'agir dans l'autre, son choix serait en effet sans cause : elle serait alors, dit Leibniz, le hasard aveugle des épicuriens. » Ainsi, la maxime du déterminisme n'est rien d'autre que le principe leibnizien de raison suffisante.

- 36 Enfin, Poisson, dans ses *Recherches sur la Probabilité des Jugements en matière criminelle et en matière civile* de 1837 : « Par exemple, au jeu de croix et pile, la chance de l'arrivée de croix et celle de l'arrivée de pile, resultent de la constitution de la pièce que l'on projette ; on peut regarder comme physiquement impossible que l'une de ces chances soit égale à l'autre ; cependant, si la constitution du projectile nous est inconnue, et si nous ne l'avons pas déjà soumis à des épreuves, la probabilité de l'arrivée de croix est, pour nous, absolument la même que celle de l'arrivée de pile : nous n'avons, en effet, aucune raison de croire plutôt à l'un qu'à l'autre de ces deux événements. » Et plus loin, en commentaire de la définition laplacienne d'une probabilité : « Cette proposition signifie que quand ce rapport [des cas favorables aux cas possibles] est égal pour deux événements, nous avons la même raison de croire à l'arrivée de l'un et à celle de l'autre, et que quand il est différent, nous avons plus de raison de croire à l'arrivée de l'événement pour lequel il est le plus grand. »
- 37 Le principe de raison était donc intimement confondu avec la loi de causalité. Quelque chose peut être tenu pour la cause d'une autre chose, pourvu qu'on prouve qu'elle constitue une raison suffisante pour que cette dernière soit telle qu'elle est, et cette raison n'a pas à être nécessaire dans la mesure où la chose en question peut fort bien être contingente. « Suffisant » est un autre mot pour « contingent » : il n'y a pas d'effet sans cause, mais la même cause pourrait aussi bien avoir produit un autre effet. Le principe de raison suffisante fut à la base de la théorie classique des probabilités pour autant que celle-ci fut la théorie pertinente du contingent. Mais encore une fois, une cause peut être nécessaire ou contingente selon la nature ontologique de son effet, essence nécessaire ou possible contingent.
- 38 Mais à partir de là, durant tout le XVIII^e siècle, le principe de raison suffisante allait être démêlé de la loi de causalité. D'après Schopenhauer (*Über die vierfache Wurzel des Satzes vom zureichenden Grunde*, 1813 et 1847), c'est Wolf qui a entamé le processus. Et il l'a fait en divisant l'expression « principe de raison » en un défini – « principe » – et un définissant – « raison ». Wolf donna en effet cette définition : « On appelle « principe » ce qui contient en soi-même la raison de quelque chose d'autre. » Tout principe est ainsi principe de raison. La loi de causalité n'est plus qu'un de ces principes, le *principium fiendi*, que Wolf définit comme « la raison de l'actualisation de quelque chose d'autre », par exemple, le Soleil est le *principium fiendi* ou la cause de l'échauffement de la pierre. Mais il y a d'autres principes, le *principium essendi*, qu'il définit comme « la raison de la possibilité de quelque chose d'autre », par exemple la structure de la pierre est la raison pour laquelle elle peut accumuler la chaleur ; le *principium cognoscendi*, qui est le principe de raison suffisante au sens strict ; et le *principium agendi* qu'il définit comme la motivation de notre volonté. Autrement dit, non seulement Wolf distingue le principe de raison et le principe de causalité comme le genre et l'espèce, mais encore redouble-t-il cette différence en distinguant le principe de raison suffisante et le principe de causalité comme deux espèces de principe de raison.

