Quelques éléments d'appréciation des effets redistributifs de la taxation des revenus en présence de ménages hétérogènes

Patrick Moyes

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/economiepublique/1961>

DOI : 10.4000/economiepublique.1961

ISSN : 1778-7440

Éditeur

IDEP - Institut d'économie publique

Édition imprimée

Date de publication : 15 juillet 1999

ISBN : 2-8041-3059-2

ISSN : 1373-8496

Référence électronique

Patrick Moyes, « Quelques éléments d'appréciation des effets redistributifs de la taxation des revenus en présence de ménages hétérogènes », *Économie publique/Public economics* [En ligne], 03-04 | 1999/1-2, mis en ligne le 12 février 2007, consulté le 12 septembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/economiepublique/1961> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/economiepublique.1961>

économie publique public economics

Revue de l'**Institut d'Économie Publique**

Deux numéros par an

n° 3-4 – 1999/1-

2

© De Boeck & Larcier s.a., 1999
Editions De Boeck Université
Rue des Minimes 39, B-1000 Bruxelles

Tous droits réservés pour tous pays.

Il est interdit, sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, de reproduire (notamment par photocopie) partiellement ou totalement le présent ouvrage, de le stocker dans une banque de données ou de le communiquer au public, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit.

Imprimé en Belgique

Dépôt légal 1999/0074/219

ISSN 1373-8496
ISBN 2-8041-3059-2

économiepublique sur internet : www.economie-publique.fr

© Institut d'économie publique – IDEP

Centre de la Vieille-Charité

2, rue de la Charité – F-13002 Marseille

Tous droits réservés pour tous pays.

Il est interdit, sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, de reproduire (notamment par photocopie) partiellement ou totalement le présent ouvrage, de le stocker dans une banque de données ou de le communiquer au public, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit.

La revue **économie**publique bénéficie du soutien du Conseil régional Provence-Alpes-Côte d'Azur

ISSN 1373-8496

Quelques Éléments d'Appréciation des Effets Redistributifs de la Taxation Des Revenus en Présence de Ménages Hétérogènes¹

Patrick MOYES

CNRS, IDEP et GRAPE, Université Montesquieu Bordeaux IV

1. Introduction et résumé

1.1 Motivation et relation avec la littérature

Dans le cas d'une population homogène, on associe généralement les notions de progressivité du système fiscal et de réduction des inégalités. Ainsi, Jakobsson (1976) a montré qu'une condition nécessaire et suffisante pour que les revenus disponibles soient moins inégalement distribués que les revenus primaires au sens du critère de Lorenz relatif est que le taux moyen de taxation soit croissant avec le revenu. Limiter l'analyse théorique de la taxation des revenus au cas où les taxes dépendent seulement du revenu se justifie aussi longtemps que la population considérée est homogène. Ceci est le cas si les individus qui composent la population sont identiques à tous égards sauf en ce qui concerne le revenu, ou si les autres caractéristiques qui permettent de différencier les individus ne peuvent pas, pour des raisons d'équité ou de non-discrimination, être prises en compte lors du calcul des taxes à acquitter. Cependant, un certain nombre de facteurs autres que le revenu sont utilisés dans la plupart des pays lors du calcul des taxes devant être acquittées par les ménages. Parmi ceux-ci, la taille familiale est largement acceptée pour justifier un traitement discriminatoire par le système fiscal, étant entendu que les familles nombreuses ont davantage de besoins que les familles moins nombreuses.

1. Les travaux présentés dans cet article font partie du programme de recherche du réseau FMC **Living Standards, Inequality and Taxation** [Contrat n° ERBFMRXCT 980248] des Communautés Européennes que je remercie pour leur contribution financière. Une version préliminaire a fait l'objet d'une présentation aux *Journées d'Étude de l'IDEP sur la Politique Familiale*, Aix-en-Provence, 17-18 Juin 1998. Cet article constitue un compte rendu d'une série de travaux effectués en collaboration avec Udo Ebert, Tony Shorrocks et Alain Trannoy que je tiens à remercier ici pour l'aide amicale qu'ils m'ont apportée. J'ai de plus bénéficié d'utiles commentaires de la part de deux rapporteurs anonymes ainsi que de mon discutant Michel Glaude. Selon la formule consacrée, je reste seul responsables des erreurs qui pourraient subsister.

Différentes techniques, telles que le quotient conjugal et familial, les abattements sur le revenu imposable ou encore des crédits d'impôts, sont utilisées dans la pratique pour prendre en compte la taille familiale². La règle du quotient conjugal s'applique à un couple et consiste à diviser par deux le revenu total des époux, à appliquer le barème du célibataire au revenu ainsi obtenu, et à multiplier par deux l'impôt qui en résulte pour déterminer l'impôt devant être acquitté par le couple. La règle du quotient familial, employée en France et au Luxembourg, généralise cette procédure au cas de ménages de composition arbitraire. Ce mécanisme nécessite la donnée du barème applicable aux ménages comprenant un seul adulte et du nombre de parts correspondant à chaque taille de ménage. Les taxes sont alors calculées en divisant le revenu du ménage par le nombre de parts correspondant à la taille de celui-ci, en appliquant ensuite le barème du célibataire et en multipliant l'impôt obtenu par le nombre de parts [voir Moyes et Shorrocks (1998b)]. Dans la plupart des pays toutefois, les différences de tailles familiales sont prises en compte au moyen d'abattements sur le revenu imposable qui augmentent avec le nombre de personnes dans le ménage. Il s'agit d'un mécanisme en deux étapes, où les revenus sont ajustés de manière à prendre en compte les dépenses liées à la composition du ménage dans un premier temps, pour être ensuite soumis au même barème d'imposition. C'est le cas au Royaume-Uni où un montant donné est déduit du revenu primaire pour chaque personne à charge dans le foyer fiscal³. La législation fiscale allemande prévoit la possibilité pour les couples de combiner les deux méthodes précédentes. Le quotient conjugal s'applique aux couples sans enfants, cependant que les couples avec enfants se voit proposer la possibilité d'opter pour un système d'abattements qui augmente avec le nombre d'enfants. Précisément, le couple a le choix entre ce système d'abattements et un système de crédits d'impôt [voir Lüdeke et Werding (1996)].

2. Nous ne traiterons pas de la taxation séparée des époux qui repose sur des principes éthiques différents de ceux auxquels nous nous référons ici. Toutefois, même dans ce cas, les dépenses relatives aux enfants du couple sont généralement associés à un des deux conjoints, et des techniques similaires à celles que nous discutons ici peuvent être utilisées pour déterminer les avantages fiscaux auxquels elles donnent droit.

3. Toutefois, depuis 1979 les abattements au titre des enfants à charge sont intégrés dans les allocations familiales. Le système britannique considère que l'épouse est à la charge du mari qui déclare la somme de leurs revenus. Tous les revenus perçus par l'épouse sont intégrés à ceux de son mari, lequel se voit attribué un abattement additionnel. Actuellement, le couple a la possibilité d'opter pour la déclaration séparée des revenus des deux partenaires [voir Kay et King (1986, pp. 26-27)].

1.2 Résumé de l'approche théorique développée dans le papier

L'observation des différentes techniques mises en œuvre dans la pratique pour déterminer les taxes de ménages de compositions distinctes soulève un certain nombre de questions. En premier lieu, quelle est la procédure la plus appropriée pour taxer des ménages qui diffèrent du point de vue des besoins, ou de manière équivalente est-ce que certains systèmes fiscaux sont meilleurs que d'autres ? Si on laisse de côté toute considération d'efficacité, il existe un assez large consensus pour mesurer la performance du système fiscal sur la base de sa capacité à réduire les inégalités. À supposer qu'il y ait un accord sur la façon de mesurer l'inégalité lorsque les ménages peuvent être distingués sur la base du revenu et de la composition familiale, quelles sont alors les implications de l'objectif de réduction des inégalités pour la structure du système fiscal ? Il est clair que la réponse va dépendre du critère d'inégalité retenu, ce qui soulève notre deuxième question qui a trait à la signification du concept d'inégalité dans un environnement hétérogène.

Le problème à l'heure actuelle est qu'il n'existe pas de critère qui fasse l'unanimité quand il s'agit d'effectuer des comparaisons en termes d'inégalité dans un cadre multidimensionnel. Le critère de Lorenz séquentiel proposé par Atkinson et Bourguignon (1987) constitue une extension naturelle du critère de Lorenz lorsqu'il est possible de classer les ménages suivant le niveau de besoins croissants. Bien que ce préordre ait été introduit à l'origine pour effectuer des comparaisons de bien-être, il est possible de l'adapter de manière à comparer des distributions de moyennes distinctes du point de vue de l'inégalité. Malheureusement, cette extension du critère de Lorenz séquentiel ne permet pas de formuler des recommandations en matière de taxation des revenus dès lors que l'on désire qu'il y ait réduction des inégalités quelle que soit la distribution des revenus primaires et des besoins [Moyes et Shorrocks (1998a)]. En fait, le seul système fiscal, qui garantit que l'inégalité n'augmente pas suite à la taxation des revenus, consiste à appliquer la même taxe proportionnelle à chaque ménage, et ce quel que soit son type et son revenu⁴. L'origine de la difficulté réside en partie dans le fait que le critère de Lorenz séquentiel

4. Ce résultat d'impossibilité ne remet pas en cause les conclusions obtenues par Atkinson, Bourguignon et Chiappori (1988) dans un contexte différent, mais suggère plutôt que des restrictions supplémentaires devront être imposées sur l'ensemble des distributions primaires et/ou l'ensemble des systèmes fiscaux pour dépasser l'impossibilité [voir par exemple Ok (1997)].

repose sur un concept de besoin ordinal qui rend impossible par définition la prise en compte d'une information cardinale relative à la manière dont les ménages diffèrent.

La plupart des études empiriques utilisent davantage d'information en ce qui concerne les besoins et ont recours à la technique des échelles d'équivalence pour calculer les niveaux de vie de ménages de compositions différentes. La procédure consiste : (i) à spécifier une liste de taux qui varient avec la composition et la taille du ménage, (ii) à déflater les revenus originaux au moyen de cette échelle d'équivalence, (iii) pour ensuite comparer les distributions ajustées en utilisant les critères de dominance élaborés dans le cas de distributions homogènes⁵. Un problème fondamental avec cette procédure est que les critères normatifs auxquels on aboutit dépendent de l'échelle d'équivalence particulière retenue et il est peu probable que celle-ci soit à même de faire l'objet d'un consensus. Une difficulté plus importante est qu'il n'existe pas de justification théorique de cette procédure, en particulier pour ajuster les revenus au moyen de facteurs dépendant uniquement des caractéristiques socio-économiques des ménages.

Si on suppose en première approximation que l'autorité fiscale est seulement concernée par la justice distributive, alors l'examen des techniques qui sont utilisées pour corriger les différences de besoins entre ménages suggère que les échelles d'équivalence sont loin d'être la seule procédure pour comparer les niveaux de vie des ménages. Elles constituent une possibilité parmi d'autres et on ne voit pas de raison convaincante a priori pour préférer les échelles d'équivalence à un système d'abattements par exemple. Nous conformant à la pratique courante, nous utiliserons les niveaux de vie pour effectuer des comparaisons d'inégalité, mais nous éviterons de spécifier la structure des procédures utilisées pour prendre en compte les différences de besoins entre les ménages. De manière quelque peu ambitieuse, le propos initial de cette étude était de révéler la rationalité implicite des différents systèmes de taxation que l'on peut observer. Plus modestement, en supposant qu'il existe un certain consensus social en ce qui concerne la perception de l'inégalité et la manière dont

5. Une part considérable de la littérature économétrique est consacrée à l'examen des restrictions qu'une estimation cohérente des échelles d'équivalence impose quant à la structure de la fonction d'utilité du ménage [voir par exemple Blundell et Lewbel (1991)]. L'objet de ces études, qui reposent sur la notion de consommateur représentatif, est différent de l'approche développée dans le présent article. Blackorby et Donaldson (1993) présentent une analyse exhaustive des échelles d'équivalence et de leurs implications pour l'économie du bien-être appliquée.

les différences de besoins entre ménages doivent être prises en compte, nous voudrions mettre en évidence les implications pour la structure du système fiscal d'une conception intuitive de la justice redistributive dans un environnement hétérogène. De façon surprenante, la notion de justice fiscale à laquelle nous nous référons implique une structure qui est vérifiée par la plupart des systèmes de taxation que l'on peut observer. Il en résulte que les jugements de valeur, auxquels on souscrit pour mesurer l'inégalité et pour comparer les situations de ménages hétérogènes, sont indépendants. Toutefois, ceux-ci cessent d'être indépendants dès lors que l'on désire que l'impact redistributif de la taxation des revenus ne soit pas conditionné par le type de ménage de référence retenu ; dans ce cas, la procédure utilisée pour comparer les niveaux de vie est entièrement déterminée par le critère d'inégalité unidimensionnelle.

1.3 Organisation de l'article

L'analyse du cas simple où les ménages sont identiques constitue le point de départ naturel pour aborder l'étude de la taxation de ménages hétérogènes, aussi la Section 2 est-elle consacrée au rappel des résultats obtenus dans le cas de populations de ménages homogènes. Après avoir introduit le critère de Lorenz relatif, qui nous servira à évaluer l'inégalité des revenus, la Proposition 2.1 identifie les propriétés du barème qui garantissent que les revenus disponibles ne sont jamais moins inégalement distribués que les revenus primaires. Nous présentons aussi un certain nombre de résultats techniques relatifs aux fonctions isoélastiques qui seront utilisés dans une démonstration ultérieure.

La Section 3 considère le cas de populations hétérogènes où les ménages se distinguent par la taille familiale et présente un catalogue des principaux systèmes stylisés d'imposition des revenus en vigueur. Nous rappelons dans la Section 4 le résultat négatif obtenu par Moyes et Shorrocks (1998a) selon lequel un système d'imposition fondé sur le critère de Lorenz séquentiel d'Atkinson et Bourguignon (1987) conduit à l'impossibilité de redistribuer le revenu en fonction de la taille familiale.

Ceci nous amène dans la Section 5 à examiner les conséquences pour la politique fiscale de l'approche en terme de revenus équivalents. Nous introduisons la notion de transformation équivalente afin de comparer les niveaux de vie de ménages de compositions distinctes. Étant donné un type de ménage choisi comme référence, la transformation équivalente précise les ajustements qui doivent être effectués pour déterminer le

revenu équivalent. Ces procédures sont moins contraignantes que les échelles d'équivalence traditionnelles dans la mesure où elles font intervenir peu de restrictions quant à la forme des transformations à effectuer. Le critère que nous proposons pour mesurer l'inégalité consiste à appliquer le critère de Lorenz relatif aux distributions des revenus équivalents. Ce préordre est relativement flexible et laisse au planificateur le choix de la transformation équivalente et du type de ménage de référence. Dans la mesure où il ne semble pas y avoir de consensus en ce qui concerne la manière de pondérer les revenus équivalents, nous laissons au planificateur la possibilité de sélectionner le système des pondérations qui lui paraît le plus approprié.

