Georges. A. Bordes

Michel Le Breton

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/economiepublique/1769>

DOI : [10.4000/economiepublique.1769](https://doi.org/10.4000/economiepublique.1769)

ISSN : 1778-7440

Éditeur

IDEP - Institut d'économie publique

Édition imprimée

Date de publication : 15 juin 2006

ISBN : 39-84-87-J

ISSN : 1373-8496

Référence électronique

Michel Le Breton, « Georges. A. Bordes », *Économie publique/Public economics* [En ligne], 16 | 2005/1, mis en ligne le 21 avril 2006, consulté le 12 septembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/economiepublique/1769> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/economiepublique.1769>

économie publique public economics

Revue de l'**Institut d'Économie Publique**

Deux numéros par an

n° 16 – 2005/1

économiepublique sur internet : www.economie-publique.fr

© Institut d'économie publique – IDEP

Centre de la Vieille-Charité

2, rue de la Charité – F-13002 Marseille

Tous droits réservés pour tous pays.

Il est interdit, sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, de reproduire (notamment par photocopie) partiellement ou totalement le présent ouvrage, de le stocker dans une banque de données ou de le communiquer au public, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit.

Imprimé en France.

La revue **économie**publique bénéficie du soutien du Conseil régional Provence-Alpes-Côte d'Azur

ISSN 1373-8496

Dépôt légal avril 2006 – n° imprimeur 398487J

Apports récents à l'économie publique

A Tribute to Recent Contributions in Public Economics

Georges. A. Bordes

Michel Le Breton *

Georges Bordes s'est éteint dans la nuit du 12 au 13 Mai 2005 à l'âge de 60 ans. J'ai eu le privilège de collaborer avec lui à de très nombreuses reprises sur deux projets scientifiques qui nous tenaient à cœur à l'époque de notre rencontre. Celle-ci eu lieu en mai 1986 à Marseille à l'occasion du colloque de l'ASSET. Nous commençâmes à échanger quelques idées et esquisser des pistes de recherche sur le rôle des conditions de domaine dans les théorèmes d'impossibilité du type de celui d'Arrow. Ce début de collaboration fut poursuivi par lettres jusqu'à l'été où il m'invita à venir travailler avec lui à Carsac, dans le Périgord, où il possédait une maison. A compter de cet été 1986, nous prîmes l'habitude de nous voir à Carsac, toutes les années durant lesquelles notre travail en commun s'est poursuivi. Je me souviens de cette période avec beaucoup d'émotion car, comme on peut l'imaginer, une amitié profonde était née entre nous à l'occasion de cette aventure scientifique. Nos journées étaient loin d'être consacrées entièrement au travail et l'après midi nous partions, en compagnie de nos épouses, en canoé sur la Dordogne ou à la découverte du patrimoine et des nombreux sites que cette belle région compte à son actif.

Georges Bordes était ce qu'il est convenu d'appeler une forte personnalité, hors du commun à tous égards. Il détestait la demi-mesure, les discours empruntés, artifices et faux-semblants de toutes sortes, donnant parfois l'impression à ceux dont il croisait trop rapidement la route, d'un écorché vif aux allures de sauvageon. Beaucoup de traits seraient nécessaires pour le décrire avec un minimum de précision. Rien ne le laissait indifférent. Il était curieux de tout ou presque : littérature, poésie, science(s), musique, bandes dessinées, cinéma... Il aimait les jeux et sa mémoire exceptionnelle lui permettait d'accumuler en vrac des informations de toute

*. Gremaq et Idei. Je remercie Bernard Monjardet, Jerry Kelly et Vêlayoudom Marimoutou de m'avoir communiqué des renseignements utiles à l'occasion de la préparation de cet article. Je suis très reconnaissant à Ghislaine Toussaint du Musée Aquarium de Nancy de m'avoir expédié un tiré à part de l'article de Georges consacré à l'étude d'une famille de poissons. Je remercie enfin Philippe De Donder, Jean Frayssse et Alain Trannoy de leurs commentaires sur une première version de ce manuscrit.

nature. Combien de fois ne m'a-t-il pas demandé quels étaient les quatre prénoms du comte de Champignac ou encore le casting du western « Les sept Mercenaires » ! Il dévorait les magazines qui lui tombaient sous la main et commençait sa journée par la lecture de la presse régionale et nationale. L'analyse économique ne représentait qu'une infime fraction de son champ de curiosité. Son destin et sans doute les hasards de la vie l'avaient conduit à occuper une fonction universitaire dans le domaine des sciences économiques, mais je n'ai aucune difficulté à l'imaginer professeur de géologie ou biologie ou de toute autre discipline. Il avait hérité de son père François Bordes¹, professeur de géologie quaternaire et préhistoire à la Faculté des Sciences de Bordeaux, un goût très prononcé pour le travail de terrain : à Carsac, il aimait me montrer les chantiers de fouilles archéologiques où son père avait l'habitude d'instruire ses étudiants.