- 39 Quant à lui, Schopenhauer procéda exactement de la même manière, tant et si bien qu'on peut considérer son essai comme Wolf en termes de Kant. Il commença par donner une définition très générale du principe de raison suffisante comme le principe de nos représentations en général. Il divisa notre « conscience connaissante » (*unser erkennendes Bewußtsein*) en quatre : sensibilité externe et interne, entendement et raison. Chacune est composée de sujet et d'objet, ce dernier n'étant qu'une représentation (*Vorstellung*). Et la liaison « soumise à une règle et déterminable *a priori* d'après sa forme » entre nos représentations est le principe de raison suffisante. Si ce principe n'est qu'un principe épistémologique, un *principium cognoscendi*, et plus un principe ontologique, c'est parce que, de toute façon, il n'y a que des principes épistémologiques, tous nos principes sont par nature épistémologiques, des liaisons entre représentations.
- 40 Les quatre modes du principe de raison suffisante ne sont rien d'autre que l'application de celui-ci aux quatre facultés de notre « conscience connaissante ». Le premier est son application à notre entendement qui le traduit en loi de causalité, c'est le *principium fiendi* de Wolf. La loi de causalité, bien qu'elle soit la pierre angulaire du monde externe, ne l'est que pour nous, n'est rien d'objectif et d'indépendant de notre faculté de représentation. La distinction entre principe de raison suffisante et loi de causalité n'en est pas une entre subjectif et objectif, *principium cognoscendi* et *principium essendi*, puisqu'ils sont tous deux subjectifs et ne diffèrent plus que comme le genre et l'espèce.
- 41 L'application du principe de raison suffisante à notre raison établit une liaison de fondement à conséquence entre représentations et non plus de cause à effet. Par exemple, d'après la loi de causalité, l'élévation du mercure dans le thermomètre est l'effet de l'accroissement de chaleur tandis que d'après ce principe de raison épistémologique, c'est le fondement de notre connaissance que la chaleur croît. De même, l'application de ce principe à notre sensibilité externe et interne donne les deux principes wolffiens, *essendi* et *agendi*. Le point essentiel, pour ce qui nous concerne, c'est qu'une raison n'est plus nécessairement une cause, quelle qu'en soit la nature, objective ou subjective.
- 42 Mais ce n'est que l'une des voies, la principale à mon avis si l'on veut bien se rappeler que la physique indéterministe fut l'invention de la physique allemande de l'entre-deux guerres, sur laquelle la dissociation du principe de raison suffisante et de la loi de causalité s'est effectuée. Il y en a évidemment eu une autre, dont l'origine fut la critique humienne du concept de causalité. Je ne la suivrai pas ici, car ce serait trop long. Je préfère en venir au résultat de tout ce processus, le travail de Cournot sur le fondement du calcul des probabilités.
- 43 Le premier point à noter, c'est que pour lui le hasard n'est pas relatif à notre connaissance des causes qui produisent un événement, mais à l'indépendance de ces causes. Ou, en d'autres termes, il n'est pas relatif au *modus cognoscendi* des causes mais à leur *modus operandi*. Par conséquent, même pour une intelligence supérieure, capable de distinguer toute séquence causale produisant un événement, le hasard ne disparaîtrait pas. A partir de son *Exposition de la théorie des chances et des probabilités* (1843) jusqu'à *Matérialisme, vitalisme, rationalisme* (1875) ; Cournot a repris Laplace sur ce point.
- 44 Cette notion d'indépendance causale, « au développement de laquelle, dit-il dans son dernier livre, nous avons consacré tous les loisirs d'une longue vie », cette notion constitua sa fameuse définition du hasard, popularisée par l'image de la tuile qui tombe sur la tête du passant.