En supposant que la transformation équivalente est donnée, nous souhaitons identifier la structure du système fiscal qui garantit que la distribution après taxation ne sera jamais plus inégale que la distribution avant taxation. Le critère d'inégalité que nous avons introduit étant en quelque sorte paramétré par le type de référence, on peut imaginer au moins deux manières d'apprécier l'impact redistributif de la taxation des revenus. Une première possibilité consiste à choisir un type de référence et à requérir que le système fiscal soit globalement égalisant au sens où les revenus équivalents après taxation ne soient pas distribués de manière plus inégale que les revenus équivalents avant taxation. La Proposition 5.1 précise la structure du système fiscal qui garantit une telle réduction des inégalités lorsque, tant la transformation équivalente, que le type de référence, sont fixés a priori. La structure obtenue implique une propriété de décomposabilité du système fiscal qui fait intervenir la transformation équivalente retenue et un barème progressif pour le type de référence. Toutefois, la transformation équivalente ne doit vérifier aucune condition particulière à ce stade, et la plupart des systèmes fiscaux que l'on peut observer possèdent la structure adéquate. La condition de réduction des inégalités précédente est conditionnée par le choix du type de référence. On peut objecter que le fait que le constat obtenu en terme d'inégalité dépende du type de référence introduit une large part d'arbitraire et souhaiter par conséquent que les conclusions ne soient pas modifiées quand on change de type de référence. La Proposition 5.2 montre que dans ce cas la transformation équivalente utilisée pour ajuster les revenus des différents types de ménages est entièrement déterminée par le critère d'inégalité auquel on fait appel pour comparer les distributions de revenus équivalents. On se trouve face au dilemme suivant : soit, on souhaite que la transformation équivalente ne dépende pas du critère d'inégalité unidi-

mensionnel, auquel cas l'effet redistributif dépend du type de référence choisi ; soit, on insiste pour que les conclusions ne soient pas affectées par le choix du type de référence, mais alors les ajustements qu'il faut effectuer pour comparer les situations de ménages de types distincts sont entièrement déterminés par le critère d'inégalité.

Enfin la Section 6 résume les résultats obtenus et indique des pistes de recherche pour l'avenir, cependant que l'Annexe présente les démonstrations des principaux résultats.

2. Inégalité et taxation progressive pour une population de ménages homogènes

2.1 Notations, définitions et résultats préliminaires

Nous limiterons dans un premier temps notre attention à une *population* ou *société* $S := \{1, 2, \dots, n\}$ constituée de n ménages homogènes ($n \geq 2$), par exemple des célibataires. Il est commode de considérer des distributions discrètes pondérées dans la mesure où nous aurons besoin d'introduire des pondérations lorsque nous considérerons ultérieurement des ménages hétérogènes. Une *distribution de revenus* ou *situation* est un vecteur $(\mathbf{x} \mid \mathbf{w}) := (x_1, \dots, x_n \mid w_1, \dots, w_n)$, où $x_i \in D := (0, +\infty)$ et $w_i > 0$ sont respectivement le revenu et la pondération attribués au ménage i , et nous noterons $\mathcal{Y}(D)$ l'ensemble de telles distributions. Nous utiliserons $\mu(\mathbf{x} \mid \mathbf{w})$ pour représenter la moyenne de la distribution $(\mathbf{x} \mid \mathbf{w})$. Étant donné $(\mathbf{x} \mid \mathbf{w}) \in \mathcal{Y}(D)$, nous noterons $\hat{\mathbf{x}} := (\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)$ le *profil des revenus* réduits obtenu en posant $\hat{x}_i := x_i / \mu(\mathbf{x} \mid \mathbf{w})$, pour tout $i \in S$. Dans le cadre de cet article, il est seulement nécessaire de considérer des distributions $(\mathbf{x} \mid \mathbf{w})$ et $(\mathbf{y} \mid \mathbf{w})$ qui ont le même *système de pondération* $\mathbf{w}$, et telles que les revenus sont classés par ordre croissant, si bien que

$$2.1 \quad x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n \text{ et } y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_n.$$

Notre propos étant de comparer des distributions de revenus avant et après taxation, cette restriction se justifie dans la mesure où les positions des ménages sur l'échelle des revenus ne seront pas affectées par le système fiscal.

À la suite de Kolm (1968) et d'Atkinson (1970), il est maintenant bien établi d'adopter un point de vue unanimiste et de recourir au critère de Lorenz relatif pour porter un jugement sur l'inégalité des distributions de revenus. Il est commode de procéder en deux étapes et d'introduire dans un premier temps le critère suivant proposé par Shorrocks (1983).

DÉFINITION 2.1 :

Étant donné deux distributions $(x | w), (y | w) \in \mathcal{Y}(D)$, nous dirons que $(x | w)$ domine $(y | w)$ au sens du critère de Lorenz, ce que nous noterons $(x | w) \geq_L (y | w)$, si et seulement si⁶

$$2.2 \quad \sum_{j=1}^k \left(\frac{w_j}{\sum_{i=1}^n w_i} \right) x_j \geq \sum_{j=1}^k \left(\frac{w_j}{\sum_{i=1}^n w_i} \right) y_j, \quad \text{pour tout } k = 1, 2, \dots, n.$$

Le critère précédent est peu approprié pour apprécier l'inégalité dans la mesure où il privilégie toujours l'efficience au détriment de l'équité en ce sens que, pour tout $(x | w), (y | w) \in \mathcal{Y}(D)$, si $x_i \geq y_i$, pour tout $i \in S$, alors $(x | w) \geq_L (y | w)$ ⁷. On considère habituellement que l'inégalité a trait à la manière dont le revenu est réparti entre les différents ménages. Ceci suggère le critère suivant qui prête attention à la part du revenu total perçue par chacun des ménages composant la population.

DÉFINITION 2.2 :

Étant donné deux distributions $(x | w), (y | w) \in \mathcal{Y}(D)$, nous dirons que $(x | w)$ domine $(y | w)$ au sens du critère de Lorenz relatif, ce que nous noterons $(x | w) \geq_{LR} (y | w)$, si et seulement si $(\hat{x} | w) \geq_L (\hat{y} | w)$.

Le critère précédent est associé à la notion de *courbe de Lorenz relative*, qui indique la part du revenu reçu par chaque fraction de la population des ménages, ceux-ci étant classés par ordre de revenus croissants. La courbe de Lorenz relative de la distribution $(x | w)$ s'obtient alors en joignant par un segment de droite successivement les points de coordonnées $(0,0)$ et $((\sum_{i=1}^k w_j)/(\sum_{i=1}^n w_i), (\sum_{i=1}^k w_j x_j)/(\sum_{i=1}^n w_i x_i))$, pour $k = 1, 2, \dots, n$. Dire que la distribution $(x | w)$ domine la distribution $(y | w)$ au sens du

6. Ce préordre a été introduit dans la littérature par Shorrocks (1983) sous le terme de critère de Lorenz généralisé afin de faire la distinction avec le critère de Lorenz traditionnel. En fait, ce critère permet de définir les différents critères de Lorenz que l'on peut trouver dans la littérature en normalisant de manière appropriée les distributions de revenus [voir par exemple Moyes (1999)].

7. Le lecteur intéressé trouvera dans Shorrocks (1983) une discussion des notions d'efficience et d'équité, ainsi qu'une présentation de critères de dominance intégrant des considérations d'équité.

critère de Lorenz relatif signifie que la courbe de Lorenz relative de $(x | w)$ se trouve située nulle part en-dessous de la courbe de Lorenz relative de $(y | w)$. Autrement dit, la part du revenu total que détiennent les $p \times 100\%$ ménages les plus pauvres dans la situation $(x | w)$ n'est jamais inférieure à la part qu'ils obtiennent dans la situation $(y | w)$ ⁸. Compte tenu des définitions des profils de revenus $\hat{x}$ et $\hat{y}$, on vérifie que $(x | w) \geq_{LR} (y | w)$ est équivalent à :

$$2.3 \quad \sum_{j=1}^k \frac{w_j x_j}{\sum_{i=1}^n w_i x_i} \geq \sum_{j=1}^k \frac{w_j y_j}{\sum_{i=1}^n w_i y_i}, \quad \text{pour tout } k = 1, 2, \dots, n-1.$$

Une condition suffisante pour qu'une distribution domine une autre distribution au sens du critère de Lorenz relatif est fournie par le résultat suivant :

LEMME 2.1 :

Soient deux distributions $(x | w), (y | w) \in \mathcal{Y}(D)$. Alors une condition suffisante pour que $(x | w) \geq_{LR} (y | w)$ est que :

$$2.4 \quad x_1/y_1 \geq x_2/y_2 \geq \dots \geq x_n/y_n.$$

Ce résultat, qui généralise Marshall et Olkin (1979, B.1.b), sera utilisé à maintes reprises par la suite. Au delà de l'aspect technique, on peut noter que certains auteurs ont proposé d'utiliser la condition (2.4) comme critère pour comparer les inégalités de revenus [voir par exemple Moyes (1994)].

2.2 Taxation des revenus, progressivité et réduction des inégalités

Une *fonction de taxation* est la donnée d'une application $t : D \rightarrow \mathbb{R}$ continue et croissante telle que $t(y) \geq 0$ représente la taxe acquittée par un ménage dont le revenu primaire est y ⁹. Pour notre propos, il est plus commode de considérer l'impact de la taxe sur le revenu disponible. Nous qualifierons de *barème* l'application $f : D \rightarrow D$ définie par $f(y) := y - t(y)$, où $f(y)$ représente le revenu disponible d'un ménage dont le revenu primaire est y . Nous supposons que $f(y)$ est continu et croissant avec y et nous noterons $\mathcal{F}(D)$ l'ensemble des barèmes.

8. Le critère de Lorenz relatif représente en quelque sorte le point de vue de l'unanimité en matière de comparaisons des inégalités. Si $(x | w) \geq_{LR} (y | w)$, alors on est assuré que, quel que soit l'indicateur d'inégalité relative I que l'on choisira, on aura toujours $I(x | w) \leq I(y | w)$, et réciproquement [Ebert et Moyes (1997)].

9. La plupart des résultats énoncés dans ce compte rendu sont valides dans le cas général où les taxes ne sont pas astreintes à être positives.

DÉFINITION 2.3 :

Nous dirons que $f \in \mathcal{F}(D)$ est *progressif* si le taux moyen de disposition

$$2.5 \quad f(y)/y \text{ est décroissant avec } y, \text{ pour tout } y \in D,$$

ou encore, de façon équivalente, si le taux moyen de taxation $t(y)/y$ est croissant avec y .

Bien que la notion de progressivité introduite ci-dessus fasse l'objet d'un assez large consensus, il faut noter que cette définition manque de fondement normatif. Une notion de progressivité alternative a été proposée par Fei (1981) sous le terme de *progressivité minimale* qui consiste à requérir que la taxe acquittée augmente avec le revenu primaire, ce qui peut encore s'écrire :

$$2.6 \quad f(y) - y \text{ est décroissant avec } y, \text{ pour tout } y \in D.$$

Dans le cas d'un système d'imposition, la notion de progressivité minimale est plus faible que la notion de progressivité habituelle ainsi qu'il est établi ci-dessous.

REMARQUE 2.1

Soit le barème $f \in \mathcal{F}(D)$ tel que $y - f(y) \geq 0$, pour tout $y \in D$. Alors, f est minimalement progressif dès lors qu'il est progressif.

PREUVE

En utilisant le fait que $u - f(u) \geq 0$, il résulte de la progressivité de $f \in \mathcal{F}(D)$ que

$$2.7 \quad 0 \leq u - f(u) \leq \left(\frac{u}{v}\right)[v - f(v)] \leq v - f(v), \text{ pour tout } u, v \in D (u < v),$$

et donc f est minimalement progressif.

Par contre, dans le cas général où les taxes individuelles ne sont pas astreintes à être positives, les deux notions de progressivité précédentes sont indépendantes. On pourra se reporter à Lambert (1993, Chap. 6) pour une présentation et discussion des différents concepts de progressivité utilisés en finance publique. Lorsque le barème est différentiable, la condition (2.5) revient à poser que l'élasticité ou *progression résiduelle*

$PR(f; y) := f'(y)y/f(y)$ est nulle part supérieure à l'unité¹⁰. Nous assimilerons dans ce papier la justice fiscale à la réduction des inégalités au sens du critère de Lorenz relatif, d'où la définition suivante.

DÉFINITION 2.4 :

Nous dirons que le barème $f \in \mathcal{F}(D)$ est *égalisant pour le critère de Lorenz relatif* si

$$(2.8) \quad (f(y) \mid \mathbf{w}) := (f(y_1), \dots, f(y_n) \mid \mathbf{w}) \geq_{LR} (y_1, \dots, y_n \mid \mathbf{w}), \text{ pour tout } (y \mid \mathbf{w}) \in \mathcal{Y}(D).$$

La définition précédente requiert que, quelle que soit la distribution des revenus primaires, la distribution des revenus disponibles ne doit pas être plus inégale du point de vue du critère de Lorenz relatif que la distribution des revenus primaires. La condition selon laquelle l'inégalité ne doit pas augmenter quelles que soient les circonstances peut apparaître inutilement restrictive. Il faut noter d'une part que les propriétés du barème qui en découlent sont peu contraignantes et que par conséquent la condition (2.8) n'est peut-être pas aussi forte qu'on pourrait le penser. D'autre part, cette condition permet dans une certaine mesure de prendre en compte les effets induits par le système fiscal sur la distribution des revenus primaires par l'intermédiaire des comportements des agents. Le résultat suivant établit le lien entre les deux définitions précédentes et donne un fondement normatif au concept de progressivité.

PROPOSITION 2.1 [Jakobsson (1976)]¹¹

Étant donné $f \in \mathcal{F}(D)$, les deux assertions suivantes sont équivalentes :

- (a) f est égalisant au sens du critère de Lorenz relatif.
- (b) f est progressif.

En d'autres termes, la progressivité du barème garantit la cohérence du système fiscal avec l'objectif de réduction des inégalités apprécié à l'aide du critère de Lorenz relatif quand la population des ménages est homogène.

10. Dans le cas plus général où le barème f admet une dérivée à droite, la condition s'écrirait $PR(f; y) := \hat{f}^+(y)y/f(y) \leq 1$, pour tout $y \in D$, où $\hat{f}^+(y)$ représente la dérivée à droite de f au point d'abscisse y [voir par exemple Le Breton, Moyes et Trannoy (1996)].