Pour tout dire, j'étais très impressionné par son érudition. Lorsqu'il se prenait de passion pour un problème dont il ignorait la solution, il pouvait y consacrer une énergie considérable. Bordes (1974) contient un exposé du comportement de l'*Etroplus Maculatus*, un poisson de la famille des Cichlidés que Georges élevait et observait dans l'aquarium qu'il avait conçu et installé à son domicile. L'étude d'une famille de treillis dans Bordes (1976b) constitue, quant à elle, une contribution abstraite à l'algèbre des structures discrètes. Je suis certain qu'il reste encore ici ou là des manuscrits et notes sur des sujets variés qui l'auront occupé à un moment ou un autre de son parcours et dont j'ignore l'existence.²

Dans cet article, je me limiterai à une brève description de ses principales contributions à l'analyse économique. Celles-ci ont porté presque exclusivement sur la théorie du choix social, une branche de la théorie économique ayant pour objet l'étude axiomatique des mécanismes de la décision collective. Il a apporté à ce domaine plusieurs contributions majeures. Je me suis efforcé d'en offrir une lecture cohérente en mettant l'accent sur le fil conducteur de celles-ci. La liste complète de ses travaux apparaît à la fin de cet article.

1. François Bordes est une figure incontournable de la communauté des préhistoriens français. Il a apporté des contributions majeures à la connaissance du Paléolithique. On lui doit plusieurs concepts sur lesquels les spécialistes continuent d'appuyer leurs descriptions et leurs interprétations en ce qui concerne le comportement des Néandertaliens. Il a également écrit de nombreux romans de science-fiction sous le pseudonyme de Francis Carsac.

2. Je remercie son épouse Marie de m'avoir permis de lire quelques-uns des poèmes qu'il avait écrits dans ses jeunes années.

1. La Rationalité collective et le théorème d'Arrow

Georges Bordes a consacré une très grande partie de sa recherche à un examen minutieux du théorème d'Arrow³. Ce résultat l'intriguait tant dans sa dimension mathématique que comme contribution axiomatique à la théorie du choix social⁴. Le théorème d'Arrow énonce qu'un mécanisme de choix social défini sur une classe universelle d'environnements et vérifiant simultanément une propriété de cohérence, une propriété d'efficacité et une propriété d'indépendance doit être insensible aux préférences des membres de la société à l'exception de celles d'un seul d'entre eux. Cet agent est dès lors l'unique membre du groupe dont le point de vue soit pris en considération dans le choix collectif. On admettra aisément qu'une telle répartition du pouvoir est difficilement défendable et réconciliable avec l'idée de ce qu'elle devrait être dans une démocratie quels que soient les détails d'une telle définition. Il était donc naturel de se demander laquelle (lesquelles) de ces exigences portait (portaient) la responsabilité de cette conclusion alarmante. La cohérence demandée aux choix collectifs est-elle excessive ? Faut-il renoncer au principe d'efficacité de Pareto ? Serait-il judicieux d'affaiblir la condition d'indépendance ? Ou encore, doit-on renoncer à demander au mécanisme de devoir apporter une réponse pour tout environnement logiquement possible et se contenter dès lors de limiter son champ d'application à une classe restreinte de circonstances ? Les travaux de Georges ont apporté des réponses à la première et à la quatrième question.

Ses premiers travaux ont porté sur la responsabilité de la condition de rationalité collective retenue par Arrow dans l'obtention du résultat d'impossibilité. Rappelons qu'Arrow s'intéressait aux fonctions associant à toute liste de préférences individuelles supposées être des préordres complets une préférence sociale dont il exigeait qu'elle soit aussi un préordre complet. Le planificateur social d'Arrow classe complètement l'ensemble des alternatives en concurrence. Pour examiner les implications de cette propriété, il est utile de modifier le formalisme de base d'Arrow afin d'énoncer le problème comme un problème de choix collectif et non comme un problème de classement collectif. A cet effet, nous introduisons quelques notations et concepts de base.

Nous considérons une société N composée de n membres qui doit choisir une

3. Il travaillait depuis plusieurs années à la rédaction d'un livre sur le théorème d'Arrow dont j'ai pu lire de larges extraits. Il est hélas vraisemblable que ce manuscrit reste à jamais inachevé.

4. Il partageait cette fascination avec, entre autres, Campbell et Kelly qui se sont livrés à un examen microscopique du théorème ; on trouvera dans D. Campbell et J. Kelly (2002) une présentation synthétique de leurs travaux et conclusions.

alternative dans un ensemble universel d'options X^5 . Par universel, nous entendons que l'ensemble des options réalisables sera nécessairement un sous-ensemble de l'ensemble X : en quelque sorte, X borne supérieurement l'ensemble des options qui seront effectivement accessibles aux membres du groupe N . Les préférences du membre i de la société sur l'ensemble universel d'options sont décrites par un préordre complet R_i sur X . Dans la suite on notera $\mathbf{P}$ l'ensemble des préordres complets. Un profil de préférences individuelles est un n -tuple $P \equiv (R_1, R_2, \dots, R_n)$ de préférences individuelles. Soit $\mathbf{D}$ un sous-ensemble de profils de préférences individuelles et $\mathcal{X}$ un sous-ensemble de $\mathcal{P}(X)$, l'ensemble des parties non vides de X . Un mécanisme de choix social de domaine $\mathbf{D} \times \mathcal{X}$ est une application C définie sur $\mathbf{D} \times \mathcal{X}$ et à valeurs dans $\mathcal{P}(X)$ telle que pour tout $(P, A) \in \mathbf{D} \times \mathcal{X}$, $C(P, A)$ est une partie non vide de A .

