

économie publique

études et recherches

Revue de l'Institut d'Économie Publique

Deux numéros par an

n° 13 - 2003/2



économiepublique sur internet : www.idep-fr.org > Publications

© Institut d'économie publique – IDEP

Centre de la Vieille-Charité

2, rue de la Charité – F-13002 Marseille

Tous droits réservés pour tous pays.

Il est interdit, sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, de reproduire (notamment par photocopie) partiellement ou totalement le présent ouvrage, de le stocker dans une banque de données ou de le communiquer au public, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit.

Imprimé en France.

La revue **économie**publique bénéficie du soutien du Conseil régional Provence-Alpes-Côte d'Azur

ISSN 1373-8496

Dépôt légal en cours

Organisation des soins de suite et mode de rémunération des hôpitaux

Pierre-Yves Geoffard *

La coordination des soins entre ceux produits à l'hôpital et ceux effectués en ville est un élément important d'une organisation efficace des systèmes de soins, et pose certaines questions profondes en termes de régulation de ces systèmes. Notamment, le mode de rémunération des producteurs de soins peut avoir un impact sur leurs incitations à se coordonner ; ceci peut prendre la forme radicale d'une externalisation de certains services (par exemple les soins infirmiers postérieurs à une intervention chirurgicale). L'article de J. Newhouse tire, à partir de l'évolution récente de Medicare, de nombreuses leçons. Cet examen historique est particulièrement intéressant, puisqu'il porte sur une période où la rémunération reçue par le producteur de soins en cas d'hospitalisation d'un patient couvert par Medicare est passée d'un mode de type « cost-plus » (paiement à l'activité, le plus souvent sur la base d'un prix de journée) à un mode de paiement plus forfaitaire (de type « paiement par pathologie »).

La part des éventuels gains de productivité conservés par un hôpital adoptant une organisation plus efficace de son activité (également appelée puissance du mode de rémunération) a donc fortement augmenté durant la période étudiée. Une des idées développées par J. Newhouse est que l'augmentation de la puissance du mode de rémunération aurait incité les hôpitaux à externaliser davantage certains soins jusqu'alors prodigués au sein de l'hôpital.

La présente note examine cette idée de manière critique. L'analyse théorique précise les conditions sous lesquelles une augmentation de la puissance des modes de rémunération des hôpitaux a pu contribuer à expliquer l'externalisation accrue de certains soins ; mais elle montre également que ce phénomène, loin d'être un effet pervers des modes de rémunération incitatifs, peut en fait contribuer à améliorer l'efficacité de la coordination entre différentes structures de soins.

De nombreuses innovations technologiques ont profondément modifié les pratiques de prise en charge hospitalière. En témoigne la forte baisse, dans tous les pays, des durées moyennes des séjours hospitaliers. Toutefois, cette baisse appelle

*. DELTA. (Paris-Jourdan), 48 boulevard Jourdan, 75014 Paris, IEMS (Université de Lausanne), CEPR.

quelques questions : traduit-elle une augmentation de la productivité de l'hôpital, celui-ci fournissant des services plus intensifs sur une durée plus courte ? Ou traduit-elle un transfert de certains soins vers d'autres producteurs, externes à l'hôpital ?