11. Voir aussi Fellman (1976), Eichhorn, Funke et Richter (1984), Thon (1987), Le Breton, Moyes et Trannoy (1996).

2.3 Fonctions isoélastiques : définition et résultats techniques

Avant d'examiner les possibilités d'extension de la Proposition 2.1 aux cas de distributions hétérogènes, il est commode d'introduire une définition supplémentaire ainsi que deux résultats techniques qui seront utiles par la suite. Les fonctions définies ci-dessous joueront un rôle important dans la suite de l'exposé.

DÉFINITION 2.5 :

Nous dirons que la fonction $\phi : D \rightarrow D$ est *isoélastique* s'il existe $\beta, \eta \in \mathbb{R}$ tels que $\phi(y) := \beta y^\eta$, pour tout $y \in D$.

Les deux lemmes suivants ne constituent pas une grande innovation, mais nous les indiquons toutefois dans la mesure où ils permettront de simplifier la démonstration d'un résultat ultérieur.

LEMME 2.2 [Aczel (1966, p. 142)]

Soit une fonction $\phi : D \rightarrow D$ continue et strictement croissante. Alors ϕ est isoélastique si et seulement si

$$2.9 \quad \phi(\lambda u)/\phi(u) = \phi(\lambda v)/\phi(v), \text{ pour tout } u, v \in D \ (u < v) \text{ et tout } \lambda > 1.$$

LEMME 2.3

Soit une fonction $\phi : D \rightarrow D$ continue et strictement croissante. Alors ϕ est isoélastique si et seulement si son inverse ϕ^{-1} est isoélastique.

3. Populations de ménages hétérogènes et systèmes fiscaux

3.1 Populations et distributions hétérogènes et système fiscal

Nous considérons dorénavant une population ou société de n ménages où chaque ménage sera distingué par deux attributs : le revenu primaire et la taille familiale ou type de ménage. Nous supposons qu'il existe un nombre fini de types ou de tailles familiales H ($2 \leq H \leq n$) et nous noterons $\{\mathbb{H}\} := \{1, 2, \dots, H\}$ l'ensemble des types possibles. Pour fixer les idées, nous conviendrons de la correspondance entre taille familiale et composition du ménage indiquée ci-dessous :

Taille Familiale m	1	2	3	4	5	6
Composition Familiale	S	C	$C + 1$	$C + 2$	$C + 3$	$C + 4$

où « S » représente le ménage composé d'un seul adulte que nous qualifierons pour simplifier de célibataire, « C » le ménage formé par un couple marié et « $C + K$ » le ménage constitué par un couple marié ayant K enfants à charge. De manière un peu caricaturale, on peut considérer que la taille familiale constitue pour le ménage un handicap qui ouvre droit à une compensation par l'intermédiaire du système fiscal. Une *distribution hétérogène* sera un vecteur partitionné $(y; m) := (y_1, \dots, y_n; m_1, \dots, m_n)$, où $y_i \in D$ et $m_i \in \mathbb{H}$ représentent respectivement le revenu et la taille familiale du ménage i , et nous noterons

$$3.1 \quad \mathcal{Z}(D) := \{(y; m) \mid y_i \in D \text{ and } m_i \in \mathbb{H}, \text{ pour tout } i \in S\}$$

l'ensemble des distributions hétérogènes¹². Il est commode pour la suite de l'exposé de poser qu'il existe au moins deux ménages de chaque type; en d'autres termes, pour tout $h \in \mathbb{H}$, il existe $i, j \in S$ ($i \neq j$) tels que $m_i = m_j = h$.

Pour un ménage de taille m et ayant un revenu y , la taxe acquittée est notée $T(y; m) \geq 0$ et le revenu disponible $F(y; m) = y - T(y; m)$. Un *système fiscal* est une application F telle que $F(\cdot; m) \in \mathcal{F}(D)$ représente le barème pour une population homogène de ménages de taille m et l'ensemble des systèmes fiscaux sera représenté par $\mathcal{F}^*(D)$. Étant donné la distribution primaire $(y; m) \in \mathcal{Z}(D)$ et le système fiscal $F \in \mathcal{F}^*(D)$, nous noterons $F(y; m) := (F(y_1; m_1), \dots, F(y_n; m_n))$ le vecteur des revenus disponibles obtenus.

3.2 Systèmes fiscaux stylisés : quotient familial, abattements et crédits d'impôts

L'observation de la taxation des revenus montre que les pratiques de l'administration fiscale diffèrent considérablement d'un pays à l'autre. C'est en particulier le cas des systèmes fiscaux qui sont toujours [ou qui ont été] en vigueur en France, en Grande-Bretagne et en Allemagne. Pour ne pas compliquer inutilement l'exposé, nous nous limiterons à examiner des versions stylisées de ces systèmes fiscaux.

12. Il est possible d'étendre le cadre d'analyse en remplaçant m_i par un vecteur de caractéristiques telles que le nombre d'adultes, le nombre et l'âge des enfants. Toutefois dans ce cas, il faut s'accorder sur le classement sur l'échelle des besoins des types de ménages ainsi définis.

Le système du quotient familial utilisé en France constitue un exemple de système fiscal tel que

$$3.2 \quad F(y; m) = \lambda(m)f(y/\lambda(m)), \text{ pour tout } y \in D \text{ et tout } m,$$

où f est le barème applicable aux célibataires et où $\lambda(m)$ représente le nombre de parts attribuées à un ménage de taille m augmentant avec celle-ci et tel que $\lambda(1) = 1$. L'introduction des nombres de parts dans le calcul de l'impôt entraîne pour chaque ménage de type $m > 1$ une « réduction d'impôt » qui augmente avec le revenu imposable. Afin de limiter l'avantage accordé implicitement par la règle du quotient familial aux revenus élevés, le législateur a imposé un plafond à la réduction d'impôt. En toute rigueur, la formule (3.2) est donc inexacte dans la mesure où elle n'intègre pas le plafonnement du quotient familial [voir Moyes et Trannoy (1999) pour une discussion du plafonnement]. Le système fiscal en vigueur chez nos voisins britanniques avant la réforme de 1975 était définie par

$$3.3 \quad F(y; m) = \begin{cases} y, & \text{si } y < \gamma(m), \\ f(y - \gamma(m)) + \gamma(m), & \text{si } \gamma(m) \leq y, \end{cases}$$

pour tout $m \geq 2$, où f est le barème applicable aux célibataires et où $\gamma(m)$ représente l'abattement sur le revenu imposable consenti au titre des personnes à charge dans le foyer fiscal avec $\gamma(1) = 0$ ¹³. Le système fiscal en Allemagne représente dans une certaine mesure un compromis entre les deux systèmes précédents. En effet, les couples sans enfant sont soumis à la règle du quotient conjugal alors que les couples avec enfant[s] ont la possibilité d'opter pour un système d'abattements. Précisément, pour $m > 2$, nous avons

$$3.4 \quad F(y; m) := \begin{cases} y, & \text{si } y < \eta(K), \\ \lambda(2)f((y - \eta(K))/\lambda(2)) + \eta(K), & \text{si } \eta(K) \leq y, \end{cases}$$

où $\lambda(2) = 2$ est le nombre de parts attribuées aux couples sans enfant ou quotient conjugal et $\eta(K)$ est l'abattement qui augmente avec le nombre d'enfants à charge K ¹⁴. Une autre possibilité pour prendre en compte les dépenses occasionnées par la présence d'enfants dans le ménage consiste à

13. Depuis 1975 les abattements liés à la présence d'enfants dans le foyer fiscal ont été intégrés dans les allocations familiales. En toute rigueur, le système décrit en (3.3) ne représente plus le système britannique d'imposition.

14. Pour être exact, la législation permet aux couples avec enfants de choisir entre un abattement fixe sur le revenu imposable et un crédit d'impôt croissant avec le nombre d'enfants.

utiliser les crédits d'impôt comme c'est le cas en Grèce et en Italie par exemple. Le système fiscal applicable à un couple avec K enfants s'écrirait alors

$$3.5 \quad F(y; 2 + K) := F(y; 2) + \zeta(K),$$

$\zeta(K)$ est le crédit d'impôt qui augmente avec le nombre d'enfants à charge K^{15} . On pourra se reporter à O'Donoghue et Sutherland (1998) pour un examen de la manière dont la famille est traitée dans les différents systèmes fiscaux Européens.

3.3 Deux propriétés minimales pour un système fiscal

Une controverse récente dans *Économie et Statistique* [Glaude (1992), Sterdyniak (1992)] a relancé le débat sur la question de savoir laquelle, de (3.2) et de (3.3), est la meilleure structure fiscale¹⁶? Il y a au moins deux desiderata qui viennent immédiatement à l'esprit lorsqu'on cherche à apprécier un système fiscal. La première est que le barème qui s'applique à chaque type de ménage doit être progressif :

$$3.6 \quad F(y; m)/y \text{ est décroissant avec } y, \text{ pour tout } y \in D \text{ et tout } m \in \mathbb{H}.$$

Cette condition garantit que le système fiscal réduit les inégalités de revenus au sein de chaque groupe de ménages du même type ainsi que nous l'avons montré dans la Section 2. La deuxième condition est que les familles nombreuses – et qui ont par conséquent plus de besoins – ne doivent pas être traitées de façon moins favorable que les familles moins nombreuses ; en d'autres termes

$$3.7 \quad F(y; m) \text{ est croissant avec } m, \text{ pour tout } y \in D \text{ et tout } m \in \mathbb{H}.$$

Examinons les systèmes fiscaux (3.2), (3.3) et (3.4) sur la base des deux conditions précédentes. Le système d'imposition basé sur le quotient familial apparaît-il de ce point de vue meilleur qu'un système faisant intervenir des abattements? Considérons dans un premier temps le système fiscal français. La progressivité de f et le fait que par définition $\lambda(m) \geq 1$, pour tout $m \in \mathbb{H}$, impliquent que

15. Il faut noter que le couple dans ces deux pays est assujéti à la taxation séparée des revenus et non conjointe comme c'est le cas en France.

16. Cette controverse fait suite à un certain nombre d'articles qui par le passé ont plaidé en faveur d'un système fiscal de type britannique [voir notamment Atkinson, Bourguignon et Chiappori (1988), Glaude (1991), Malabouche (1991)].

$$3.8 \quad \frac{\partial [F(y; m)/y]}{\partial y} = \frac{1}{\lambda(m)} \left[f' \left(\frac{y}{\lambda(m)} \right) \frac{y}{\lambda(m)} - f \left(\frac{y}{\lambda(m)} \right) \right] \leq 0, \text{ pour tout } y \in D,$$

si bien que le taux moyen de disposition pour un ménage de type m est décroissant. De même, la croissance du nombre de parts avec la taille familiale garantit que

$$3.9 \quad \frac{\partial F(y; m)}{\partial m} = \lambda'(m) \left[f \left(\frac{y}{\lambda(m)} \right) - f' \left(\frac{y}{\lambda(m)} \right) \frac{y}{\lambda(m)} \right] \geq 0, \text{ pour tout } m \in \mathbb{H},$$

où nous avons supposé pour simplifier que $\lambda(m)$ est continu et dérivable par rapport à m . La progressivité du barème f nous assure que chacune des deux conditions précédentes est vérifiée. Cette propriété est-elle une singularité du quotient familial ou est-elle satisfaite aussi par d'autres systèmes fiscaux ? Considérons maintenant le système de taxation de type britannique ; la progressivité de f implique que

$$3.10 \quad f'(y - \gamma(m))(y - \gamma(m)) - f(y - \gamma(m)) \leq 0, \text{ pour tout } y \in D,$$

et on déduit de la Remarque 2.1 que

$$3.11 \quad f'(y - \gamma(m))\gamma(m) \leq \gamma(m), \text{ pour tout } y \in D.$$

En sommant termes à termes les deux inégalités précédentes, on obtient finalement

$$3.12 \quad f'(y - \gamma(m))y - f(y - \gamma(m)) \leq \gamma(m), \text{ pour tout } y \in D,$$

qui implique que le taux moyen de disposition du système fiscal défini par (3.3) est décroissant avec le revenu primaire pour chaque type de ménage. On vérifierait de la même façon que le revenu disponible ne peut diminuer lorsque la taille familiale augmente. Les résultats précédents laissent augurer que le système fiscal germanique vérifie bien aussi les conditions (3.6) et (3.7). Le cas des couples allemands étant analogue à celui des couples français, nous considérerons uniquement les couples avec enfant[s]. La progressivité du barème applicable aux couples avec enfant[s] requiert que

$$3.13 \quad \frac{\partial [F(y; m)/y]}{\partial y} = f' \left(\frac{y - \gamma(m)}{\lambda(m)} \right) \frac{y}{\lambda(m)} - f \left(\frac{y - \gamma(m)}{\lambda(m)} \right) \leq \gamma(m), \text{ pour tout } y \in D.$$

On vérifie en suivant un raisonnement analogue au précédent que la condition ci-dessus est remplie dès lors que f est progressif. De même, la progressivité de f et la croissance de $\lambda(m)$ avec la taille familiale nous

assurent que

$$3.14 \quad \frac{\partial F(y; m)}{\partial m} = \lambda'(m) \left[f\left(\frac{y - \gamma(m)}{\lambda(m)}\right) - f'\left(\frac{y - \gamma(m)}{\lambda(m)}\right) \frac{y - \gamma(m)}{\lambda(m)} \right] \geq 0,$$

pour tout $m \in \mathbb{H}$. Sous des conditions minimales – progressivité du barème applicable aux célibataires et croissance de l'impôt avec le revenu imposable – toujours vérifiées dans la pratique, les systèmes fiscaux prenant en compte la composition familiale au moyen du quotient familial, d'abattements sur le revenu imposable ou d'une combinaison de ces deux principes vérifient les conditions (3.6) et (3.7). Par conséquent, il n'apparaît pas possible de départager les trois systèmes de taxation stylisés présentés plus haut sur la seule base de ces deux conditions. En d'autres termes, les conditions (3.6) et (3.7) sont trop faibles pour expliquer la structure du système fiscal et la logique de celle-ci doit trouver son origine dans d'autres critères.

4. Les implications de l'approche en terme de dominance séquentielle

En généralisant l'approche de la Section 2, nous conviendrons qu'un bon système fiscal est un système qui réduit les inégalités, et qu'un système fiscal est meilleur qu'un autre s'il réduit davantage les inégalités, et ce quelle que soit la distribution des revenus primaires et des tailles familiales. À supposer que l'on accepte ce point de vue, encore faut-il préciser ce que l'on entend par réduction des inégalités dans le cas de populations hétérogènes.