Un mécanisme de choix social décrit les options retenues par la société pour toutes les circonstances ou environnements de décision collective pouvant se présenter. Un input du mécanisme est donc ici une paire comprenant deux éléments : un profil de préférences décrivant l'état de l'opinion au sein de la société et un ensemble d'options réalisables parmi celles qui étaient concevables au départ. L'ensemble des circonstances admissibles est un sous-ensemble de l'ensemble $\mathbf{P}^n \times \mathcal{P}(X)$. Le concept de mécanisme de choix social est ici le concept de base sur lequel va porter la discussion. Il doit être contrasté au concept de fonction de bien être social chez Arrow qui est définie comme une application F de $\mathbf{D}$ à valeurs dans $\mathcal{B}$, l'ensemble des relations binaires sur A : à un profil admissible P de préférences individuelles, on associe une comparaison binaire $F(P)$ des options concevables. Comme cela a déjà été indiqué, Arrow imposait de plus que la relation binaire $F(P)$ soit complète et transitive.

Georges a écrit plusieurs contributions ayant pour objet d'explorer la classe des mécanismes de choix social satisfaisant certaines conditions de cohérence. Dans le contexte du choix individuel, une condition de cohérence est une condition qui impose des contraintes sur l'ensemble des options sélectionnées par le mécanisme lorsque l'agenda diminue ou grandit. Par exemple, on peut exiger qu'une option sélectionnée le reste lorsqu'elle est toujours disponible dans un ensemble de choix inclus dans celui pour lequel elle avait été retenue au départ : cette condition de cohérence est appelée condition de Chernoff (Chernoff, 1954) ou encore condition α . A l'inverse, on peut demander que lorsqu'un agenda grandit, si une option choisie au départ survit à l'agrandissement, alors toutes les options choisies au départ doivent survivre à l'agrandissement : cette condition de cohérence est appelée condition β . De nombreuses autres conditions de cohérence ont été introduites et examinées dans une littérature abstraite portant sur la théorie du choix ⁶ :

5. Nous supposons que X contient au moins trois alternatives.

6. Cette littérature peut être vue comme une version abstraite (dans la mesure où elle ne suppose

Georges lui même a contribué à cette littérature (Bordes, 1976a) en introduisant et étudiant une propriété de cohérence qu'il a appelée condition $\beta+$ qui demande que lorsque l'agenda grandit, si l'ensemble des options choisies contient des options de l'agenda de départ (pas forcément des options choisies dans l'agenda de départ), alors toutes les options choisies au départ doivent survivre à l'agrandissement. Un mécanisme C de domaine X est dit rationalisable si il existe une relation binaire R telle que :

$$C(A) = \{a \in A : aRb \text{ pour tout } b \in A\} \text{ pour tout } A \in X$$

La relation R est appelée une rationalisation de C . Un mécanisme de choix est donc rationalisable si le choix collectif résulte de la maximisation d'une préférence collective. A supposer qu'elle existe, on peut exiger beaucoup ou peu de régularité de cette rationalisation. On peut demander qu'elle soit transitive, quasi-transitive ou tout simplement acyclique. Une relation binaire R est acyclique si pour tout k -tuple d'alternatives $\{a_1, a_2, \dots, a_k\}$, $a_1 \widehat{R} a_2 \widehat{R} \dots \widehat{R} a_k \widehat{R} a_1$ est impossible⁷ ; une relation binaire R est 3-acyclique si pour tout triplet d'alternatives $\{a_1, a_2, a_3\}$, $a_1 \widehat{R} a_2 \widehat{R} a_3 \widehat{R} a_1$ est impossible. Dans le cas où $X \supseteq P_f(X)$, l'ensemble des parties finies de X , la rationalisation est nécessairement unique et acyclique.

Notons que lorsque X contient l'ensemble de toutes les paires possibles, alors on peut construire une préférence qui a les traits d'une préférence collective révélée. Étant donnés deux options a et b et un profil P , on peut en effet interpréter la propriété $a \in C(P, \{a, b\})$ comme signifiant que dans le cas du profil P , la société préfère faiblement a à b . Notons $R_C(P) = R_C$ la relation binaire ainsi construite. La question naturelle qui se pose alors est : peut-on retrouver $C(P, A)$ pour tout agenda A autre qu'une paire, à partir de la simple connaissance de R_C ? La réponse est certainement affirmative si un processus de maximisation régulier se cache derrière le mécanisme de choix. Tout dépend bien sûr de ce que l'on entend par régulier. Si le mécanisme est rationalisable l'information binaire suffit. Bien sûr, c'est loin d'être toujours le cas. Si par exemple $C(P, A)$ est l'ensemble des gagnants de Borda en restriction à A , la connaissance de $R_C(P)$ ne permet pas de calculer $C(P, A)$.