En effet, l'hôpital fournit plusieurs types de service. L'un est nécessairement produit à l'hôpital : certaines techniques diagnostiques (imagerie par résonance magnétique...), interventions chirurgicales, réanimation, surveillance de patients dont l'état de santé pourrait se dégrader rapidement, etc. Mais d'autres services peuvent être produits en dehors de l'hôpital (hospitalisation à domicile, certains soins infirmiers, etc.) Un des messages qui se dégage à la lecture de l'article de J. Newhouse porte sur l'externalisation de certains services de soins, qui aurait été encouragée par l'augmentation de la puissance des modes de paiement. Je me propose d'examiner cette question, à la fois d'un point de vue positif : quel est l'impact du mode de rémunération sur l'incitation à externaliser certains services ? et normatif : quand est-il efficace de produire les soins légers au sein d'un séjour hospitalier, ou au contraire de les externaliser ? Mon analyse se place dans le cadre général de la théorie des incitations, en présence d'asymétries d'information : l'agent (l'hôpital) peut fournir un effort inobservable par le principal (l'organisme de financement) ; cet effort réduit les coûts observés et améliore l'efficacité productive, mais cette amélioration de la productivité est coûteuse, au sens où l'hôpital supporte intégralement les coûts privés. Les seuls instruments à disposition du principal sont le mode de paiement, celui-ci devant être conditionnel à la partie observable des coûts. Le mode de paiement le plus puissant reste le budget global, puisque (au moins à court terme), le transfert est indépendant de l'activité : dans le cadre d'un tel mode de paiement purement prospectif, l'hôpital conserve tous les gains d'efficacité dus à une amélioration de sa productivité. À l'autre bout du spectre, le paiement à l'acte ne donne à l'hôpital aucune incitation à améliorer la productivité. Entre ces deux extrêmes, le paiement par pathologie constitue un mode plutôt prospectif, mais toutefois moins puissant que le budget global.

Augmenter la puissance réduit le problème d'aléa moral, et donc améliore l'efficacité *ex post* ; mais il faut garder en tête que ceci entraîne un transfert de risque vers l'hôpital, ce qui est inefficace *ex ante* si l'hôpital est averse au risque, ou s'il peut réagir par la mise en oeuvre de stratégies de sélection des patients. Ces effets négatifs ne seront pas évoqués dans ce commentaire : au sens strict, le modèle développé ne permet pas de traiter cet arbitrage entre incitations et partage des risques (ou sélection des patients).

1. Un modèle simple

Je suppose que lors d'un recours au système de soins l'output final, que l'on peut interpréter comme l'état de santé à l'issue du séjour ou plus généralement la qualité du service, est séparable en deux biens intermédiaires (pour garder le même vocabulaire que dans l'article de J. Newhouse, je parlerai d'inputs). Le premier élément (par exemple, une intervention chirurgicale) est nécessairement produit au sein de l'hôpital, et on note sa qualité q_1 . Le second élément (par exemple, soins de suite) peut être produit au sein de l'hôpital (qualité q_2) ou dans une autre structure de soins (qualité Q_2). Le coût de production des soins est décomposable en deux parties, l'une observable (la dépense de soins, supposée vérifiable) et l'autre de nature privée, inobservable ; la dépense de soins observable dépend des niveaux d'effort mis en oeuvre pour réduire les coûts pour chaque type d'input. On note e_1 le niveau d'effort de l'hôpital pour le premier input, pour une dépense associée $x_1(e_1)$, décroissante en e_1 . De la même manière, si le second input intermédiaire est produit en interne, la dépense associée est $x_2(e_2)$; s'il est produit en externe, la dépense est $X_2(E_2)$, où E_2 est le niveau d'effort de la structure externe.

Le coût privé de l'effort est noté pour l'hôpital $c(e_1, e_2)$, et pour l'autre structure $C(E_2)$; ces deux fonctions sont supposées croissantes et convexes, deux fois continûment dérivables. Le coût total de production est donc, selon le cas, $x_1(e_1) + x_2(e_2) + c(e_1, e_2)$ ou $x_1(e_1) + X_2(E_2) + c(e_1, e_2) + C(E_2)$.