4.1 Le critère de dominance séquentiel d'Atkinson et Bourguignon

Atkinson et Bourguignon (1987) ont introduit le *critère de Lorenz séquentiel* afin d'effectuer des comparaisons de bien-être dans le cas de populations de ménages hétérogènes. Ce critère nécessite que l'on soit capable de classer les types de ménages dans l'ordre croissant des besoins, ce qui ne pose pas trop de difficultés dans le cas de la taille familiale. Toutefois ce critère ne permet pas de juger du caractère plus ou moins redistributif d'un système fiscal dans la mesure où la somme des revenus disponibles est inférieure à celle des revenus primaires, alors qu'une

condition nécessaire pour que la distribution $(x; m)$ domine la distribution $(y; m)$ au sens du critère de Lorenz séquentiel est que la somme des revenus en $(x; m)$ soit supérieure ou égale à la somme des revenus en $(y; m)$. Moyes et Shorrocks (1991) ont suggéré le critère ci-dessous qui évite cette difficulté tout en respectant la logique de l'approche d'Atkinson et Bourguignon (1987)¹⁷.

Avant de définir notre critère séquentiel, il est nécessaire d'introduire quelques notations supplémentaires. Étant donné le vecteur des tailles familiales $m := (m_1, \dots, m_n)$, nous noterons $S_{[h]} := \{i \in S \mid m_i \geq h\}$ l'ensemble des ménages dont la taille familiale est supérieure ou égale à h . Le nombre de ménages comprenant au moins h personnes est noté $q_h := \#S_{[h]}$. Il en résulte que $S_{[1]}$ n'est rien d'autre que la population des ménages tous types confondus et $q_1 = n$. La distribution des revenus pour la population $S_{[h]}$ est alors représentée par $x^{[h]} := (x_1^h, \dots, x_{q_h}^h)$ telle que $x_i^h \leq x_{i+1}^h$, pour tout $i = 1, 2, \dots, q_h - 1$ ¹⁸. Pour des raisons de cohérence avec le cas unidimensionnel, nous associerons à chaque population $S_{[h]}$ le vecteur de pondérations $w^{[h]} := (w_1^h, \dots, w_{q_h}^h)$ défini par $w_i^h := 1$, pour tout $i = 1, 2, \dots, q_h - 1$. Enfin, nous noterons $\tilde{x}^{[h]} := (\tilde{x}_1^h, \dots, \tilde{x}_{n_h}^h)$ la distribution réduite obtenue en posant $\tilde{x}_i^h := x_i^h / \mu(x^{[1]} \mid w^{[1]})$, pour tout $i \in S_{[h]}$ et tout $h \in \mathbb{H}$. Nous pouvons alors introduire l'adaptation du critère de Lorenz séquentiel suggérée par Moyes et Shorrocks (1991).

DÉFINITION 4.1 :

Étant donné deux distributions $(x; m), (y; m) \in \mathcal{Z}(D)$, nous dirons que $(x; m)$ domine $(y; m)$ au sens du critère de Lorenz séquentiel relatif, ce que nous noterons $(x; m) \geq_{LSR} (y; m)$, si

$$4.1.a \quad (\tilde{x}^{[h]} \mid w^{[h]}) \geq_L (\tilde{y}^{[h]} \mid w^{[h]}), \text{ pour tout } h = 2, 3, \dots, H, \text{ et}$$

$$4.1.b \quad (\tilde{x}^{[1]} \mid w^{[1]}) \geq_L (\tilde{y}^{[1]} \mid w^{[1]}).$$

La condition (4.1.a) signifie que la part du revenu total détenue par chaque $p \times 100\%$ ménages les plus pauvres parmi les $H - h + 1$ types les plus handicapés dans la situation $(x \mid w)$ n'est jamais inférieure à la part qu'ils

17. Du reste la procédure suggérée par Moyes et Shorrocks (1991) a été implicitement utilisée par Atkinson, Bourguignon et Chiappori (1988) lors de leur étude comparative sur la capacité redistributive des systèmes de taxation français et britannique.

18. Par définition, x_i^h est le revenu du ménage qui, dans la population $S_{[h]}$, occupe la position i sur l'échelle des revenus et non pas le revenu du ménage $i \in S$.

obtiennent dans la situation $(y | w)^{19}$. La condition (4.1.b) signifie simplement que la distribution $(x | w)$ domine la distribution $(y | w)$ au sens du critère de Lorenz relatif. Par conséquent, le critère de Lorenz séquentiel relatif est une sous-relation du critère de Lorenz relatif traditionnel au sens où le second implique le premier. Nous présentons un exemple afin d'illustrer la mise en œuvre du critère de Lorenz séquentiel relatif.

EXEMPLE 4.1 :

Soit la population $S = \{1, 2, 3, 4\}$ constituée de deux célibataires et de deux couples, et soient les trois distributions hétérogènes suivantes : $(x; m) = (2, 2, 4, 2; 1, 2, 2, 1)$; $(y; m) = (2, 2, 2, 4; 1, 2, 2, 1)$; et $(z; m) = (1, 2, 4, 3; 1, 2, 2, 1)$. En utilisant les définitions précédentes, nous avons alors : $S_{[2]} = \{2, 3\}$; $S_{[1]} = \{1, 2, 3, 4\}$; $x^{[2]} := (2, 4)$; $x^{[1]} := (2, 2, 2, 4)$; $y^{[2]} := (2, 2)$; $y^{[1]} := (2, 2, 2, 4)$; $z^{[2]} := (2, 4)$; $z^{[1]} := (1, 2, 3, 4)$. Le tableau ci-dessous indique les parts du revenu total détenues par les k ménages les plus pauvres lorsqu'on considère successivement les couples et l'ensemble des ménages.

k	$(x; m)$		$(y; m)$		$(z; m)$	
	$\sum_1^k w_j^2 \bar{x}_j^2$	$\sum_1^k w_j^2 \bar{x}_j^1$	$\sum_1^k w_j^2 \bar{y}_j^2$	$\sum_1^k w_j^2 \bar{y}_j^1$	$\sum_1^k w_j^2 \bar{z}_j^2$	$\sum_1^k w_j^2 \bar{z}_j^1$
1	.2	.2	.2	.2	.2	.1
2	.6	.4	.4	.4	.6	.3
3		.6		.6		.6
4		1.0		1.0		1.0

La mise en œuvre du critère précédent donne alors : $(x; m) \geq_{LSR} (y; m)$ et $(x; m) \geq_{LSR} (z; m)$, cependant que $(y; m)$ et $(z; m)$ ne sont pas comparables.

4.2 L'impossibilité de redistribution au sens du critère de dominance séquentiel

Par analogie avec le cas de populations homogènes, il est naturel d'imposer à la structure de taxation de réduire l'inégalité au sens du critère de Lorenz séquentiel relatif et d'examiner les restrictions que cette condition implique pour la structure du système fiscal.

19. Une variante consisterait à considérer pour chacun des $p \times 100\%$ ménages les plus pauvres parmi les $H - h + 1$ types les plus handicapés la part du revenu qu'ils détiennent exprimée en proportion du revenu total perçu par les $H - h + 1$ types les plus handicapés [voir Moyes et Shorrocks (1991)].

DÉFINITION 4.2 :

Nous dirons que le système fiscal $F \in \mathcal{F}^*$ est *égalisant au sens du critère de Lorenz séquentiel relatif* si

$$4.2 \quad (F(y_1, m_1), \dots, F(y_n, m_n); \mathbf{m}) \geq_{LSR} (\mathbf{y}; \mathbf{m}), \text{ pour tout } (\mathbf{y}; \mathbf{m}) \in \mathcal{Z}(D).$$

Contrairement à ce que pouvait laisser espérer la Proposition 2.1, la prise en compte de la taille familiale par le système fiscal ne permet pas de réaliser l'objectif de réduction des inégalités au sens du critère de Lorenz séquentiel relatif ainsi que le montre le résultat suivant.

PROPOSITION 4.1 [Moyes et Shorrocks (1998a)]

Le système fiscal $F \in \mathcal{F}^*$ est égalisant au sens du critère de Lorenz séquentiel relatif si et seulement s'il existe $c > 0$ tel que

$$4.3 \quad F(y; m) = cy, \text{ pour tout } y \in D \text{ et tout } m \in \mathbb{H}.$$

En d'autres termes, le seul système fiscal cohérent avec le critère de Lorenz séquentiel relatif consiste à appliquer le même barème linéaire à tous les ménages, quels que soient leur revenu et leur type. Le système fiscal défini par (4.3) élimine par conséquent toute possibilité de redistribution, tant en fonction du revenu que de la taille familiale, et il n'existe donc pas de système fiscal $F \in \mathcal{F}^*$ strictement égalisant au sens du critère de Lorenz séquentiel relatif.

Il ne faut pas voir dans la Proposition 4.1 une remise en cause des résultats d'Atkinson, Bourguignon et Chiappori (1988) démontrant la supériorité en matière de redistribution du système britannique sur le système français, quand on applique le premier à la distribution des revenus primaires des ménages français. La Proposition 4.1 indique seulement que, pas plus le système britannique que le système français ou la structure germanique, ne sont à même de réduire les inégalités dans toutes les situations possibles si l'on adopte le critère de Lorenz séquentiel relatif. Ceci par contre n'est plus vrai quand on fixe la distribution des revenus primaires et des tailles familiales. Il est alors possible de construire un système fiscal égalisant, mais dans ce cas les paramètres du système fiscal dépendent explicitement de la distribution des revenus et des tailles familiales²⁰.

20. Atkinson et Bourguignon (1989) ont ainsi démontré qu'il était possible en taxant tous les revenus au même taux marginal constant et en attribuant un crédit d'impôt qui augmente avec la taille familiale de réduire les inégalités de revenus au sens du critère de Lorenz séquentiel relatif.

On pourrait voir dans ce résultat une limite inhérente au critère de Lorenz séquentiel et par conséquent tenter de substituer à ce dernier un critère multidimensionnel permettant de dépasser l'impossibilité. Toutefois sans remettre en cause le critère de Lorenz séquentiel, on peut estimer que la condition (4.2) est trop exigeante dans la mesure où ce qui importe est que le système fiscal réduise l'inégalité pour les distributions primaires qui se réalisent dans la pratique. Il est inutile d'imposer au système fiscal de réduire les inégalités dans le cas de distributions qui ont aucune ou peu de chances de se réaliser. C'est le point de vue adopté par Ok (1997) qui montre que, si on élimine la distribution telle que tous les ménages ont le même revenu quelle que soit leur taille, alors on peut construire des structures de taxation égalisantes²¹. L'idée consiste en quelque sorte à affaiblir suffisamment la condition de domaine universel contenue implicitement dans la condition (4.2) en évitant toutefois de faire dépendre exclusivement le système fiscal de la distribution des revenus et des tailles familiales. Une autre stratégie consiste à exploiter l'approche en termes d'échelles d'équivalence et à examiner les implications de celle-ci en matière de politique fiscale ; ce sera l'objet de la prochaine section.

5. Les implications de l'approche en termes de revenus équivalents

Ainsi que nous l'avons évoqué plus haut, la technique classique lorsqu'il s'agit de comparer des distributions de revenus pour des populations de ménages hétérogènes consiste à déterminer le niveau de vie de chacun des différents ménages au moyen d'une échelle d'équivalence. On se ramène ainsi de manière fictive à une distribution de revenus comparables pour une population homogène, généralement composée de célibataires. Cette procédure soulève un certain nombre de difficultés, la première étant que les résultats des comparaisons en termes de bien-être et/ou d'inégalité sont sensibles au choix de l'échelle d'équivalence. Une seconde difficulté, largement sous-estimée dans la littérature, est que le système des pondérations utilisé pour construire la distribution équivalente

21. La portée pratique de ce résultat est toutefois limitée dans la mesure où Ok (1997) considère des structures de taxation particulières et impose des bornes inférieures pour les revenus primaires sur les valeurs desquelles il paraît difficile de s'accorder.

affecte aussi de manière sensible les résultats²². Dans la mesure où il paraît difficile d'espérer à l'heure actuelle réunir un consensus en ce qui concerne le choix de l'échelle d'équivalence et du système de pondérations, nous suggérons d'introduire suffisamment de flexibilité afin de ne pas contraindre l'analyse en choisissant telle ou telle échelle d'équivalence ou tel ou tel système de pondération.

5.1 Transformation équivalente et critère d'inégalité

Pour développer cette approche, nous avons besoin de la donnée de ce que nous qualifierons de transformation équivalente. Notons $U(y; m)$ la fonction de bien-être paternaliste d'un ménage de taille m supposée (i) strictement croissante par rapport à y , (ii) décroissante par rapport à m et (iii) telle que $U(D; h) = U(D; \ell)$, pour tout $h, \ell \in \mathbb{H}$, où $U(D; h)$ représente l'image de l'intervalle D par la fonction $U(\cdot; h)$ ²³. Alors la *transformation équivalente* $E_{hm}(y)$ est définie par

$$5.1 \quad U(E_{hm}(y); h) = U(y; m), \text{ pour tout } y \in D \text{ et tout } m \in \mathbb{H}.$$

Par définition, $E_{hm}(y)$ est le *revenu équivalent* d'un ménage de type m percevant le revenu y , c'est à dire le revenu qu'il faudrait donner à un ménage de type h pour que celui-ci en retire le même bien-être ou niveau de vie. Étant donné (5.1), retenir la transformation équivalente E revient à sélectionner une fonction de bien-être U , et constitue un jugement de valeur au même titre que choisir un indicateur d'inégalité. On peut représenter une transformation équivalente sous la forme d'une matrice à H lignes et H colonnes $E = [E_{h\ell}]$: la ligne h indique les transformations de revenu à effectuer quand le ménage de référence est de taille h , cependant que la colonne ℓ indique la transformation opérée pour un ménage de type ℓ suivant le type de référence choisi. Il résulte de la définition précédente et des propriétés de la fonction de bien-être que :

$$(5.2.a) \quad E_{hh}(y) = y, \text{ pour tout } h \in \mathbb{H} \text{ et tout } y \in D;$$

$$(5.2.b) \quad E_{hm}(y) \text{ est continue et strictement croissante avec } y, \text{ pour tout } h, m \in \mathbb{H};$$

22. On pourra se reporter à Bourguignon (1993) pour une critique de la méthode des échelles d'équivalence lorsque celle-ci est utilisée pour effectuer des comparaisons entre familles de taille et de composition différente dans l'analyse normative de la distribution des revenus. Cet article insiste notamment sur les faiblesses logiques de la notion d'échelle d'équivalence et de son estimation.