Pour aller plus avant dans l'analyse, considérons les deux propriétés suivantes qui sont au coeur de l'analyse d'Arrow. Un mécanisme est dit (faiblement) *parétien* si pour tout profil admissible P , tout agenda A et toute paire $\{a, b\} \subseteq A$, si $a \widehat{R}_i b$ pour tout $i \in N$, alors $b \notin C(P, A)$. Un mécanisme vérifie l'*indépendance vis-à-vis des alternatives non réalisables* si pour toute paire de profils admissibles $\{P, P'\}$,

pas la structure euclidienne de l'ensemble de choix des ménages) de la théorie classique de la préférence révélée.

7. Dans cet article, je noterai respectivement $\widehat{R}$ et $\widetilde{R}$ les composantes asymétrique et symétrique de la relation binaire R . Pour tout $A \subseteq X$, on notera $R|A$ la restriction de R à A .

tout agenda A , si $R_i \mid A = R'_i \mid A$; un tel mécanisme sera appelé plus simplement indépendant dans la suite de cet article. Un mécanisme est Parétien si toute option jugée inférieure au sens strict et à l'unanimité à une autre option est exclue de la sélection. Un mécanisme est indépendant si l'information utilisée pour effectuer la sélection dans A se limite aux préférences individuelles en restriction à A .

Le théorème d'Arrow étudie la classe des mécanismes parétiens et rationalisables par une relation transitive vérifiant l'indépendance vis-à-vis des alternatives non réalisables. Précisément, il examine les implications de ces trois propriétés sur la dispersion du pouvoir entre les membres du groupe. On aimerait que d'une certaine façon toutes les préférences individuelles puissent être représentées dans le choix collectif. Un mécanisme est dit dictatorial s'il existe un individu $i \in N$ tel que pour tout profil admissible P , tout agenda A et toute paire $\{a, b\} \subseteq A$, si $a \widehat{R}_i b$ alors $b \notin C(P, A)$. Le théorème d'Arrow énonce que si $\mathbf{D} = \mathcal{P}^n$ et $\mathcal{X} \supseteq P_f(X)$ alors tout mécanisme satisfaisant ces trois propriétés est nécessairement dictatorial. Le choix social est insensible aux préférences des membres du groupe à l'exception de celles d'un seul individu : les seules circonstances où les autres individus peuvent exercer une influence correspondent au cas où cet individu a plusieurs options préférées.

Les propriétés que nous venons d'introduire portent sur la totalité des agendas admissibles $\mathcal{X}$ mais on peut simplement imposer leur validité sur une classe restreinte $\mathcal{Y} \subseteq \mathcal{X}$ d'agendas admissibles, par exemple la classe des paires admissibles. On parlera alors de mécanisme $\mathcal{Y}$ -indépendant, $\mathcal{Y}$ -parétien ou $\mathcal{Y}$ -dictatorial. Dans le cas où $\mathcal{Y}$ est la famille de toutes les paires d'options, on parlera de mécanisme 2-indépendant, 2-parétien ou 2-dictatorial.

Comme nous l'avons déjà indiqué en début de section, il était naturel de se demander ce qu'il advient de ce résultat lorsque les propriétés retenues par Arrow sont affaiblies. Dans ce qui suit, nous ne toucherons pas à la propriété d'indépendance qui est, selon nous, au cœur de l'analyse d'Arrow. Il reste donc la propriété de Pareto et la propriété de cohérence mais aussi l'hypothèse de domaine universel qui décrit la classe des environnements sociaux que le mécanisme doit traiter : le mécanisme de choix social doit être défini pour toute circonstance possible. Cela fait donc trois directions distinctes à explorer. Je laisserai ici de côté l'affaiblissement de la propriété de Pareto qui a fait l'objet d'une contribution remarquable de R. Wilson (1972). Il reste donc l'impact de la propriété de cohérence et celui de la condition de domaine universel. Georges a exploré ces deux directions. Dans cette section, je me limiterai à son examen du théorème d'Arrow lorsque seule la propriété de cohérence est affaiblie. Il n'est pas le premier à avoir étudié cette question ; les contributions d'A. Gibbard (1969) et A. Mas-Colell et H. Sonnenschein (1972) sont parmi les plus représentatives. Georges a consacré plusieurs articles à ces questions. Sa principale contribution est sans doute son article avec

D. Blair, J. Kelly et K. Suzumura paru en 1976⁸ qui a été sélectionné par Arrow comme un « landmark paper in social choice »⁹. Cet article contient plusieurs résultats concernant les mécanismes 2-Parétiens et 2-indépendants définis sur un domaine universel. Leur premier théorème énonce que si un tel mécanisme C est tel que $R_C(P)$ est quasi-transitive pour tout profil P , alors si $n \geq 3$, il existe un individu $i \in N$ tel que pour tout profil admissible P et toute paire $\{a, b\} \subseteq X$, si $a \widehat{R}_i b$ alors $a \in C(P, A)$. Ils appellent *dictateur faible* un tel individu¹⁰ : son pouvoir est plus limité que celui d'un dictateur car il n'impose pas sa préférence stricte mais simplement la non disqualification des options qu'il préfère strictement. Il dispose d'un pouvoir de veto et non d'un pouvoir de décision. Ils déduisent de ce résultat que, si un mécanisme 2-parétien et 2-indépendant vérifie la propriété d'indépendance du chemin, alors il existe un dictateur faible. La propriété d'indépendance du chemin introduite par C. Plott (1973) est une propriété plus faible que la « rationalisabilité ». Un mécanisme C vérifie l'*indépendance par rapport au chemin* si :