- 45 Dans l'*Exposition* : « Les événements amenés par la combinaison ou la rencontre de phénomènes qui appartiennent à des séries indépendantes, dans l'ordre de la causalité, sont ce qu'on nomme des événements fortuits ou des résultats du hasard. »
- 46 Dans l'*Essai sur les fondements de nos connaissances* (1851) : « Les événements amenés par la combinaison ou la rencontre d'autres événements qui appartiennent à des séries indépendantes les unes des autres, sont ce qu'on nomme des événements fortuits, ou des résultats du hasard. » On remarquera la disparition de la référence à l'ordre causal.
- 47 Dans le *Traité de l'enchaînement des idées fondamentales* (1861) : « [...] l'idée de hasard est l'idée d'une rencontre entre des faits rationnellement indépendants les uns des autres, rencontre qui n'est elle-même qu'un pur fait, auquel on ne peut assigner de loi ni de raison. » On remarquera la référence à la raison et à la rationalité au lieu de la causalité.
- 48 Dans les *Considérations sur la marche des idées et des événements dans les temps modernes* (1872) : l'idée du hasard est la notion d'un fait naturel établi par le raisonnement ou l'observation, qui « consiste dans l'indépendance mutuelle de plusieurs séries de causes et d'effets qui concourent accidentellement à produire tel phénomène, à amener telle rencontre, à déterminer tel événement, lequel pour cette raison est qualifié de fortuit. » On remarquera la double référence aux causes et à la raison.
- 49 Enfin, dans *Matérialisme, vitalisme, rationalisme* : « [...] le mot de hasard [...] exprime [...] une idée fondée en raison [...] celle de l'indépendance actuelle et de la rencontre accidentelle de diverses chaînes ou séries de causes [...]. » A nouveau, on remarquera la double référence aux causes et à la raison.
- 50 Ces seuls changements dans une définition autrement littéralement identique, sans cesse reformulée pendant trente deux ans, ne devrait pas nous conduire à penser que Cournot a changé d'idée. En réalité, il n'a pas changé d'idée mais d'emphase.
- 51 Pour lui, il y avait deux sortes de probabilité, une probabilité objective et une subjective. On pourrait alors penser que la probabilité objective est fondée sur la loi de causalité et la subjective sur le principe de raison suffisante. Ce serait une erreur. Toutes deux se fondent sur les deux principes.
- 52 La probabilité objective est la fréquence relative, elle mesure la possibilité des événements produits par la rencontre de séries causales indépendantes. La causalité s'exerce à l'intérieur d'une série, elle est supprimée entre les séries. Et si leur rencontre n'est pas une cause, c'est la raison pour laquelle l'événement est arrivé. Autrement dit, le principe de raison suffisante rend compte de l'absence de causalité. Cette première lézarde dans le déterminisme universel n'impliquait pas, et pas du tout, l'introduction de l'irrationalité, grâce au principe de raison.
- 53 La probabilité subjective est la probabilité *a priori* à laquelle nous parvenons chaque fois que « nous n'avons aucune raison de supposer qu'une combinaison arrive plutôt qu'une autre ». C'est la définition désormais classique du rapport des cas favorables à l'ensemble des cas que « l'imperfection de nos connaissances » nous oblige à considérer comme tous également possibles. On retrouve ici le jeu des principes de causalité et de raison suffisante.
- 54 La différence entre probabilité objective et probabilité subjective réside dans le fait que la probabilité est connue par l'expérience dans le premier cas alors qu'elle doit être supposée dans le second. Et tandis qu'une cause agit au niveau de l'événement, la raison joue au niveau de la structure. L'indépendance des séries causales est une propriété

structurale d'un certain ensemble d'événements ; aussi bien l'homogénéité d'un dé que son hétérogénéité est une propriété structurale qui rend raison de ce que les côtés sont également possibles ou l'un plus que les autres, ce n'en est pas la cause au sens strict.

- 55 Cournot ne représente pas la fin de ce processus de dissociation des principes de raison et de causalité qui va conduire à la construction d'une physique probabiliste indéterministe, il en est bien plutôt le commencement. C'est aussi celui de cette étude qui ne s'achève ici que de manière toute provisoire.
-

NOTES

1. Ian Hacking, *The Emergence of probability*, Cambridge UP, 1975.
2. Barbara J. Shapiro, *Probability and certainty in seventeenth century England*, Princeton UP, 1983 ; Stephen M. Stigler, *The history of statistics*, Harvard UP, 1986 ; Théodore M. Porter, *The rise of statistical thinking, 1820-1900*, Princeton UP, 1986 ; Lorraine Daston, *Classical probability in the Enlightenment*, Princeton UP, 1988 ; Lorenz Kruger et al. (eds), *The Probabilistic revolution*, 2 vols, MIT. Press, 1987.