23. Cette notion fait référence au principe de l'*extended sympathy* où un observateur bienveillant a pour tâche d'évaluer le bien-être des différents ménages sur la base de l'information dont il dispose quant à leurs revenus et caractéristiques socio-démographiques.

(5.2.c) $E_{hm}(y)$ décroissante avec m , pour tout $h \in \mathbb{H}$ et tout $y \in D$;

(5.2.d) $E_{hm}(y) = E_{h\ell} \circ E_{\ell m}(y)$, pour tout $h, \ell, m \in \mathbb{H}$ et tout $y \in D$;

(5.2.e) $E_{hm}(D) = D$, pour tout $h, m \in \mathbb{H}$.

La propriété (5.2.a) indique simplement que le revenu du type de ménage choisi comme référence n'est pas ajusté. La propriété (5.2.b) est naturelle et implique en particulier que $E_{hm}(y)$ est inversible en y . Dans la mesure où on considère qu'à revenu constant le bien-être du ménage diminue avec le nombre de personnes qui le composent, il est naturel d'avoir $E_{hm}(y)$ décroissant avec m , d'où la condition (5.2.c). La propriété (5.2.d) est une condition d'indépendance qui signifie que le revenu équivalent ne dépend pas de la manière dont les différentes transformations utilisées ont été combinées. Il est intéressant de noter que cette condition implique que la matrice $E = [E_{h\ell}]$ est symétrique en ce sens que $E_{\ell h}(y) = E_{h\ell}^{-1} \circ E_{hh}(y) = E_{h\ell}^{-1}(y)$, pour tout $y \in D$ et tout $h, \ell, m \in \mathbb{H}$. Finalement la propriété (5.2.e) est une condition technique qui requiert que la transformée de l'intervalle D pour chaque type de ménage soit précisément D . Nous noterons $\mathbb{E}$ l'ensemble des transformations équivalentes qui vérifient les conditions (5.2.a) à (5.2.e) ci-dessus.

La pratique habituelle lorsqu'il s'agit d'évaluer des distributions hétérogènes du point de vue de l'inégalité par exemple consiste à comparer les distributions équivalentes correspondantes obtenues (i) en ajustant les revenus originaux au moyen d'une échelle d'équivalence, et (ii) en pondérant en règle générale les revenus équivalents par le nombre de personnes présentes dans le ménage. Cette approche consiste à réduire des distributions multidimensionnelles réelles en des distributions unidimensionnelles fictives. Les critères d'inégalité que nous retiendrons généralisent d'une certaine manière la pratique courante et font intervenir trois paramètres : (i) la transformation équivalente $E \in \mathbb{E}$, (ii) le type de ménage de référence $h \in \mathbb{H}$, et (iii) le système des pondérations $\mathbf{w} := (w_1, \dots, w_n)$, où $w_i > 0$ ne dépend que des caractéristiques démographiques du ménage i . Précisément, nous avons :

DÉFINITION 5.1 :

Étant donné la transformation équivalente $E \in \mathbb{E}$, le type de référence $h \in \mathbb{H}$ et le système de pondérations $\mathbf{w} \in \mathbb{R}_{++}^n$, nous dirons que la *distribution* $(\mathbf{x}; \mathbf{m})$ est *moins inégale* que la *distribution* $(\mathbf{y}; \mathbf{m})$ pour E, h et $\mathbf{w}$, ce que nous écrirons $(\mathbf{x}; \mathbf{m}) \succeq [LR, E, h, \mathbf{w}] (\mathbf{y}; \mathbf{m})$ si

$$5.3 \quad (E_{hm_1}(x_1), \dots, E_{hm_n}(x_n) \mid \mathbf{w}) \geq_{LR} (E_{hm_1}(y_1), \dots, E_{hm_n}(y_n) \mid \mathbf{w}).$$

Le critère précédent consiste à utiliser la transformation E pour déterminer les revenus équivalents pour le type de référence h et à appliquer ensuite le critère de Lorenz relatif aux distributions obtenues en pondérant les revenus équivalents au moyen du système de pondérations w . L'approche la plus courante correspond au cas où (i) $E_{hm}(y) := y/b(h, m)$ (échelle d'équivalence), (ii) $h = 1$ (célibataire comme type de référence), et (iii) $w := (m_1, \dots, m_n)$ (pondération égale au nombre de personnes dans le ménage). Il existe naturellement d'autres possibilités notamment en ce qui concerne le choix du système des pondérations. Ainsi Ebert (1999) et Pyatt (1985, 1990) ont-ils suggéré de pondérer le revenu équivalent par l'échelle d'équivalence plutôt que par le nombre de personnes constituant le ménage²⁴.

5.2 Progressivité conditionnelle et structure du système fiscal

Comment peut-on définir la progressivité d'un système de taxation quand celui-ci prend explicitement en compte la taille familiale ? Nous avons alors besoin d'une définition analogue à (2.8) nous permettant de préciser le caractère réducteur d'inégalité du système fiscal.

DÉFINITION 5.2 :

Étant donné la transformation équivalente $E \in \mathbb{E}$, le type de référence $h \in \mathbb{H}$ et le système de pondérations $w \in \mathbb{R}_{++}^n$, nous dirons que la système fiscal $F \in \mathcal{F}^*(D)$ est $[LR, E, h, w]$ -égalisant si

$$5.4 \quad (F(y_1, m_1), \dots, F(y_n, m_n); m) \succeq [LR, E, h, w] (y_1, \dots, y_n; m), \forall (y; m) \in \mathcal{Z}(D).$$

La condition (5.4) requiert que la courbe de Lorenz relative des revenus équivalents après taxation soit située nulle part en dessous de la courbe de Lorenz relative des revenus équivalents avant taxation, et ce quelle que soit la distribution des revenus primaires et des tailles familiales. À l'évidence, la condition précédente apparaît très restrictive dans la mesure où tant la transformation équivalente que le type de référence sont supposés faire l'objet d'un consensus social. Toutefois, nous insistons sur le fait que nous n'imposons aucune restriction particulière sur la transformation équivalente à l'exception des conditions (5.2).

Nous supposons dorénavant qu'il existe un consensus au sein de la société relatif au choix de la transformation équivalente et du type de

24. Il est important de noter que, même dans le cas où il y aurait accord sur l'échelle d'équivalence, le choix du système des pondérations peut affecter le résultat des comparaisons [voir par exemple Figini (1998)]. Une analyse axiomatique de différentes méthodes de pondération des revenus équivalents est présentée dans Ebert (1997).

référence sans toutefois préciser ceux-ci. Quelles sont alors les implications pour la politique fiscale de l'objectif de réduction des inégalités tel que nous l'avons défini plus haut ? La réponse est donnée par le résultat suivant :

PROPOSITION 5.1 [Ebert et Moyes (1999)]

Soit la transformation équivalente $E \in \mathbb{E}$, le type de référence $h \in \mathbb{H}$ et le système de pondérations $\mathbf{w} := (w_1, \dots, w_n) \in \mathbb{R}_{++}^n$. Alors, le système fiscal $F \in \mathcal{F}^*(D)$ est $[LR, E, h, \mathbf{w}]$ -égalisant si et seulement si

5.5.a $F(y; m) = E_{hm}^{-1} \circ f_h \circ E_{hm}(y)$, pour tout $y \in D$ et tout $m \in \mathbb{H}$, et

5.5.b $f_h(\cdot) := F(\cdot; h)$ est progressif.

La Proposition 5.1 indique la structure du système fiscal qui garantit que la distribution après taxation ne sera jamais plus inégale que la distribution avant taxation quand il existe un consensus en ce qui concerne le choix du type de ménage de référence. Cette structure implique une forme de séparabilité entre (i) les ajustements à effectuer pour prendre en compte les différences de besoins des ménages, lesquels sont définis par la transformation équivalente, et (ii) la manière dont les revenus équivalents doivent être redistribués entre les ménages, laquelle fait intervenir la progressivité du barème du type de référence. Aussi longtemps que l'on souscrit au critère de Lorenz relatif pour apprécier l'inégalité unidimensionnelle, le barème du type de référence f_h et la transformation équivalente E déterminent entièrement le système fiscal. Il faut insister sur le fait que, s'il n'existe pas de marge de manœuvre en ce qui concerne la manière dont les différences de besoins doivent être prises en compte par le système fiscal, par contre le législateur a toute latitude quant au choix du barème du type de référence à partir du moment où celui-ci est progressif. Cela signifie en particulier que, une fois sélectionnés la transformation équivalente et le type de référence, le choix du barème pour le type de référence constitue l'unique possibilité d'ajustement dont dispose les autorités fiscales lors de la détermination du système fiscal. Il en résulte que les jugements de valeur reflétés par le choix du critère d'inégalité unidimensionnelle et de la procédure utilisée pour déterminer les niveaux de vie sont indépendants. Compte tenu de ce que nous avons dit plus haut au sujet de la sensibilité des résultats en matière d'inégalité par rapport au choix du système des pondérations, il est rassurant de noter que la structure du système fiscal mis en évidence par la Proposition 5.1 ne dépend pas des pondérations retenues. Étant donné la transformation équivalente $E \in \mathbb{E}$ et le type de référence $h \in \mathbb{H}$, il est commode de représenter par

5.6 $\mathcal{F}^*(LR, E, h) := \{F \in \mathcal{F}^*(D) \mid \text{la condition (5.4) est vérifiée}\}$

l'ensemble des systèmes fiscaux $F \in \mathcal{F}^*(D)$ qui sont $[LR, E, h, w]$ -égalisants.

Quels sont les enseignements de la Proposition 5.1 en ce qui concerne les systèmes fiscaux introduits dans la Section 3 ? Si on choisit le célibataire comme type de référence et si on pose $E_{1m}(y) = y/\lambda(m)$, alors le système d'imposition français sans plafonnement vérifie chacune des conditions (5.5.a) et (5.5.b). Le système d'imposition des revenus en France est égalisant pour $h = 1$ et $E_{1m}(y) = y/\lambda(m)$, dès lors que le nombre de parts $\lambda(m)$ mesure correctement la surdépendance entraînée par le conjoint et les enfants à charge. De même, le système britannique antérieur à 1975 réduit les inégalités des revenus équivalents pour $E_{1m}(y) = y - \gamma(m)^{25}$. On obtient une conclusion similaire dans le cas allemand en choisissant E telle que $E_{12}(y) = y/\lambda(2)$ et $E_{1m}(y) = (y - \gamma(K))/\lambda(2)$, pour tout $m > 2$ où $K = m - 2$ est le nombre d'enfants à charge. En négligeant les problèmes de domaines de définition, on peut affirmer que les systèmes de taxation stylisés définis par (3.2), (3.3) et (3.4) sont bien réducteurs d'inégalité pour un choix approprié de la transformation équivalente et du type de référence. Par contre le système des crédits d'impôt (3.5) tel qu'il est pratiqué en Grèce ou en Italie n'apparaît pas cohérent au vu de la Proposition 5.1 même si le barème applicable au couple est progressif.

La Proposition 5.1 suggère une autre interprétation possible si on admet une certaine cohérence de la part de l'administration fiscale. Supposons que celle-ci ait bien pour objectif de réduire les inégalités au sens de la condition (5.4), que le ménage de référence soit le célibataire, mais que par contre la transformation équivalente utilisée ne soit pas connue. La Proposition 5.1 nous enseigne que si, le système fiscal est égalisant, alors la transformation équivalente utilisée implicitement par l'administration fiscale doit vérifier la condition (5.5.a). Sous l'hypothèse de cohérence exprimée par la condition (5.4), la Proposition 5.1 permet de révéler les préférences de l'administration fiscale en ce qui concerne la manière dont les niveaux de vie de ménages de types distincts doivent être comparés. Formellement, étant donné le système fiscal F , il s'agit de trouver la transformation $E \in \mathbb{E}$ telle que

25. Ceci n'est vrai en toute rigueur que sur un domaine restreint des distributions hétérogènes i.e., $\{(y; m) \mid y_i^h > \gamma(h), \text{ pour tout } h \in \mathbb{H} \text{ et tout } i = S_h\}$, où $S_h := \{i \mid m_i = h\}$.

$$5.7 \quad F(y; m) = E_{1m}^{-1} \circ f_1 \circ E_{m1}(y), \text{ pour tout } y \in D \text{ et tout } m \in \{2, 3, \dots, H\},$$

où par définition $f_1(y) := F(y; 1)$ et $E_{11}(y) := y$, pour tout $y \in D$. La formule (5.7) permet donc de révéler en quelque sorte la rationalité implicite du système fiscal et nous dirons dans ce cas que E rationalise F . Si on ne peut pas trouver de transformation $E \in \mathbb{E}$ telle que la condition (5.7) soit vérifiée, alors on peut avoir un sérieux doute en ce qui concerne la cohérence de l'administration fiscale²⁶.

Certes la Proposition 5.1 est peu surprenante et les partisans du principe de l'équité horizontale ne manqueront pas de faire remarquer que la condition (5.5.a) découle directement de ce principe. En effet, on considère généralement en finance publique que l'équité horizontale est une propriété minimale que doit satisfaire tout système de taxation. Ce principe de justice, qui requiert que deux ménages ayant le même niveau de vie avant taxation doivent avoir le même niveau de vie après taxation, n'a de sens qu'à partir du moment où on adhère à une transformation équivalente particulière. Il est facile de vérifier que l'équité horizontale est une condition nécessaire et suffisante pour que la condition (5.5.a) soit satisfaite dès lors que la transformation $E \in \mathbb{E}$ et le type de référence $h \in \mathbb{H}$ ont été retenus. Toutefois, sans nier cette évidence, nous voudrions insister sur le fait que, d'une part l'équité horizontale n'est pas suffisante pour garantir que le système fiscal est $[LR, E, h, w]$ -égalisant, d'autre part l'esprit de l'analyse présentée ici est différent des théories faisant appel à des arguments en termes d'équité horizontale. Le fait que les deux approches permettent d'obtenir la même condition de factorisation est une coïncidence qui ne saurait dissimuler les divergences théoriques. Un exemple de l'approche basée sur le principe de l'équité horizontale est fourni par Lambert et Yitzhaki (1997) qui étudient les systèmes d'exemption pour prendre en compte la composition familiale dans la taxation des revenus. Du point de vue de l'approche suivie dans le présent article, il est intéressant de noter que les critères d'inégalité que nous utilisons pour évaluer la capacité redistributive du système fiscal ne vérifient en aucun cas

26. Une difficulté avec ce test de rationalité réside dans le fait que la décomposition (5.5.a) n'est pas nécessairement unique si bien qu'un même système fiscal peut être égalisant pour deux transformations équivalentes distinctes. Autrement dit, il est possible de "rationaliser" le même système fiscal à partir de deux jugements de valeurs différents en ce qui concerne la manière dont les revenus de ménages de taille distinctes doivent être comparés.

l'analogue de la condition d'équité horizontale dans ce contexte plus général²⁷.