$$C(A \cup B) = C(C(A) \cup C(B)) \text{ pour tout } A, B \in X$$

Un mécanisme vérifie l'indépendance par rapport au chemin s'il est équivalent de choisir directement au sein de l'ensemble ou de décomposer au préalable l'ensemble en deux paquets, de faire les choix séparément au sein des deux paquets puis de procéder au choix final parmi les options qui ont passé ce premier test de choix local. Leur second théorème énonce que, si un mécanisme 2-parétien, 2-indépendant et 2-réactif défini sur un domaine universel, est tel que $R_C(P)$ est 3-acyclique, alors si $n \geq 4$, il existe un dictateur faible. Un mécanisme de choix social C est 2-réactif¹¹ si pour tout profil admissible P et toute paire $\{a, b\} \subseteq A$, si $a \in C(P, \{a, b\})$, alors $a = C(P', A)$ pour tout profil admissible P' tel que $R'_j = R_j$ pour tout $j \neq i$ et $(a \widehat{R} b \text{ et } a \widehat{R} b)$ ou $(b \widehat{R} a \text{ et } a \widehat{R} b)$ où i est un individu arbitraire dans N . Ils déduisent de ce résultat que si un mécanisme 2-Parétien, 2-indépendant et 2-réactif vérifie la propriété de Chernoff, alors il existe un dictateur faible.

La propriété de cohérence du résultat précédent a été considérablement affaiblie mais au prix de l'introduction d'une propriété supplémentaire, la réactivité, qui ne faisait pas partie de la liste retenue par Arrow. Il devient donc plus difficile

8. Au départ, les quatre auteurs avaient soumis indépendamment et séparément leurs manuscrits à des journaux scientifiques. Le hasard a voulu qu'un même arbitre soit en charge de l'évaluation de ceux-ci. C'est à la perspicacité de cet arbitre que l'on doit l'existence de cet article joint qui cumule les qualités des pièces séparées.

9. Il est reproduit avec neuf autres articles de théorie du choix social comme faisant partie des articles fondamentaux dans ce domaine.

10. Stricto sensu, je devrais parler de 2-dictateur faible pour rester cohérent avec ma terminologie. Je pense que cet abus n'est pas de nature à égarer le lecteur.

11. C'est une traduction personnelle de l'expression « positive responsiveness ». Alain Trannoy suggère d'utiliser l'expression « à réponse positive ».

d'identifier la source de la responsabilité¹². Par rapport à l'objectif de départ qui était d'évaluer le rôle des conditions de rationalité collective dans les théorèmes du type de celui d'Arrow, ils concluent cependant « In this paper we have shown that binary rationality per se is not the culprit of these theorems ».

Ce souci de comprendre le rôle et les implications des propriétés de cohérence collective est aussi au coeur de Bordes (1976a). Nous avons déjà mentionné que, dans cet article, il introduit la condition $\beta+$. Il considère également une condition de cohérence qu'il appelle *minimalité*. Un mécanisme C de domaine X est dit minimal si pour tout $A \in X$ et tout $B \subseteq C(A)$, si $B \neq C(A)$, alors :

$$\text{soit } A = \emptyset \text{ soit } \exists a \in B, \exists b \in C(A) \setminus B : b R_C a$$

Un mécanisme est minimal s'il n'est pas possible de réduire $C(A)$ dans le sens où pour toute réduction B considérée, il existe au moins une option appartenant à cet ensemble réduit qui est faiblement dominée par une option qui n'en fait pas partie. Il démontre qu'il existe des mécanismes 2-indépendants, 2-Parétiens, 2-réactifs et vérifiant les propriétés de minimalité et $\beta+$. Sa preuve constructive est basée sur le principe majoritaire sur lequel nous allons revenir dans la section suivante.

2. Domaines restreints et principe majoritaire

L'autre dimension du théorème d'Arrow qui a retenu l'attention de Georges et mobilisé son énergie est l'hypothèse de domaine universel. J'ai eu le privilège de conduire ce programme de recherches avec lui. De la même manière que pour les propriétés de cohérence, nous avons l'intention d'identifier le degré de responsabilité de cette hypothèse dans le résultat d'Arrow. Mais au-delà de cette préoccupation abstraite, il y avait surtout le souci d'apprécier si le théorème d'Arrow conservait son utilité dans le cas des environnements économiques et politiques. En effet, dans ces situations, l'environnement du choix collectif est d'ordinaire très structuré : le plus souvent il s'agit de prendre des décisions sur des variables physiques (quantités de biens publics ou privés) ou financières (revenus, prix, taxes, etc.) pour lesquelles les préférences des individus sont souvent supposées satisfaire certaines propriétés. A vrai dire, les hypothèses sur le domaine du mécanisme sont de deux types puisque le domaine est un espace produit décrivant d'un côté les profils de préférences concevables et de l'autre, les agendas admissibles. L'hypothèse de domaine universel comporte donc deux volets : d'une part, tous les profils de préférences rationnelles font partie de la liste et, d'autre part, tout sous-ensemble fini