Lorsque les deux inputs intermédiaires sont substituables, la fonction de coût c est telle que la dérivée croisée $c_{12} > 0$ (le coût de l'effort est supermodulaire) ; lorsque $c_{12} < 0$, les deux inputs sont complémentaires. Par exemple, un programme de formation du personnel se consacrant au service de premier type peut contribuer à améliorer la productivité de ce service ; l'expérience acquise par les gestionnaires de l'hôpital lors de programme de formation peut permettre de diminuer le coût d'un tel programme s'il est étendu au reste du personnel : on voit clairement que dans ce cas, les deux efforts sont complémentaires, ce qui se traduit bien par $c_{12} < 0$. En revanche, si une réduction du coût x_1 du premier service est obtenue en y affectant une partie du personnel plus productif que la moyenne, cela renchérit d'autant le coût d'un effort permettant d'améliorer l'efficacité du second service ; lorsque les deux types d'effort mobilisent une ressource identique et rare, on a bien $c_{12} > 0$. Pour simplifier la présentation, je suppose que les fonctions de coût c sont quadratiques :

$$c(e_1, e_2) = c_1 \frac{e_1^2}{2} + c_2 \frac{e_2^2}{2} + c_{12} e_1 e_2 \text{ et } C(E_2) = C_2 E_2^2 / 2.$$

La convexité de la fonction de coût impose $c_1 > 0$, $c_2 > 0$, et $c_1 c_2 - c_{12}^2 > 0$.

Toujours par souci de simplification, je suppose que la dépense est liée au niveau d'effort par une relation linéaire, du type $x_i(e_i) = x_i^0 - k_i e_i$ ou $X_2(E_2) = X_2^0 - K_2 E_2$ selon le cas.

Même un modèle aussi simple peut éclairer certains des éléments évoqués dans l'article de J. Newhouse. Un des premiers points soulevés par l'article est l'incitation à externaliser, à laquelle font face les hôpitaux lorsqu'ils sont payés sur une base prospective. L'analyse formelle de cette question nécessite de préciser le mode de paiement des producteurs de soins. Le transfert reçu par un hôpital qui déclare un coût de x est noté $t(x)$; je suppose que le principal (ici l'organisme qui paie les hôpitaux) ne peut déduire le niveau d'effort e de l'observation de x ⁽¹⁾. Je me restreins également aux mécanismes linéaires, du type :

$$t(x) = (1 - a)x + b.$$

La puissance du mode de rémunération est représentée par le paramètre a . Dans le cas $a = 0$ le paiement est totalement rétrospectif (« cost-plus », paiement à l'acte); dans le cas $a = 1$ il est totalement prospectif (paiement indépendant de l'activité, budget global). L'élément forfaitaire b est transféré pour satisfaire toute éventuelle contrainte de participation. On peut supposer qu'il dépend tout de même de l'étendue des services fournis à l'hôpital; si les deux inputs sont produits en interne, l'hôpital reçoit un paiement $t = (1 - a)(x_1 + x_2) + b_1 + b_2$; en cas d'externalisation, il reçoit $t = (1 - a)x_1 + b_1$.

Lorsque l'hôpital produit les deux inputs en interne, son revenu net² s'écrit :

$$\Pi^{1,2}(a) = \max_{e_1, e_2} (-a(x_1(e_1) + x_2(e_2)) - c(e_1, e_2) + b_1 + b_2).$$

La solution de ce problème, dans la spécification ci-dessus d'un coût linéaire pour x et quadratique pour c est notée $(e_1^{**}(a), e_2^{**}(a))$.

En revanche, lorsque seul le premier input est produit en interne, la fonction de revenu s'écrit :

$$\Pi^1(a) = \max_{e_1, e_2} (-ax_1(e_1) - c(e_1, e_2) + b_1),$$

1. au sens strict, le modèle présenté ici doit s'interpréter comme la forme réduite d'un modèle plus complet, dans lequel le niveau de dépense x serait une fonction aléatoire de l'effort; dans ce type classique de modèle d'aléa moral la réalisation de la variable aléatoire endogène permet de renseigner sur le niveau d'effort, mais imparfaitement.