5.3 Progressivité inconditionnelle et structure du système fiscal

Compte tenu du caractère très restrictif du critère d'inégalité que nous avons retenu, il est souhaitable d'examiner dans quelle mesure les résultats peuvent être affectés par l'introduction de davantage de flexibilité. Ainsi que l'ont établi Ebert et Moyes (1999), il n'apparaît pas possible – au moins dans le cadre d'analyse retenu ici – d'obtenir des résultats quand la transformation équivalente utilisée pour comparer les situations de ménages de types distincts cesse de faire l'objet d'un consensus. En effet, on peut montrer que le plus petit désaccord relatif à la transformation équivalente conduit à l'impossibilité de redistribuer du revenu : des ménages riches vers les ménages pauvres pour un type donné, et des familles de taille réduite vers les familles nombreuses pour un niveau de revenu donné. Par contre, dans la mesure où le choix du type de référence semble plus relever de l'usage que d'un quelconque principe normatif, il apparaît opportun de vérifier dans quelle mesure les propriétés redistributives du système de taxation sont robustes par rapport au choix du type de référence. On peut alors montrer que le fait que les systèmes fiscaux définis par (5.5.a) soient cohérents avec le critère de Lorenz relatif pour la transformation E et le type de référence h ne garantit en aucun cas qu'il en sera de même si on choisit comme référence le type ℓ .

EXEMPLE 5.1 :

Considérons une population $S = \{1, 2\}$ comprenant un célibataire et un couple sans enfant, si bien que $m_1 = 1$ et $m_2 = 2$. Soit maintenant la transformation équivalente E définie par $E_{11}(y) = E_{22}(y) := y$, $E_{21}(y) = E_{12}^{-1}(y)$ et $E_{12}(y) := \max\{y/4, y - 3\}$, pour tout $y \in D$. Considérons le système fiscal F défini par $F(y; 1) := y/2$ et

27. Considérons une relation de préordre $\succeq$ sur $\mathcal{Z}(D)$, une transformation équivalente E et soit h le type de référence. Nous dirons que $\succeq$ vérifie la condition d'équité horizontale si, pour tout $(\mathbf{x}; \mathbf{m}), (\mathbf{y}; \mathbf{m}) \in \mathcal{Z}(D)$: $(\mathbf{x}; \mathbf{m}) \succeq (\mathbf{y}; \mathbf{m}) \Rightarrow [E_{hm_i}(y_i) = E_{hm_j}(y_j) \Rightarrow E_{hm_i}(x_i) = E_{hm_j}(x_j)]$, pour tout $i \neq j$. Alors, on peut montrer que $\succeq [LR, E, h, \mathbf{w}]$ ne vérifie pas la condition d'équité horizontale. En effet, soit une population composée de deux célibataires et d'un couple, et soit $E_{12}(y) = y/2$, pour tout $y \in D$. Choisissons $(\mathbf{x}; \mathbf{m}) = (2, 6, 2; 1, 2, 1)$ et $(\mathbf{y}; \mathbf{m}) = (2, 4, 4; 1, 2, 1)$; nous avons alors $(\mathbf{x}; \mathbf{m}) \succeq [E, 1, 1, \mathbf{w}](\mathbf{y}; \mathbf{m})$, $E_{1m_1}(y_1) = E_{1m_2}(y_2)$, mais $E_{1m_1}(x_1) < E_{1m_2}(x_2)$.

$$5.8 \quad F(y; 2) := \begin{cases} y/2, & \text{si } y < 4, \\ 2y - 6, & \text{si } 4 \leq y < 5, \\ (y + 3)/2, & \text{si } 5 \leq y. \end{cases}$$

Que l'on choisisse le célibataire ou le couple sans enfant comme type de référence, le système fiscal F vérifie bien la condition (5.5.a). Toutefois, si $f_1 = F(\cdot; 1)$ est bien progressif, par contre $F(y; 2)/y$ est strictement croissant sur l'intervalle $(4, 5)$ et $f_2 = F(\cdot; 2)$ n'est donc pas progressif. Il est alors possible de trouver une distribution primaire telle que les revenus équivalents avant taxation sont moins inégalement distribués que les revenus équivalents disponibles quand on choisit le couple plutôt que le célibataire comme type de référence.

L'exemple ci-dessus montre que le choix du type de référence joue un rôle crucial dans la capacité redistributive du système fiscal. Afin d'éviter le cas de figure décrit ci-dessus, on peut souhaiter imposer la condition suivante qui requiert que, à transformation équivalente donnée, la capacité redistributive du système fiscal soit indépendante du type de ménage choisi comme référence.

DÉFINITION 5.3 :

Étant donné la transformation équivalente $E \in \mathbb{E}$ et le vecteur de pondérations $\mathbf{w} \in \mathbb{R}_{++}^n$, nous dirons que le système fiscal $F \in \mathcal{F}^*(D)$ est *indépendant du type de référence* si

$$5.9 \quad \text{Pour tout } h, \ell \in \mathbb{H} : F \in \mathcal{F}^*(LR, E, h) \implies F \in \mathcal{F}^*(LR, E, \ell).$$

Toutefois, on peut juger que l'indépendance par rapport au type de référence est une condition trop forte dans la mesure où la pratique habituelle consiste à choisir le célibataire comme référence. Quoiqu'il en soit, même dans le cas où il existe un consensus relatif au type de référence, une difficulté n'en demeure pas moins : la progressivité du barème f_h , qui nous assure du caractère progressif au sens de la condition (5.4) du système fiscal F , ne garantit pas qu'il en sera de même pour les barèmes applicables aux autres types de ménages. Précisément, la progressivité de f_h n'implique pas que $f_\ell = E_{h\ell}^{-1} \circ f_h \circ E_{h\ell}$ sera aussi progressif. Par conséquent, il n'est pas exclu que la réduction de l'inégalité des revenus équivalents s'accompagne d'une augmentation des inégalités des revenus réels pour un ou plusieurs types de ménages ainsi que le met en évidence l'exemple ci-dessous.

EXEMPLE 5.2 :

Considérons la transformation équivalente E et le système fiscal F définis dans l'Exemple 5.1 et soit la distribution hétérogène $(y; m) = (1, 2, 4.25, 4.75; 1, 1, 2, 2)$. En notant $x_i = F(y_i; m_i)$ le revenu après taxation du ménage i , la distribution des revenus disponibles pour l'ensemble des ménages est alors $(x; m) = (.5, 1, 2.5, 3.5; 1, 1, 2, 2)$. Choisissons le célibataire comme type de référence et posons $y_i^* := E_{1m_i}(y_i)$ et $x_i^* := E_{1m_i}(F(y_i; m_i))$, pour tout $i = 1, 2, 3, 4$. Les profils des revenus équivalents avant et après taxation sont donnés par $y^* = (1, 2, 1.25, 1.75)$ et $x^* = (.5, 1, .625, .875)$ respectivement et on vérifie que leurs courbes de Lorenz relatives sont identiques quel que soit le système des pondérations retenues. Toutefois, la courbe de Lorenz relative des revenus primaires originaux pour les couples est partout située au-dessus de la courbe de Lorenz relative des revenus disponibles originaux.

On pourrait certes objecter que cet exemple n'est pas convaincant dans la mesure où les conclusions obtenues sont invalidées par certains systèmes fiscaux et notamment par le système d'imposition des revenus en vigueur en France. En effet, nous avons montré plus haut, dans le cas de la formule (3.2), que la progressivité de f_h implique que $F(y; m)/y$ est décroissant avec y , pour tout m , si bien que, pour chaque type de ménage, les revenus disponibles seront toujours moins inégalement distribués au sens du critère de Lorenz relatif que les revenus primaires. Il s'agit là d'une contradiction apparente dans la mesure où, ainsi que nous le montrerons plus bas, la structure du système fiscal français est précisément la seule qui garantisse ce résultat. Afin d'éviter le type de situation mis en évidence dans l'Exemple 5.2, nous jugeons raisonnable d'introduire la condition suivante :

DÉFINITION 5.4 :

Étant donné la transformation équivalente $E \in \mathbb{E}$ et le vecteur de pondérations $w \in \mathbb{R}_{++}^n$, nous dirons que le système fiscal $F \in \mathcal{F}^*(D)$ est *égalisant pour chaque type* si

$$5.10 \quad F(y^h; h) \geq_{LR} y^h, \text{ pour tout } h \in \mathbb{H} \text{ et tout } (y; m) \in \mathcal{Z}(D),$$

où y^h et $F(y^h; h)$ sont respectivement les distributions des revenus primaires

res et des revenus disponibles pour les ménages de type h dans la situation $(y; m)$ ²⁸.

Compte tenu de la Proposition 2.1, on déduit immédiatement que (5.10) est équivalent à imposer que $F(\cdot; h)$ soit progressif, pour tout $h \in \mathbb{H}$. Il est intéressant de noter que la condition d'indépendance par rapport au type de référence et la condition d'égalisation pour chaque type sont équivalentes dès lors qu'il existe un type de ménage h tel que F est $[LR, E, h, w]$ -égalisant.

REMARQUE 5.1

Soient la transformation équivalente $E \in \mathbb{E}$ et le vecteur de pondérations $w \in \mathbb{R}_{++}^n$ et supposons qu'il existe $h \in \mathbb{H}$ tel que le système fiscal $F \in \mathcal{F}^*(D)$ est $[LR, E, h, w]$ -égalisant. Alors, les conditions d'indépendance par rapport au type de référence et d'égalisation pour chaque type sont équivalentes.

PREUVE

Il est clair que, si F vérifie la condition d'indépendance par rapport au type de référence, alors $F(\cdot; \ell)$ est progressif, et donc égalisant en vertu de la Proposition 2.1, pour tout $\ell \in \mathbb{H}$.

Réciproquement, supposons que F est égalisant pour chaque type et qu'il existe un type $h \in \mathbb{H}$ tel F est $[LR, E, h, w]$ -égalisant. En utilisant (5.2.d) et en substituant, on obtient

$$\begin{aligned} 5.11 \quad F(y; m) &= (E_{h\ell} \circ E_{\ell m})^{-1} \circ f_h \circ E_{h\ell} \circ E_{\ell m}(y) \\ &= E_{\ell m}^{-1} \circ (E_{h\ell}^{-1} \circ f_h \circ E_{h\ell}) \circ E_{\ell m}(y) = E_{\ell m}^{-1} \circ f_\ell \circ E_{\ell m}(y), \end{aligned}$$

pour tout $y \in D$ et tout $m \in \mathbb{H}$, et on conclut que F vérifie la condition d'indépendance par rapport au type de référence.

La plupart des systèmes fiscaux possèdent la propriété que, pour tous les types de ménages, les revenus disponibles ne sont pas distribués de manière plus inégale que les revenus primaires. La Remarque 5.1 nous indique que cette propriété est équivalente au fait que la réduction des inégalités des revenus équivalents pour l'ensemble des ménages ne dépend pas du type de référence choisi. Ici nous nous intéressons aux implications de cette dernière condition pour la structure du système fiscal. Ainsi qu'on

28. Précisément, notons $S_h := \{i \in \{1, 2, \dots, n\} \mid m_i = h\}$ la sous-population constituée par les ménages de type h . Nous avons alors $y^h := y(S_h)$, où $y(S_h)$ est la restriction de y à la sous-population S_h .

peut le pressentir, requérir que la capacité redistributive ne soit pas affectée par le choix du type de référence implique des restrictions considérables quant à la structure du système fiscal ainsi que le met en évidence le résultat ci-dessous.

PROPOSITION 5.2 [Ebert et Moyes (1999)]

Soit la transformation équivalente $E \in \mathbb{E}$ et le système de pondération $\mathbf{w} := (w_1, \dots, w_n) \in \mathbb{R}_{++}^n$ et supposons qu'il existe $h \in \mathbb{H}$ tel que $F \in \mathcal{F}^*(D)$ est $[LR, E, h, \mathbf{w}]$ -égalisant. Alors, F vérifie la condition d'indépendance par rapport au type de référence si et seulement si

$$5.12 \quad E_{h\ell}(y) = \beta(h, \ell)y, \text{ pour tout } h, \ell \in \mathbb{H},$$

avec $\beta(h, \ell) > 0$, pour tout $h, \ell \in \mathbb{H}$, et $\beta(h, m) = \beta(h, \ell)\beta(\ell, m)$, pour tout $h, \ell, m \in \mathbb{H}$.

Fondamentalement, la Proposition 5.2 indique qu'il est vain de chercher à construire des structures dont les capacités redistributives sont indépendantes du type de ménage si l'on n'est pas prêt à restreindre de manière drastique la classe des critères d'inégalité auxquels on fait appel pour conclure. Les seuls critères d'inégalités à partir desquels il est possible d'assurer une réduction inconditionnelle des inégalités utilisent comme transformation l'échelle d'équivalence. Par conséquent, le critère d'inégalité unidimensionnelle utilisé pour comparer les distributions des niveaux de vie et la transformation mise en œuvre pour déterminer les revenus équivalents ne sont plus indépendants²⁹. Le prix à payer pour rétablir l'indépendance entre les jugements de valeur relatifs au critère d'inégalité et à la manière dont les revenus doivent être ajustés est d'accepter que la capacité redistributive du système fiscal soit déterminée par le type de ménage choisi comme référence. Ceci ne signifie pas qu'un système fiscal vérifiant les conditions (5.5.a) et (5.5.b) ne peut pas être indépendant par rapport au type de référence, mais plutôt que, en l'absence de restrictions supplémentaires, il n'y a aucune garantie qu'une structure fiscale définie par (5.5) soit égalisante quel que soit le type de référence.

Une conséquence immédiate est que le quotient familial est la seule structure fiscale capable de réduire les inégalités des revenus équivalents, et ce quelle que soit la distribution des revenus primaires et des tailles

29. En toute rigueur, cette conclusion résulte de Ebert et Moyes (1999, Prop. 4.2) qui établit le lien entre le critère d'inégalité unidimensionnelle et la transformation équivalente.

familiales. Bien qu'il soit d'une certaine façon cohérent avec le critère de Lorenz relatif, un système d'abattements ne peut garantir que les revenus après taxation seront toujours moins inégalement distribués que les revenus avant taxation lorsqu'on change de type de référence. Certes, un système fiscal utilisant des abattements pour prendre en compte la composition familiale peut engendrer une réduction des inégalités des revenus équivalents quel que soit le type de référence choisi. Mais dans ce cas, la progressivité du barème de base n'est pas suffisante pour garantir l'indépendance par rapport au type de référence et il faut introduire des restrictions supplémentaires.