12. Il faudra attendre le remarquable article de D. Blair et R. Pollak (1982) pour une étude des mécanismes C 2-indépendants et 2 Parétiens tels que R_C soit acyclique.

d'options est un agenda concevable. Cette seconde spécification est difficilement défendable dans un contexte où la réalisabilité prend son origine dans la finitude des ressources globales : un agenda réalisable est, dans ce cas, un ensemble infini (sauf si les biens sont tous indivisibles) dont les frontières vont dépendre de l'état des ressources primaires et des technologies. De plus dans le cas où les biens sont discrets et donc où l'ensemble est fini, il est doté d'une certaine structure : tout ensemble fini ne décrit pas un ensemble d'allocations réalisables pour un état de la technologie.

Dans notre travail, nous n'avons pas exploré cette seconde dimension de l'hypothèse de domaine universel ¹³ et ceci pour une raison très simple. Nous avons conservé intactes les autres propriétés retenues par Arrow, à savoir nous sommes intéressés aux mécanismes de choix social 2-indépendants, 2-parétiens et admettant une rationalisation transitive. En pareil cas, il est équivalent de travailler directement sur les fonctions de bien-être social définies, comme cela a déjà été évoqué, comme les applications F de $\mathbf{D} \subseteq \mathbf{P}^n$ à valeurs dans $\mathcal{B}$ où $\mathbf{D}$ représente l'ensemble des profils de préférences admissibles. Du coup, seule la première composante du domaine subsiste et l'objet d'étude devient l'ensemble des fonctions de bien-être social indépendantes, parétiennes et à valeurs transitives définies sur le domaine D . Le théorème d'Arrow énonce que si $D = \mathbf{P}^n$, alors une telle fonction est nécessairement dictatoriale. Qu'advient-il de cette implication lorsque $D \neq \mathbf{P}^n$?

Je ne vais pas procéder à un inventaire exhaustif de nos résultats mais plutôt illustrer la démarche. En raison de l'hypothèse d'indépendance, la connaissance de la structure de la fonction de bien-être social F en restriction à un sous-ensemble quelconque d'options A ne dépend que du profil de préférences individuelles en restriction à A . Pour dériver cette connaissance locale de F , disons $F|A$, il nous suffit donc d'avoir une connaissance locale du domaine disons $D|A$. Pour arriver à une connaissance globale de F , il faut ensuite recoller les morceaux : pour ce faire, il est nécessaire de construire des connexions entre des sous-ensembles d'options possiblement éloignés les uns des autres. Le crédit de cette approche, que nous avons appelée *approche locale*, revient à E. Kalai, E. Muller et M. Satterthwaite (1979) qui ont été les premiers à la développer dans le contexte de l'allocation de biens publics purs.

À titre d'illustration ¹⁴, considérons le cas où $X = \mathfrak{R}^2$ et où une préférence individuelle est admissible si elle est croissante et convexe : une option consiste en une allocation de deux biens publics purs et la régularité supposée des préférences est celle communément considérée en microéconomie. Considérons le triplet d'op-

13. Le Breton (1997) et Le Breton et J. Weymark (2006) offrent un exposé complet des travaux comportant des restrictions sur la famille des agendas admissibles.

14. Le Breton et J. Weymark (2006) offrent un tour d'horizon de ces travaux où le mode d'emploi de la méthode est expliqué à la lumière de nombreux exemples.

tions $\{x, y, z\}$ avec $x = (7, 3)$, $y = (4, 4)$ et $z = (3, 7)$. Ce triplet n'est pas libre du point de vue de l'ensemble des préférences admissibles considérées. En effet toute préférence individuelle admissible doit ici mettre y en première ou seconde position mais jamais en dernière position. En effet, si par exemple xRz , la convexité de R implique $(5, 5)Rz$ et la croissance de R combinée avec la transitivité conduit alors à la conclusion yRz . En revanche, il est possible de démontrer que le triplet $\{x, u, z\}$ avec $u = (4, 4)$ est libre. Le théorème d'Arrow implique dès lors que $F \mid \{x, u, z\}$ est dictatoriale. Le triplet $\{a, b, c\}$ avec $a = (9, 2)$, $b = (5, 5)$ et $c = (2, 9)$ est aussi un triplet libre et donc $F \mid \{a, b, c\}$ est également dictatoriale. A ce stade, rien ne permet d'affirmer cependant que les deux dictateurs sont identiques. Pour montrer qu'ils le sont, on commence par considérer les options extrêmes $v = (100, 0)$, $w = (0, 100)$ et $t = (1, 1)$. Il est facile de voir que les triplets $\{t, v, w\}$, $\{v, w, x\}$ et $\{w, x, y\}$ sont libres ainsi que les triplets $\{v, w, a\}$ et $\{w, a, b\}$. On en déduit que le dictateur local sur $\{t, v, w\}$ est le même que celui sur $\{v, w, x\}$, qui est le même que celui sur $\{w, x, y\}$ qui est à son tour le même que celui sur $\{x, y, z\}$ car deux triplets adjacents dans la séquence ont toujours une paire en commun. Un raisonnement identique s'applique à la séquence de triplets $\{t, v, w\}$, $\{v, w, a\}$, $\{w, a, b\}$ et $\{a, b, c\}$. Comme les deux séquences commencent par le même triplet, la conclusion annoncée en découle. Dans nos travaux, nous avons défini des familles de domaines de préférences où ces arguments de connexion peuvent être développés. Cela passe inévitablement par une bonne connaissance des triplets libres résultant des restrictions. Dans le cas de biens privés, des conditions plus compliquées regroupées sous le nom de domaine hypersaturant doivent être introduites pour permettre des connexions de même longueur pour toutes les coordonnées du vecteur décrivant l'allocation. Parfois même, comme dans le cas des boîtes d'Edgeworth, il n'y a aucun triplet libre et il faut donc revoir à la main l'argument local pour démarrer la connexion. Cet environnement important est le sujet de notre article joint avec D. Campbell. La conclusion générale qui émerge de ces travaux est cependant que les ajustements de l'hypothèse de domaine universel, destinés à accommoder les spécificités des environnements économiques, ne changent rien à la conclusion d'Arrow. Le dictateur est décidément très résistant !