2. La prise en compte un objectif mixte où l'hôpital pondère la qualité de l'output final et son revenu net (i.e., son profit) ne modifie pas sensiblement l'analyse.

et la solution de ce problème est notée $(e_1^*(a), e_2^*(a))$. Afin d'éviter les solutions de coin qui compliqueraient inutilement l'analyse, je suppose que les coûts croisés ne sont pas trop élevés, c'est-à-dire que :

$$c_{12} \leq c_2(k_1/k_2) \text{ et } c_{12} \leq c_1(k_2/k_1). \quad (1)$$

Cette hypothèse est toujours vérifiée lorsque les inputs sont substitués ($c_{12} < 0$). Dans le cas complémentaire, je me place sous cette hypothèse dans la suite de mon analyse. De la même façon, il faudrait s'assurer que le niveau d'effort optimal ne conduit jamais à une dépense x négative ; sans plus de précision, je supposerai que la dépense pour un niveau d'effort nul, x_i^0 , est suffisamment grand pour que cette condition soit toujours respectée.

On peut alors énoncer le résultat suivant :

Proposition 1 : *Chaque niveau d'effort est croissant avec a . D'autre part, on a toujours $e_2^{**} \geq e_2^*$. Enfin, dans le cas complémentaire, on a aussi $e_1^{**} \geq e_1^*$; mais dans le cas substitut, on a $e_1^{**} \leq e_1^*$.*

L'intuition de ce résultat, dont la démonstration est donnée en annexe, est claire. Une augmentation de la puissance a entraîne que l'hôpital conserve une part plus importante des gains de productivité liés à un niveau d'effort plus élevé, ce qui entraîne une augmentation du niveau d'effort. Le niveau d'effort e_2 est toujours plus faible lorsque l'input correspondant est externalisé. Dans le cas où les deux inputs sont complémentaires, ceci a pour effet de diminuer également le niveau d'effort e_1 ; alors que dans le cas substitut, la baisse de e_2 est compensée par une augmentation de e_1 .

Ces éléments techniques étant précisés, il est maintenant possible d'aborder quelques-unes des questions soulevées par l'article de J. Newhouse. Tout d'abord, selon l'auteur, l'augmentation de la puissance du mode de rémunération a incité les hôpitaux à externaliser davantage certaines de leurs activités. Si cette affirmation semble intuitivement correcte, la section suivante montre que ce n'est pas toujours le cas lorsque les inputs sont complémentaires.

2. Décision d'externaliser

La décision d'externaliser peut simplement s'analyser comme le choix qui permet d'obtenir le revenu maximal. Si on note $\Delta\Pi(a) = \Pi^{1,2}(a) - \Pi^1(a)$, l'hôpital externalisera la production du deuxième input si $\Delta\Pi(a) < 0$. Dans le cadre du modèle développé, il est simple de caractériser cette incitation : lorsque $\Delta\Pi(a)$ diminue avec a , une augmentation de la puissance incite bien l'hôpital à externaliser : si

l'hôpital préfère externaliser pour une valeur de a , alors il préférera externaliser pour toute valeur de a plus grande.

Proposition 2 : *Dans le cas substitut, une augmentation de a incite toujours l'hôpital à externaliser. Dans le cas complémentaire, lorsque les services de type 2 sont peu coûteux et que les effets de complémentarité des coûts sont importants, une augmentation de a peut inciter l'hôpital à internaliser l'ensemble des services.*

Démonstration : Le théorème de l'enveloppe assure que la variation marginale du revenu net lorsque a varie est égale, dans le premier cas, à $\frac{\partial \Pi^{12}}{\partial a}(a) = -(x_1(e_1^{**}) + x_2(e_2^{**}))$ et dans le second à $\frac{\partial \Pi^1}{\partial a}(a) = -x_1(e_1^*)$. On a donc :

$$\frac{\partial \Delta \Pi}{\partial a} = k_1(e_1^{**} - e_1^*) - (x_2^0 - k_2 e_2^{**}).$$

Le premier effet traduit le fait qu'une puissance accrue du mode de rémunération permet à l'hôpital de conserver une part plus importante des gains liés à un effort accru. Dans le cas substitut, l'effort est moins important dans le cas « interne » (on a alors $e_1^{**} < e_1^*$), et les gains liés à une augmentation de a sont moins importants en cas d'internalisation. Cet effet est donc toujours négatif.