6. Conclusion

6.1 Résumé des résultats obtenus

Lorsque les ménages sont identiques à tous égards sauf en ce qui concerne le revenu, on sait que la progressivité du barème – au sens d'un taux moyen de taxation croissant – garantit que les revenus disponibles ne seront jamais plus inégalement distribués que les revenus primaires. Dans la pratique toutefois, les ménages diffèrent du point de vue d'un certain nombre de facteurs, lesquels sont généralement pris en compte par l'administration fiscale lors du calcul de l'impôt. Le propos de cet article était d'examiner les implications pour la structure du système fiscal de l'objectif de réduction des inégalités lorsqu'il est possible de différencier les ménages sur la base de leurs besoins.

Afin d'apprécier l'inégalité dans ce contexte multidimensionnel, où le niveau de vie du ménage dépend à la fois de ses ressources et de ses caractéristiques démographiques telles que la composition et la taille familiale, nous avons examiné successivement deux types d'approches. La première approche nécessite peu d'information quant à la manière dont le revenu et la taille familiale interagissent pour déterminer le niveau de vie du ménage et requiert seulement que l'on soit capable de classer les ménages dans l'ordre croissant des besoins. Le critère que nous avons retenu consiste à appliquer le test la dominance séquentielle d'Atkinson et Bourguignon (1987) aux distributions des parts de revenu perçues par les différents ménages. La Proposition 4.1 montre alors que le seul système fiscal réducteur d'inégalité au sens du critère précédent consiste à appliquer le même barème proportionnel à tous les ménages, quels que soient leurs types et leurs revenus. Un tel système fiscal élimine par conséquent

toute possibilité de redistribution, tant en fonction du revenu du ménage que de la taille familiale.

Ce résultat d'impossibilité nous a conduit dans un second temps à explorer une direction alternative qui généralise dans une certaine mesure la méthode des échelles d'équivalence utilisée dans la plupart des études empiriques. Contrairement à l'approche en terme de dominance séquentielle, la technique des échelles d'équivalence impose des restrictions considérables sur la structure de la fonction de bien-être du ménage. Si nous nous sommes conformés à la pratique courante qui consiste à utiliser les niveaux de vie pour effectuer des comparaisons d'inégalité, par contre nous avons souhaité éviter de spécifier la structure des procédures mises en œuvre pour prendre en compte les différences de besoins entre les ménages. Ainsi, nous avons suggéré d'appliquer le critère de Lorenz relatif aux distributions des revenus équivalents pondérés pour apprécier l'inégalité. Ce critère est relativement flexible et laisse au planificateur le choix de la transformation équivalente et du type de ménage de référence. En supposant que la transformation équivalente est donnée, nous souhaitons mettre en évidence la structure du système fiscal qui garantit que la distribution après taxation ne sera jamais plus inégale que la distribution avant taxation. Le critère d'inégalité que nous avons introduit étant en quelque sorte paramétré par le type de référence, on peut imaginer au moins deux manières d'apprécier l'impact redistributif de la taxation des revenus.

Une première possibilité consiste à choisir un type de ménage de référence et à requérir que le système fiscal soit égalisant au sens où les revenus équivalents après taxation ne sont pas distribués de manière plus inégale que les revenus équivalents avant taxation. La Proposition 5.1 précise la structure du système fiscal qui garantit une telle réduction des inégalités lorsque, tant la transformation équivalente, que le type de référence, sont fixés a priori. La structure obtenue implique une propriété de décomposabilité du système fiscal qui fait intervenir la transformation équivalente initialement retenue et un barème progressif pour le type de référence. Ce résultat n'impose aucune restriction particulière et la plupart des systèmes fiscaux que l'on peut observer possèdent la structure adéquate dès lors que l'on souscrit au point de vue de l'administration fiscale en ce qui concerne le choix de la transformation équivalente.

La condition de réduction des inégalités précédente est conditionnée par le choix du type de ménage de référence. On peut objecter que le fait que le constat obtenu en matière de réduction des inégalités dépende du

type de référence introduit une large part d'arbitraire, et souhaiter plus de robustesse en demandant que les conclusions ne soient pas modifiées quand on change de type de référence. La Proposition 5.2 montre que dans ce cas seules des transformations du type échelles d'équivalence permettent de garantir la cohérence du système fiscal avec l'objet de réduction inconditionnelle des inégalités. À la réserve près concernant le mécanisme du plafonnement, le système du quotient familial est le seul système cohérent avec le critère d'équité le plus solide et le plus largement accepté dans toute la littérature sur l'inégalité, le critère de Lorenz relatif. On se trouve confronté au dilemme suivant : soit, on souhaite que la transformation équivalente ne dépende pas du critère d'inégalité unidimensionnel, auquel cas l'effet redistributif dépend du type de référence choisi ; soit, on insiste pour que les conclusions ne soient pas affectées par le choix du type de référence, mais alors les ajustements qu'il faut effectuer pour comparer les situations de ménages de types distincts sont entièrement déterminés par le critère d'inégalité.

6.2 Extensions possibles

Les résultats relatifs à la taxation de ménages hétérogènes présentés dans cet article font apparaître deux séries de limites. Une première limite, dont souffre également l'approche initiée par Jakobsson (1976) dans le cas de ménages homogènes, a trait au fait qu'il n'est tenu aucun compte des possibles effets incitatifs de la taxation des revenus. On peut anticiper que la prise en compte du loisir dans la fonction de bien-être du ménage devrait modifier significativement les résultats exposés plus haut. Les modèles théoriques pertinents font appel à la technique de la taxation optimale, qui jusqu'à présent n'ont pas permis d'obtenir de résultats sur la base du critère de Lorenz.

Une deuxième limite, qui ne remet pas en cause le cadre d'analyse retenu ici, a trait à la pertinence des résultats obtenus en matière d'aide à la décision. En effet, nous avons toujours supposé que la transformation équivalente était toujours fixée et nos résultats montrent que la capacité redistributive du système fiscal dépend entièrement de ce choix a priori. Il est de ce point de vue peu étonnant que l'on retrouve la transformation équivalente comme composante essentielle du système fiscal. Une question importante est de savoir s'il est possible de concilier des points de vue divergents en ce qui concerne la transformation équivalente. En d'autres termes, sous quelles conditions les jugements de valeur de l'administration

fiscale peuvent-ils être compatibles avec ceux des citoyens ? Ebert et Moyes (1999) et Moyes et Shorrocks (1998b) ont montré que la prise en compte du plus petit désaccord possible en ce qui concerne l'échelle d'équivalence conduisait inexorablement à un résultat d'impossibilité. Ces résultats suggèrent que l'on ne peut pas espérer généraliser les résultats présentés dans cet article sans introduire des restrictions supplémentaires sur l'ensemble des distributions hétérogènes considérées. La même remarque vaut pour la Proposition 4.1 : on peut penser que des restrictions judicieuses de domaine allant dans le sens des suggestions de Ok (1997) pourraient permettre de lever l'impossibilité de redistribution des revenus au sens du critère de dominance séquentiel d'Atkinson et Bourguignon (1987).

Bibliographie

- ACZEL, J.A., *Lectures on Functional Equations and their Applications*, New-York, Academic Press, 1966.
- ATKINSON, A.B., On the measurement of inequality, *Journal of Economic Theory*, 1970, Vol. 2, pp. 244–263.
- ATKINSON, A.B., et F. BOURGUIGNON, Income distributions and differences in needs, in G.R. Feiwel (Ed.), *Arrow and the Foundation of the Theory of Economic Policy*, New-York, Macmillan, 1987.
- ATKINSON, A.B., et F. BOURGUIGNON, The design of direct taxation and family benefits, *Journal of Public Economics*, 1989, Vol. 41, pp. 3–29.
- ATKINSON, A.B., BOURGUIGNON, F., et P.A. CHIAPPORI, Fiscalité et transferts : Une comparaison franco-britannique, *Annales d'Économie et Statistiques*, 1988, 11 (Juillet-Septembre), pp. 117–140.
- BLACKORBY, C., et D. DONALDSON, Adult-equivalence scales and the economic implementation of interpersonal comparisons of well-being, *Social Choice and Welfare*, 1993, Vol. 10, pp. 335–361.
- BLUNDELL, R., et A. LEWBEL, The information content of equivalence scales, *Journal of Econometrics*, 1991 Vol. 50, pp. 49–68.
- BOURGUIGNON, F., Individus, familles et bien-être social, *L'Actualité Économique, Revue d'Analyse Économique*, 1993, Vol. 69, pp. 243–258.
- EBERT, U., Income inequality and differences in household size, *Mathematical Social Sciences*, 1995, Vol. 30, pp. 37–55.

- EBERT, U., Social welfare when needs differ : An axiomatic approach, *Economica*, 1997, Vol. 64, pp. 233–244.
- EBERT, U., Using equivalent income of equivalent adults to rank income distributions when household types are different, *Social Choice and Welfare*, 1999, Vol. 16, pp. 233–258.
- EBERT, U., et P. MOYES, Inequality and progressive taxation for weighted income distributions, LARE Discussion Paper, Université Montesquieu Bordeaux IV, 1997.
- EBERT, U., et P. MOYES, Consistent income tax structures when households are heterogeneous, à paraître dans *Journal of Economic Theory*, 1999, Vol. 89.
- EICHHORN, W., FUNKE, H., et W.F. RICHTER, Tax progression and inequality of income distribution, *Journal of Mathematical Economics*, 1984, Vol. 13, pp. 127–131.
- FEI, J.C.H., Equity oriented fiscal programs, *Econometrica*, 1981, Vol. 49, pp. 869–881.
- FELLMAN, J., The effect of transformations on Lorenz curves, *Econometrica*, 1976, Vol. 44, pp. 823–824.
- FIGINI, P., Inequality measures, equivalence scales and adjustment for household size and composition, Luxemburg Income Study, 1998, Working Paper 185.
- GLAUDE, M., L'originalité du système du quotient familial, *Économie et Statistique*, 1991, 248, pp. 51–67.
- GLAUDE, M., Neutralité ou efficacité de la politique familiale, *Économie et Statistique*, 1992, 256, pp. 25–27.
- GLAUDE M., et M. MOUTARDIER, Une évaluation du coût direct de l'enfant de 1979 à 1989, *Économie et Statistique*, 1991, 248, pp. 33–49.
- JAKOBSSON, U., On the measurement of the degree of progression, *Journal of Public Economics*, 1976, Vol. 5, pp. 161–168.
- KAY, J.A., et M.A. KING, *The British Tax System* (Fourth edition), Oxford, Oxford University Press, 1986.
- KOLM, S.-C., La production optimale de justice sociale, in L. Fauvel et H. Guitton (Eds.), *Économie Publique*, Paris, Centre National de la Recherche Scientifique, 1968.
- LAMBERT, P.J., *The Distribution and Redistribution of Income : A Mathematical Analysis* (Second Edition), Manchester, Manchester University Press, 1993.

- LAMBERT, P.J., et S. YITZHAKI, Income tax credits and exemptions, *European Journal of Political Economy*, 1997, Vol. 13, pp. 343–351.
- LE BRETON, M., MOYES, P., et A. TRANNOY, Inequality reducing properties of composite taxation, *Journal of Economic Theory*, 1996, Vol. 69, pp. 71–103.
- LÜDEKE, R., et M. WERDING, Die Reform des dualen Familienlasten- bzw. Familienleistungsausgleichs 1996. Wirkungen und Ziele einkommensteuerlicher Kinderfreibeträge und des Kindergelds nach altem und neuem Recht, *Jahrbuch für Nationalökonomie und Statistik*, 1996, Vol. 215, pp. 419–443.
- MALABOUCHE, G., Le système de prélèvements est moins progressif en France qu'à l'étranger, *Économie et Statistique*, 1991, 241, pp. 31–39.
- MARSHALL, A.W., et I. OLKIN, *Inequalities: Theory of Majorization and its Applications*, New-York, Academic Press, 1979.
- MOYES, P., Inequality reducing and inequality preserving transformations of incomes: Symmetric and individualistic transformations, *Journal of Economic Theory*, 1994, Vol. 63, pp. 271–298.
- MOYES, P., Stochastic dominance and the Lorenz curve, Chapitre 6 in J. Silber (Ed.), *Handbook of Income Inequality Measurement*, Dordrecht, Kluwer Academic Press, 1999.
- MOYES, P., et A.F. SHORROCKS, Taxation and the multidimensional redistribution of income: An impossibility result, LARE Discussion Paper, Université Montesquieu Bordeaux IV, 1991.
- MOYES, P., et A.F. SHORROCKS, The impossibility of a progressive tax structure, *Journal of Public Economics*, 1998a, Vol. 69, pp. 49–65.
- MOYES, P., et A.F. SHORROCKS, Progressive taxation, household size and the Quotient Familial, Discussion Paper, Department of Economics, University of Essex, 1998b.
- MOYES, P., et A. TRANNOY, Le quotient familial: Une structure fiscale cohérente avec le critère de Lorenz relatif, à paraître dans *Économie et Prévision*, 1999.
- O'DONOGHUE, C., et H. SUTHERLAND, Accounting for the family: The treatment of marriage and children in European income tax systems, Innocenti Occasional Papers, *Economic and Social Policy Series*, 1998, 65.
- PYATT, G., An axiomatic approach to the Gini coefficient and the measurement of welfare, in R.L. Basmann et G.F. Rhodes, Jr. (Eds.), *Advances in Econometrics*, 1985, Vol. 4, Greenwich, JAI Press.

PYATT, G., Social evaluation criteria, in C. Dagum et M. Zenga (Eds.), *Income and Wealth Distribution, Inequality and Poverty*, Berlin, Springer-Verlag, 1990.

OK, E.A., A note on the existence of progressive tax structures, *Social Choice and Welfare*, Vol. 14, pp. 527–543.

SHORROCKS, A.F., Ranking income distributions, *Economica*, 1997, Vol. 50, pp. 3–17.

STERDYNIAK, H., Pour défendre le quotient familial, *Économie et Statistique*, 1992, 256, pp. 5–24.

THON, D., Redistributive properties of progressive taxation, *Mathematical Social Sciences*, 1987, Vol. 14, pp. 185–191.

Annexe

Nous indiquons ci-dessous le détail des démonstrations des principaux résultats énoncés dans le texte de l'article.

PROPOSITION 2.1

Nous montrons successivement que la progressivité du barème f est une condition suffisante et nécessaire pour que la distribution des revenus disponibles domine la distribution des revenus primaires au sens du critère de Lorenz relatif, et ce en toutes circonstances.