En sus de ses travaux sur le théorème d'Arrow, Georges a également exploré les problèmes posés par l'application du principe majoritaire et les solutions que l'on pouvait envisager pour y remédier. Comme nous le savons tous, cette règle peut donner lieu à des préférences collectives cycliques et viole de ce fait la propriété de cohérence retenue par Arrow. Peut-on cependant construire des mécanismes de choix social définis sur le domaine universel qui soient indépendants, Parétiens et respectent des propriétés de cohérence raisonnables tout en sélectionnant le gagnant de Condorcet quand il existe. Bordes (1983) est une contribution intéressante à cette question où il exhibe deux tels mécanismes inspirés d'une relation de

couverture introduite par D. Gillies¹⁵ (1959). Cette réflexion est poursuivie dans notre article joint avec M. Salles. Il a aussi examiné les mécanismes de choix social majoritaires du type solutions de tournois c'est-à-dire ceux basés exclusivement sur le graphe de la relation majoritaire (et excluant, de ce fait, beaucoup d'informations concernant les détails du profil). Son article avec J. Banks est une étude de la solution de Banks dans le cas où la relation majoritaire n'est pas complète et notre article joint avec J. Banks est une étude des propriétés et de la localisation d'une solution de tournoi très populaire due à Slater.

Au terme de nos travaux, Georges s'est progressivement éloigné¹⁶ de la théorie du choix social pour s'orienter vers les questions de l'économie du développement¹⁷. Il faut dire que depuis plusieurs années, il se rendait régulièrement en Afrique noire et plus particulièrement au Cameroun pour y dispenser des cours avancés notamment à l'invitation de l'Université de Yaoundé. Il a éveillé chez beaucoup de ses étudiants africains un intérêt marqué pour la théorie du choix social et plusieurs d'entre eux ont continué une brillante carrière académique. Il me disait souvent que ceux-ci étaient beaucoup plus méritants que nos étudiants car ils devaient travailler dans des conditions difficiles avec un accès limité à la documentation contemporaine. Il était très fier de pouvoir servir ainsi cette cause humanitaire qu'il avait complètement épousée. Sa fascination pour la culture africaine n'a cessé de grandir année après année amplifiant son désir de la comprendre et de la pénétrer. Il y comptait beaucoup d'amis et ceux-ci lui ont rendu un poignant hommage le jour de ses funérailles. Georges, le franc-tireur, le désinvolte, le provocateur s'en est allé. Sous des dehors rebelles se cachait une grande sensibilité. Il va manquer à tous ses amis et collaborateurs en laissant un vide qu'il sera difficile de combler.

Références

Articles de Georges Bordes

Bordes, G. 1974. « À Propos d'une Reproduction d'*Europlus Maculatus* Bloch », *Revue Française d'Aquariologie-Herpétologie*, 3, p. 81-84.

15. D. Gillies et L. Shapley ont été les premiers à proposer (indépendamment) la notion de coeur comme concept de solution d'un jeu coopératif.

16. Je n'ai pas fait mention ici de mon travail non publié avec lui et G. Laffond sur les mécanismes de choix social non manipulables dans les environnements politiques.