Le second effet traduit le fait que, en cas d'internalisation, une augmentation de a entraîne une part plus élevée de la dépense x_2 à la charge de l'hôpital. Cet effet est donc toujours négatif, et une augmentation de a se traduit par une incitation accrue à externaliser.

Dans le cas complément, en revanche, on a $e_1^{**} > e_1^*$. Une hausse de a entraîne donc une augmentation de la part des gains liés à un effort accru conservés par l'hôpital ; cet effet peut compenser l'effet négatif « direct » lié à la dépense x_2 . En effet, on a dans ce cas :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta \Pi}{\partial a} &= k_1(e_1^{**} - e_1^*) - (x_2^0 - k_2 e_2^{**}) \\ &= \frac{a}{c_1 c_2 - c_{12}^2} (-c_{12} k_1 k_2) - x_2^0 + \frac{a}{c_1 c_2 - c_{12}^2} k_2 (c_1 k_2 - c_{12} k_1) \\ &= \frac{a k_2}{c_1 c_2 - c_{12}^2} (-2c_{12} k_1 + c_1 k_2) - x_2^0 \end{aligned}$$

Il est facile de voir que, lorsque l'effet de complémentarité est suffisamment important (c_{12} fortement négatif), et que les services de suite ne sont pas trop coûteux (x_2^0 pas trop grand), l'effet total reste positif. Dans ce cas, une augmentation de a incite l'hôpital à produire ce type de services en interne.

3. L'externalisation est-elle inefficace ?

Lorsque le mode de rémunération est moins puissant pour les services de suite (ce qui était le cas aux États-Unis pour la période décrite par J. Newhouse), il est clair que l'externalisation de ces services conduit de fait à une diminution de la puissance « moyenne » du schéma sur l'ensemble des services produits ; les services de suite étant rémunérés par un schéma moins puissant, l'efficacité productive est diminuée.

Toutefois, une réponse « simple » à ce problème pourrait être de donner aux modes de rémunération des services de suite la même puissance que celle de l'hôpital. Dans cette situation, on peut alors se demander si l'externalisation est une pratique nécessairement inefficace³ ; dans une situation où les services de suite seraient rémunérés à l'activité, les arguments en faveur de l'internalisation seront renforcés ; mais l'étude de la situation de référence permet déjà d'évaluer certains arguments en faveur d'une production interne, et d'isoler les effets imputables à la simple coordination des activités.

Si on suppose qu'aucune distorsion n'est entraînée par la mise en place de transferts monétaires du principal vers les agents, le bien-être total n'est rien d'autre que la qualité produite, nette des coûts totaux de production. Dans le cas d'une production interne, on a donc :

$$W^i(a) = q_1 + q_2 - (x_1(e_1^{**}(a)) + x_2(e_2^{**}(a))) - c(e_1^{**}(a), e_2^{**}(a)).$$

Dans le cas d'une production externe, on a :

$$W^e(a) = q_1 + Q_2 - (x_1(e_1^*(a)) + X_2(E_2^*(a))) - c(e_1^*(a), e_2^*(a)) - C(E_2^*(a)).$$

Le gain (ou la perte) de bien-être lié à l'externalisation peut donc s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} W^i - W^e &= (q_2 - Q_2) + (x_2^0 - X_2^0) + k_1(e_1^{**} - e_1^*) + (k_2 e_2^{**} - K_2 E_2^*) \\ &\quad - (c(e_1^*, e_2^*) - c(e_1^{**}, e_2^{**})) + C(E_2^*). \end{aligned}$$