$(b) \Rightarrow (a)$: Un barème étant par définition non-décroissant, il résulte de la progressivité de f que

$$A.1 \quad f(y_1)/y_1 \geq f(y_2)/y_2 \geq \dots \geq f(y_n)/y_n,$$

pour toute distribution primaire $(\mathbf{y} \mid \mathbf{w}) \in \mathcal{Y}(D)$. La condition (2.4) est alors vérifiée avec $x_i = f(y_i)$, pour tout $i = 1, 2, \dots, n$, et on déduit du Lemme 2.1 que $(\mathbf{x} \mid \mathbf{w}) \geq_{LR} (\mathbf{y} \mid \mathbf{w})$.

$(a) \Rightarrow (b)$: Supposons que le barème f est égalisant au sens du critère de Lorenz relatif, auquel cas $(F(\mathbf{y}) \mid \mathbf{w}) \geq_{LR} (\mathbf{y} \mid \mathbf{w})$, pour tout $(\mathbf{y} \mid \mathbf{w}) \in \mathcal{Y}(D)$. Ceci est vrai en particulier pour la distribution $(\mathbf{y} \mid \mathbf{w})$, où $\mathbf{w}$ est un système de pondérations arbitraires et où $\mathbf{y} := (u, v, \dots, v)$ avec $u < v$. En posant $x_i := f(y_i)$, pour $i = 1, 2, \dots, n$, et en substituant dans (2.3) pour $k = 1$, on obtient $f(u)/u \geq f(v)/v$. Ceci étant vrai, pour tout $u < v$, on conclut que f est bien progressif. $\square$

PROPOSITION 4.1

Il est clair que le système fiscal défini par (4.3) est égalisant pour le critère de Lorenz séquentiel relatif. Pour montrer que (4.3) est le seul système fiscal vérifiant (4.2), nous procéderons en trois étapes. Dans un souci de simplification, nous supposerons de plus qu'il existe un et un seul ménage de chaque type ce qui n'affecte pas la généralité de la démonstration.

ÉTAPE 1 :

Supposons que (4.2) est vraie et choisissons la distribution $(y; m)$ telle que $y_i = y \in D$ et $m_i = i$, pour tout $i = 1, 2, \dots, H$. Il existe un ménage de chaque type et chaque ménage dispose du même revenu avant taxation. La dominance au sens du critère de Lorenz relatif étant une condition nécessaire à la dominance selon le critère de Lorenz séquentiel relatif, nous devons avoir

$$A.2 \quad (F(y; 1), \dots, F(y; H) \mid w) \geq_{LR} (y, \dots, y \mid w),$$

avec $w := (1, \dots, 1)$, d'où on conclut que

$$A.3 \quad F(y; 1) = \dots = F(y; H) = f(y), \text{ pour tout } y \in D.$$

ÉTAPE 2 :

Supposons maintenant que $(F(y; m); m) \geq_{LSR} (y; m)$, pour tout $(y; m) \in Z(D)$. En utilisant le même argument que précédemment, on déduit que $(F(y; m); m) \geq_{LR} (y; m)$, et il résulte de la Proposition 2.1 que le barème f est progressif au sens de (2.5) i.e.,

$$A.4 \quad f(u)/u \geq f(v)/v, \text{ pour tout } u < v.$$

ÉTAPE 3 :

Choisissons finalement la distribution $(y; m) = (v, u, \dots, u; 1, 2, \dots, H)$ avec $u < v$. Par définition, $(F(y; m); m) \geq_{LSR} (y; m)$ implique que

$$A.5 \quad f(v)/(f(v) + (n-1)f(u)) \geq v/(v + (n-1)u),$$

ce qui est encore équivalent à

$$A.6 \quad f(u)/u \leq f(v)/v, \text{ pour tout } u < v.$$

En combinant (A.4) et (A.6), on obtient $f(u)/u = f(v)/v$, pour tout $u < v$.

C'est une équation fonctionnelle dont la solution [Aczel (1966, pp. 144–145)] est précisément (4.3). $\square$

PROPOSITION 5.1

Nous noterons respectivement $y_i^* := E_{hm_i}(y_i)$ et $x_i^* := E_{hm_i}(F(y_i; m_i))$ les distributions équivalentes avant et après taxation pour le ménage $i \in S$ afin d'alléger les notations.

CONDITION NÉCESSAIRE :

Supposons que $F \in \mathcal{F}^*(D)$ est $[LR, E, h, w]$ -égalisant, ce qui étant donné (5.4) est équivalent à

$$A.7 \quad (x_1^*, \dots, x_n^* \mid w) \geq_{LR} (y_1^*, \dots, y_n^* \mid w), \text{ pour tout } (y; m) \in \mathcal{Z}(D).$$

Supposons maintenant que $n = H$ et choisissons la distribution de tailles familiales $m := (m_1, \dots, m_n)$ telle que $m_i := i$, pour $i = 1, 2, \dots, H$. Étant donné $\vartheta \in D$, considérons la profil de revenus primaires $y := (y_1, \dots, y_n)$ tel que $y_i := E_{hm_i}^{-1}(\vartheta)$, pour tout $i = 1, 2, \dots, H$. Alors les revenus équivalents avant taxation sont égaux, et il résulte de (A.7) que les revenus équivalents après taxation doivent aussi être égaux, ce qui implique que

$$A.8 \quad E_{hm_i}(F(y_i; m_i)) \equiv x_i^* = x_h^* = F(E_{hm_h}(y_h); h), \text{ pour tout } i \neq h.$$

En posant $f_h(\cdot) := F(\cdot; h)$ et en substituant dans (A.8), on obtient

$$A.9 \quad F(y_i; m_i) = E_{hm_i}^{-1} \circ f_h \circ E_{hm_i}(y_i), \text{ pour tout } i = 1, 2, \dots, n.$$

En choisissant ensuite $m := (m_1, \dots, m_n)$ telle que $m_i = h$, pour tout i , la condition (A.7) implique que

$$A.10 \quad (f_h(y_1), \dots, f_h(y_n) \mid w) \geq_{LR} (y_1, \dots, y_n \mid w),$$

pour toute distribution $(y \mid w) \in \mathcal{Y}(D)$, et il résulte de la Proposition 2.1 que f_h doit être progressif.

CONDITION SUFFISANTE :

Considérons une distribution hétérogène $(y; m)$, et sans perte de généralité supposons que les ménages sont indicés de telle manière que $y_1^* \leq y_2^* \leq \dots \leq y_n^*$. Alors

$$A.11 \quad x_i^* := E_{hm_i}(F(y_i; m_i)) = F(E_{hm_i}(y_i); h) = f_h(E_{hm_i}(y_i)) = f_h(y_i^*),$$

où $f_h \in \mathcal{F}(D)$ est croissant, et par conséquent $x_1^* \leq x_2^* \leq \dots \leq x_n^*$. De plus, f_h étant progressif, nous avons

$$A.12 \quad \frac{x_i^*}{y_i^*} = \frac{f_h(y_i^*)}{y_i^*} \geq \frac{f_h(y_{i+1}^*)}{y_{i+1}^*} = \frac{x_{i+1}^*}{y_{i+1}^*},$$

pour tout $i = 1, 2, \dots, n-1$, et nous déduisons du Lemme 2.1 que

$$A.13 \quad (f_h(y_1^*), \dots, f_h(y_n^*) \mid \mathbf{w}) \geq_{LR} (y_1^*, \dots, y_n^* \mid \mathbf{w}),$$

où $\mathbf{w}$ est un système de pondérations arbitraires. Ceci étant vrai pour tout $(y; \mathbf{m}) \in \mathcal{Z}(D)$, la condition (A.7) est vérifiée ce qui achève la démonstration. $\square$

PROPOSITION 5.2

Dans la mesure où il est évident que (5.12) est bien suffisante pour que F soit indépendant par rapport au type de référence quand F est $[LR, E, h, \mathbf{w}]$ -égalisant, nous nous limiterons à montrer que c'est aussi une condition nécessaire. Compte tenu de la condition (5.9) et des Propositions 2.1 et 5.1, ceci revient à montrer que, si

$$A.14 \quad \forall f_h \in \mathcal{F}(D), \forall \ell \in \mathbb{H} : f_h \text{ est progressif} \implies E_{h\ell}^{-1} \circ f_h \circ E_{h\ell} \text{ est progressif},$$

alors $E_{h\ell}$ doit vérifier la condition (5.12).

Dans une première étape, nous montrons que, si la condition (A.14) est vérifiée, alors $E_{h\ell}$ doit être isoélastique i.e.,

$$A.15 \quad E_{h\ell}(y) := \beta(h, \ell) y^{\eta(h, \ell)}, \quad \text{avec } \beta(h, \ell), \eta(h, \ell) > 0.$$

Posons $g = f_h$ et $\phi = E_{h\ell}$ pour simplifier les notations et supposons que ϕ n'est pas isoélastique, auquel cas ϕ^{-1} ne vérifie pas la condition (2.9) en vertu des Lemmes 2.2 et 2.3. Considérons d'abord le cas où il existe $u < v$ et $\lambda > 1$ tels que

$$A.16 \quad \phi^{-1}(\lambda u) / \phi^{-1}(u) > \phi^{-1}(\lambda v) / \phi^{-1}(v).$$

Choisissons $g(y) = \lambda y$ qui est progressif et considérons la distribution pondérée $(\mathbf{y} \mid \mathbf{w}) := (\phi^{-1}(u), \phi^{-1}(v), \dots, \phi^{-1}(v) \mid \mathbf{w}) \in \mathcal{Y}(D)$, où $\mathbf{w}$ est un système de pondérations arbitraires. On obtient alors $\phi^{-1} \circ g \circ \phi(\mathbf{y}) = (\phi^{-1}(\lambda u), \phi^{-1}(\lambda v), \dots, \phi^{-1}(\lambda v))$ et il résulte de (A.16) que

$$A.17 \quad \frac{\phi^{-1} \circ g \circ \phi(y_1)}{y_1} < \frac{\phi^{-1} \circ g \circ \phi(y_i)}{y_i} = \frac{\phi^{-1} \circ g \circ \phi(y_{i+1})}{y_{i+1}}, \quad \forall i = 2, 3, \dots, n.$$

En utilisant le Lemme 2.1, on déduit que $Non[(\phi^{-1} \circ g \circ \phi(\mathbf{y}) \mid \mathbf{w}) \geq_{LR} (\mathbf{y} \mid \mathbf{w})]$ et il découle de la Proposition 2.1 que $\phi^{-1} \circ g \circ \phi$ n'est pas progressif. Dans

le cas où l'inégalité stricte dans (A.16) est renversée, on aboutit à la même conclusion en choisissant $g(y) = y/\lambda$ et $(\mathbf{y} | \mathbf{w}) := (\phi^{-1}(\lambda u), \phi^{-1}(\lambda v), \dots, \phi^{-1}(\lambda v) | \mathbf{w})$. On en déduit par conséquent que $E_{h\ell}E$ est isoélastique, et ceci pour tout $h, \ell \in \mathbb{H}$.

Dans une seconde étape, nous montrons que $\eta(h, \ell) = 1$, pour tout $h < \ell$. Supposons pour commencer qu'il existe $\ell > h$ tels que $\eta(h, \ell) > \eta(h, h) \equiv 1$. Alors, pour tout $y < (1/\beta(h, \ell))^{1/(\eta(h, \ell)-1)}$, nous avons

$$A.18 \quad E_{hh}(y) = y < \beta(h, \ell)y^{\eta(h, \ell)} = E_{h\ell}(y),$$

si bien que la condition (5.2.c) n'est pas vérifiée. On obtiendrait de la même manière (A.18) dans le cas où il existe $\ell > h$ tels que $\eta(h, \ell) < \eta(h, h) \equiv 1$. Par conséquent, on doit avoir

$$A.19 \quad E_{h\ell}(y) := \beta(h, \ell)y \quad (\beta(h, \ell) > 0), \text{ pour tout } h, \ell \in \mathbb{H}.$$

Finalement, la condition (5.2.d) implique que $\beta(h, m) = \beta(h, \ell)\beta(\ell, m)$, pour tout $h, \ell, m \in \mathbb{H}$, ce qui achève la démonstration.

Résumé

Il est bien connu que, dans le cas d'une population homogène, la distribution des revenus après taxation n'est jamais moins inégale que la distribution des revenus primaires si et seulement si le taux moyen de taxation est croissant avec le revenu. Cet article examine dans quelle mesure des résultats analogues peuvent être obtenus lorsqu'il est possible de différencier les ménages sur la base de besoins croissants, par exemple en fonction de la taille familiale. Nous montrons que l'application du test de dominance séquentiel proposé par Atkinson et Bourguignon (1987) pour apprécier les effets redistributifs de la taxation des revenus conduit à une impasse dans la mesure où le seul système fiscal réducteur d'inégalité consiste à taxer proportionnellement tous les ménages, indépendamment de leur type et de leur revenu. Afin de dépasser ce résultat d'impossibilité, nous empruntons la démarche des échelles d'équivalence, qui consiste à se baser sur les distributions des revenus équivalents pour construire un classement des distributions hétérogènes originales, tout en évitant de spécifier la forme de la transformation équivalente. Lorsque le type du ménage de référence est fixé, nous montrons que la réduction des inégalités après taxation impose une structure particulière qui est vérifiée par la plupart des systèmes fiscaux. Par contre, si on désire que l'incidence

redistributive de la taxation des revenus ne dépende pas du choix du type de référence, alors l'échelle d'équivalence constitue la seule transformation possible et le système d'imposition des revenus en France la seule structure fiscale envisageable.

Abstract

It is well-known that in the case of a homogeneous population after tax incomes are never more unequally distributed than before tax incomes if and only if the average tax rate is a non-decreasing function of income. This article examines whether similar results can be obtained when it is possible to differentiate households on the basis of increasing needs. We show that the application of the sequential dominance test proposed by Atkinson and Bourguignon (1987) in order to evaluate the redistributive effect of income taxation leads to an impasse in so far as the only inequality reducing tax systems apply the same proportional tax schedule to all households irrespective of their incomes and needs. In order to go beyond this impossibility, we borrow from the traditional equivalence scales technique — which consists in defining a ranking of the current heterogeneous distributions using the corresponding distributions of equivalent incomes — although we avoid specifying the functional form of the income equivalence function. When the reference household type is fixed, we show that inequality reduction after tax imposes a rather mild consistency condition which is actually met by most current tax systems. If one further requires that the inequality reducing effect of taxation be independent of the reference household type, then equivalence scales constitute the only possibility for adjusting incomes and the French income tax system appears therefore to be the only admissible fiscal structure.

Mots-clé

Quotient Familial, Differences de Besoins, Échelles d'Équivalence, Inégalité, Taxation des Revenus.

Keywords

Income Splitting, Differences in Needs, Equivalence Scales, Inequality, Income taxation.

JEL

D31, D63, H24.