17. Il a écrit mais non publié (à ma connaissance) sur ces questions.

- Bordes, G. 1976a. "Consistency, Rationality, and Collective Choice", *Review of Economic Studies*, 43, p. 447-457
- Bordes, G., D. H. Blair, J.S. Kelly et K. Suzumura. 1976. "Impossibility Theorems Without Collective Rationality", *Journal of Economic Theory*, 13, p. 361-379
- Bordes, G. 1976b. « Métriques Bornées Définies par des Valuations sur un Demi-Treillis », *Mathématiques et Sciences Humaines*, Vol. 56, p. 89-95.
- Bordes, G. M. Salles. 1978. « Sur l'impossibilité des Fonctions de Décision Collective : Un Commentaire et un Résultat », *Revue d'Économie Politique*, 88, p. 442-448
- Bordes, G. 1979. "Some More Results on Consistency, Rationality and Collective Choice", *Aggregation and Revelation of Preferences*, edited by J-J. Laffont, Amsterdam, North-Holland, p. 175-197
- Bordes, G. 1981. « Individualisme, ordinalisme et bien-être social », *Annales de l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques*, 41, p. 41-66.
- Bordes, G. 1981. « Procédures d'agrégation et fonctions de choix », *Analyse et Agrégation des Préférences*, edited by P. Batteau, E. Jacquet-Lagrèze and B.Monjardet, Paris, Economica, p. 45-74
- Bordes, G. 1983. "On the Possibility of Reasonable Consistent Majoritarian Choice : Some Positive Results", *Journal of Economic Theory*, 31, p. 122-132
- Bordes, G., J. S. Banks. 1988. "Voting Games, Indifference, and Consistent Sequential Choice Rules", *Social Choice and Welfare*, 5, p. 31-44
- Bordes, G., M. Le Breton. 1989. "Arrovian Theorems with Private Alternatives Domains and Selfish Individuals", *Journal of Economic Theory*, 47, p. 257-281
- Bordes, G., M. Le Breton. 1990. "Arrovian Theorems for Economic Domains. The Case where There are Simultaneously Private and Public Goods", *Social Choice and Welfare*, 7, p. 1-17
- Bordes, G., M. Le Breton. 1990. "Arrovian Theorems for Economic Domains : Assignments, Matchings and Pairings", *Social Choice and Welfare*, 7, p. 193-208
- Bordes, G., T. N. Tideman. 1991. "Independence of Irrelevant Alternatives in the Theory of Voting", *Theory and Decision*, 30, p. 163-186
- Bordes, G., J. S. Banks, M. Le Breton. 1991. "Covering Relations, Closest Orderings and Hamiltonian Bypaths in Tournaments", *Social Choice and Welfare*, 8, p. 355-363
- Bordes, G., M. Le Breton, M. Salles. 1992. "Gillies and Miller's Subrelations of a

Relation over an Infinite Set of Alternatives : General Results, and Applications to Voting Games”, *Mathematics of Operations Research*, 17, p. 509-518

Bordes, G., D. E. Campbell, M. Le Breton. 1995. “Arrow’s Theorem for Economic Domains and Edgeworth Hyperboxes”, *International Economic Review*, 36, p. 441-454.

Bordes, G., P. J. Hammond, M. Le Breton. 2005. “Social Welfare Functionals on Restricted Domains and in Economic Environments”, *Journal of Public Economic Theory*, 7, p. 1-25.

Autres Articles et Livres Cités

Blair, D. H., R. A. Pollak. 1982. “Acyclic Collective Choice Rules”, *Econometrica*, 50, p. 931-944.

Campbell, D.E., J. S. Kelly. 2002. “Impossibility Theorems in the Arrovian Framework”, in Arrow, K.J., A.K. Sen et K. Suzumura (Eds) *Hanbook of Social Choice and Welfare*, Vol 1, Amsterdam, North-Holland, p. 35-94.

Chernoff, H. 1954. “Rational Selection of Decision Functions”, *Econometrica*, 22, p. 423-443.

Gibbard, A. 1969. “Social Choice and the Arrow Conditions”, unpublished manuscript.

Gillies, D. B. 1959. “Solutions to General Non-Zero-Sum Games” in *Contributions to the Theory of Games*, Volume IV, Tucker, A. W. and Luce, R. D. (Eds), Princeton University Press, Princeton.

Kalai, E., E. Muller, M. A. Satterthwaite. 1979. “Social Welfare Functions when Preferences are Convex, Strictly Monotonic and Continuous”, *Public Choice*, 34, p. 87-97.

Landmark Papers in General Equilibrium Theory, Social Choice and Welfare selected by K.J. Arrow and G. Debreu, *The Foundations of 20th Century Economic Series*, Vol 3, Edward Elgar, 2002.

Le Breton, M. 1997. “Arrovian Social Choice on Economic Domains” in K.J. Arrow, A.K. Sen, K. Suzumura (Eds) *Social Choice Re-Examined*, Vol 1, London, Mac Millan, p. 72-96.

Le Breton, M., J.A. Weymark. 2006. “Arrovian Social Choice Theory on Economic Domains”, in K. J. Arrow, A. K. Sen, K. Suzumura (Eds) *Hanbook of Social Choice and Welfare*, Vol 2, Amsterdam, North-Holland, à paraître.

Mas-Colell, A., H. Sonnenschein. 1972. "General Possibility Theorems for Group decision Functions", *Review of Economic Studies*, 39, p. 185-192.

Plott, C.R. 1973. "Path Independence, Rationality and Social Choice", *Econometrica*, 41, p. 1075-1091.

Sen, A.K. 1971. "Choice Functions and Revealed Preference", *Review of Economic Studies*, 38, p. 307-317.

Wilson, R. B.. 1972. "Social Choice without the Pareto Principle", *Journal of Economic Theory*, 5, p. 478-486.