Les différents éléments de cette différence sont clairs : le premier porte sur la différence éventuelle de qualité ; le deuxième sur la différence de coût observable en l'absence d'effort ; le troisième sur la différence de niveau d'effort par l'hôpital ;

3. Rappelons que ce commentaire ne porte que sur l'analyse de l'efficacité *ex post*. Il conviendrait de compléter cette analyse par la prise en compte des inefficacités *ex ante* déjà évoquées (partage des risques, sélection des patients).

le quatrième sur la différence de coût x_2 entraîné à la fois par la différence de niveau d'effort (e_2 ou E_2) et par une éventuelle différence de productivité (k_2 ou K_2) de cet effort ; le cinquième porte sur la différence de coût privé pour l'hôpital ; le sixième terme est le coût privé de l'effort pour le service externe.

Afin de centrer l'analyse sur les gains liés à la coordination des services, supposons que les fonctions de coût sont identiques au sens suivant : $k_2 = K_2$, et $C(E) = c_2 E^2 / 2$. Les différences éventuelles de qualité ou de coût s'analyseraient de manière simple dans ce cadre, et n'apporteraient aucune surprise. Il faut maintenant distinguer le cas substitut ou le cas complémentaire, car ils correspondent à des niveaux d'effort ($e_1^*(a), e_2^*(a)$) différents.

Proposition 3 : *Dans le cas complémentaire, on a $W^i > W^e$; dans le cas substitut, on a $W^i < W^e$.*

La démonstration de cette proposition est donnée en annexe. Elle énonce qu'il est toujours plus efficace, lorsque les coûts sont sous modulaires ($c_{12} < 0$), de produire l'input de deuxième type en interne. En effet, la complémentarité des inputs permet de bénéficier de rendements de gamme. En revanche, lorsque les efforts sont substitués, l'internalisation des deux types de service entraîne une diminution du niveau d'effort e_1 (voir la proposition 1). L'internalisation est donc une mauvaise chose du point de vue de l'efficacité *ex post*.

Il convient de préciser quelques éléments pour mieux situer cette analyse en « bien-être ». D'une part, l'analyse détermine un optimum de second rang, contraint par la pauvreté des instruments utilisés : seul le mode de rémunération permet d'agir sur l'allocation des niveaux d'effort. D'autre part, le bien-être total (dans chacune des situations) est toujours croissant en a : comme le modèle ne considère que l'incitation à l'efficacité productive, le meilleur mode de rémunération a toujours une puissance maximale, c'est-à-dire $a = 1$. Une analyse complète devrait intégrer les aspects négatifs liés au transfert du risque de santé (lié à l'état de santé des patients) vers le producteur de soins.

Enfin, j'ai choisi d'étudier une situation de référence dans laquelle les différents producteurs de soins sont tous payés selon le même mode de rémunération (en particulier, avec la même puissance a). Or, en pratique, les modes de paiement prospectifs (notamment le paiement par pathologie) sont beaucoup plus adaptés à l'hospitalisation dite « complète », et moins utilisés pour les autres types de service (médecine ambulatoire, hôpital de jour, et à plus forte raison l'hospitalisation à domicile ou les soins infirmiers). La prise en compte de cet aspect (A , la puissance du mode de rémunération des soins de suite, serait inférieure à a) rendrait l'internalisation encore plus souhaitable dans le cas complémentaire, mais diminuerait l'attrait de l'externalisation dans le cas substitut. D'autres éléments, en termes de différence de qualité ou de niveau de coût « absolu » (X_2^0 versus x_2^0) pourraient compléter les arguments en faveur de l'une ou l'autre des solutions.

4. Conclusion

En guise de conclusion, rappelons les quelques éléments mis en lumière par cette analyse théorique rapide.

Tout d'abord, l'intuition que l'augmentation de la puissance du mode de rémunération incite nécessairement les hôpitaux à externaliser les services de suite doit être qualifiée : ceci n'est vrai que si la fonction de coût privé est super modulaire (inputs substituables).

Ensuite, l'externalisation n'est pas nécessairement une mauvaise chose. Ainsi, dans le cas substitut, il est toujours plus efficace d'effectuer les soins de suite en dehors de l'hôpital (sous réserve que les modes de rémunération aient la même puissance). Dans cette situation, une augmentation de la puissance incite l'hôpital à externaliser davantage les services de suite, ce qui peut être vu comme un double bénéfice, puisqu'elle conduit non seulement à une production plus efficace, mais aussi à une organisation plus efficace.

Dans le cas complémentaire, il est toujours plus efficace de produire l'intégralité du service au sein de l'hôpital. Il faut alors distinguer deux situations.

Lorsque le deuxième input est peu coûteux par rapport au premier (c'est-à-dire lorsque x_2^0 est petit), et que les effets de complémentarité sont suffisamment importants (c'est-à-dire que c_{12} est suffisamment grand en valeur absolue), alors $\Delta\Pi$ est croissant avec a : l'augmentation de a permet à l'hôpital de conserver une part plus importante des gains de productivité concernant le premier input, et cet effet peut dominer la part plus élevée des dépenses liées au deuxième input laissée à sa charge : cette augmentation incite donc l'hôpital à produire le deuxième input, ce qui encore une fois va dans le sens d'une organisation plus efficace. En revanche, lorsque $\Delta\Pi$ est décroissant avec a , une hausse de a incite à externaliser le deuxième input ; dans ce cas, alors qu'une augmentation de a améliore l'efficacité productive de chacun des inputs, elle conduit à une organisation inefficace de la production des deux inputs.

Il faut enfin noter que l'analyse a porté uniquement sur l'effet d'un seul instrument (la puissance du mode de rémunération). Celui-ci a un impact indiscutable sur la productivité de chacun des producteurs de soins, mais un effet ambigu dans certains cas sur l'organisation de la production entre les différents producteurs. Or ce deuxième aspect peut être traité très simplement en agissant sur la part forfaitaire du mode de rémunération : adapter le niveau de b_2 permettrait d'inciter à adopter la meilleure organisation des soins : il conviendrait alors d'augmenter b_2 dans le cas complémentaire, et de le diminuer dans le cas substitut. En d'autres termes, on ne peut pas attendre d'un seul instrument (la puissance du mode de rémunération) qu'il réponde à deux objectifs de nature différente, l'efficacité productive et l'efficacité organisationnelle.

5.1. Démonstration de la proposition 1.

Il faut tout d'abord déterminer les niveaux d'effort résultant de la maximisation du revenu net, pour un mode de rémunération (a) donné.

Production interne

En cas de production interne, la fonction de revenu est donnée par :

$$\Pi^{1,2}(a) = \max_{e_1, e_2} (-a(x_1(e_1) + x_2(e_2)) - c(e_1, e_2) + b_1 + b_2).$$

La solution de ce problème, dans la spécification retenue d'un coût linéaire pour x et quadratique pour c est donnée par :

$$\begin{aligned} e_1^{**}(a) &= \frac{a}{c_1 c_2 - c_{12}^2} (c_2 k_1 - c_{12} k_2) \\ e_2^{**}(a) &= \frac{a}{c_1 c_2 - c_{12}^2} (c_1 k_2 - c_{12} k_1) \end{aligned}$$

Notons que la convexité de la fonction de coût impose $c_1 c_2 - c_{12}^2 \geq 0$. En outre, (e_1^{**}, e_2^{**}) ci-dessus est déterminée par les conditions de premier ordre ; comme le problème est globalement convexe, il s'agit bien de la solution dès lors qu'elle est intérieure, ce qui est assuré par l'hypothèse (1). On peut alors montrer que le niveau de coût est égal (après quelques calculs...) à :

$$c(e_1^{**}, e_2^{**}) = \frac{a^2}{2(c_1 c_2 - c_{12}^2)} (c_2 k_1^2 + c_1 k_2^2 - 2c_{12} k_1 k_2).$$

Enfin, le revenu net est égal à :

$$\Pi^{1,2}(a) = \frac{a^2}{2(c_1 c_2 - c_{12}^2)} (c_2 k_1^2 + c_1 k_2^2 - 2c_{12} k_1 k_2) - a(x_1^0 + x_2^0) + (b_1 + b_2).$$

En cas d'externalisation, la fonction de revenu s'écrit :

$$\Pi^1(a) = \max_{e_1, e_2} (-a x_1(e_1) - c(e_1, e_2) + b_1)$$

La solution de ce problème dépend de l'hypothèse sur la fonction de coût.

Production externe : cas complémentaire

Lorsque la fonction de coût est sous-modulaire ($c_{12} \leq 0$, inputs complémentaires), le niveau d'effort optimal est donné par :

$$\begin{aligned} e_1^*(a) &= \frac{a}{c_1 c_2 - c_{12}^2} (c_2 k_1) \\ e_2^*(a) &= -\frac{a}{c_1 c_2 - c_{12}^2} (c_{12} k_1); \end{aligned}$$

dans ce cas le coût est égal à $c(e_1^*, e_2^*) = \frac{a^2}{2(c_1 c_2 - c_{12}^2)} c_2 k_1^2$, et le revenu net égal à $\Pi^1(a) = \frac{a^2}{2(c_1 c_2 - c_{12}^2)} c_2 k_1^2 - a x_1^0 + b_1$.

Production externe : cas substitut

En revanche, lorsque les inputs sont substitués ($c_{12} \geq 0$), on a :

$$\begin{aligned} e_1^*(a) &= \frac{a}{c_1} k_1 \\ e_2^*(a) &= 0; \end{aligned}$$

le niveau du coût est égal à $\frac{a^2}{2c_1} k_1^2$;

le revenu net est égal à $\Pi^1(a) = \frac{a^2}{2c_1} k_1^2 - a x_1^0 + b_1$.

Ce n'est pas une surprise : dans tous les cas chacun des niveaux d'effort augmente avec la puissance du mode de rémunération a . On peut alors démontrer la proposition 1.

Dans le cas substitut, on a $e_1^{**} - e_1^* = -\frac{ac_{12}}{c_1(c_1 c_2 - c_{12}^2)} (c_1 k_2 - k_1 c_{12})$, qui est toujours négatif. En outre, comme $e_2^* = 0$, on a $e_2^{**} - e_2^* = e_2^{**} > 0$. Dans le cas complément, on a $e_1^{**} - e_1^* = -\frac{ac_{12}}{c_1 c_2 - c_{12}^2} k_2 \geq 0$; et $e_2^{**} - e_2^* = \frac{ac_1}{c_1 c_2 - c_{12}^2} k_2 \geq 0$, ce qui démontre la proposition 1.

5.2. Démonstration de la proposition 3.

Cas substitut : après calculs, il vient :

$$W^i - W^e = \frac{c_{12}}{c_1 c_2 (c_1 c_2 - c_{12}^2)} a \left(1 - \frac{a}{2}\right) [c_2 c_{12} k_1^2 - 2c_1 c_2 k_1 k_2 + c_1 c_{12} k_2^2].$$

Le terme entre crochets [.] peut s'écrire sous la forme suivante :

$$k_1 c_2 (k_1 c_{12} - k_2 c_1) + k_2 c_1 (k_2 c_{12} - k_1 c_2),$$

qui est toujours négatif sous l'hypothèse (1).

Cas complément : après calculs, il vient :

$$W^i - W^e = \frac{c_{12} k_2}{c_2 (c_1 c_2 - c_{12}^2)} a \left(1 - \frac{a}{2}\right) [c_{12} k_2 - 2c_2 k_1].$$

Comme ce cas correspond à $c_{12} < 0$, cette différence est toujours positive.