Commentaire théorique

complément à l'article de Robert Kast et André Lapied

Claude Henry

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/economiepublique/473>

DOI : 10.4000/economiepublique.473

ISSN : 1778-7440

Éditeur

IDEP - Institut d'économie publique

Édition imprimée

Date de publication : 15 janvier 2003

ISBN : 2-8041-3943-3

ISSN : 1373-8496

Référence électronique

Claude Henry, « Commentaire théorique », *Économie publique/Public economics* [En ligne], 10 | 2002/1, mis en ligne le 01 janvier 2006, consulté le 12 septembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/economiepublique/473> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/economiepublique.473>

économie publique public economics

Revue de l'**Institut d'Économie Publique**

Deux numéros par an

n° 10 – 2002/1

Pour toute information sur notre fonds et les nouveautés dans votre domaine de spécialisation, consultez notre site web : **www.deboeck.com**

© De Boeck & Larcier s.a., 2003
Éditions De Boeck Université
Rue des Minimes 39, B-1000 Bruxelles

Tous droits réservés pour tous pays.

Il est interdit, sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, de reproduire (notamment par photocopie) partiellement ou totalement le présent ouvrage, de le stocker dans une banque de données ou de le communiquer au public, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit.

Imprimé en Belgique

D 2003/0074/221

ISSN 1373-8496
ISBN 2-8041-3943-3

économiepublique sur internet : www.economie-publique.fr

© Institut d'économie publique – IDEP

Centre de la Vieille-Charité

2, rue de la Charité – F-13002 Marseille

Tous droits réservés pour tous pays.

Il est interdit, sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, de reproduire (notamment par photocopie) partiellement ou totalement le présent ouvrage, de le stocker dans une banque de données ou de le communiquer au public, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit.

La revue **économie**publique bénéficie du soutien du Conseil régional Provence-Alpes-Côte d'Azur

ISSN 1373-8496

Commentaire théorique

Dans ce complément à l'article de Robert Kast et André Lapied, je voudrais développer deux points, l'un pour étendre la validité de ce qu'établissent les deux auteurs, l'autre pour donner une illustration supplémentaire des correspondances entre analyse coûts-bénéfices et évaluation d'actif en théorie de la finance.

Le premier point concerne l'indépendance stochastique de risques comme condition de l'applicabilité d'une loi des grands nombres. Ce n'est pas une condition nécessaire. Pour le voir, on va considérer un espace de probabilité Ω, B, p ; ainsi qu'une suite de variables aléatoires $\eta_1, \dots, \eta_n, \dots$, définies de cet espace dans l'ensemble R des réels. On dit que ces variables aléatoires sont les unes par rapport aux autres en dépendance stochastique f -modulée si :

Il existe une fonction f de l'ensemble N_+ des entiers non négatifs dans l'ensemble R_+ des réels non négatifs, telle que

(1) elle est décroissante et tend vers 0 lorsque son argument tend vers l'infini;

(2) elle vérifie les inégalités, avec $m < n$,

$$|p[\eta_n \leq a_n | \eta_m \leq a_m] - p[\eta_n \leq a_n]| \leq f(n-m)$$

où a_m et a_n sont deux nombres réels quelconques et

où $p[\eta_n \leq a_n | \eta_m \leq a_m]$ est la probabilité de l'événement $\eta_n \leq a_n$ conditionnelle à l'événement $\eta_m \leq a_m$.

Dans ces conditions, on a la loi des grands nombres suivante : si la dépendance stochastique des variables $\eta_1, \dots, \eta_n, \dots$, est f -modulée, et si ces variables sont centrées et uniformément bornées en valeur absolue, alors

$$\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \eta_n \xrightarrow{N \rightarrow +\infty} 0$$

au sens de la convergence forte, c'est-à-dire presque partout dans Ω .

Un exemple de dépendance stochastique f -modulée : des automobilistes sont domiciliés tout au long d'une droite; pour deux de ces automobilistes, le risque de se rencontrer dans un accident est d'autant plus faible que leurs domiciles sont éloignés.

Le second point que je veux développer concerne la valeur d'option en contexte d'incertitude probabilisable, c'est-à-dire la valeur de se mettre en situation de pouvoir utiliser une meilleure information disponible dans le futur; c'est donc la valeur

de garder une option ouverte pour le moment où cette information sera disponible. Je m'appuie sur un modèle de Dixit et Pindyck (1993), qui eux-mêmes s'inspirent de Henry (1974a) et (1974b). Imaginons un groupe industriel qui envisage de construire une fonderie d'aluminium pour 160 millions d'euros ayant une capacité de 100 000 tonnes par an. Le prix courant de la tonne d'aluminium est 200 euros; le prix futur est 100 euros avec probabilité $\frac{1}{2}$, et 300 euros avec probabilité $\frac{1}{2}$. Présent signifie à la période $t = 0$ où l'investissement est considéré (on néglige le délai de construction : si la fonderie est construite en $t = 0$, elle produit en $t = 0$); futur signifie à chaque période $t = 1, 2, \dots$, ultérieure (jusqu'à l'infini). L'investissement est irréversible (une fonderie d'aluminium ne peut servir qu'à raffiner de l'aluminium). Le taux d'intérêt est 10%. Convient-il d'effectuer l'investissement et, si oui, quand ?

La valeur actualisée de l'investissement, s'il est réalisé à la période 0, est (en millions d'euros) pour un investisseur neutre au risque :

$$-160 + \sum_{t=0}^{+\infty} \frac{20}{(1,1)^t} = -160 + 220 = 60 \quad (1)$$

Que cette valeur actualisée soit positive suffit-il pour décider d'effectuer l'investissement ? Non, car reporter la décision à la période 1 peut permettre de dégager une valeur actualisée supérieure (calculée à la période 0) :

$$0,5 \cdot \left[\frac{-160}{1,1} + \sum_{t=1}^{+\infty} \frac{30}{(1,1)^t} \right] = \frac{85}{1,1} = 77,3 \quad (2)$$

En effet, à la période 1, l'incertitude est levée quant au prix futur de l'aluminium, et si ce prix est 100 euros, il est trop bas pour justifier l'investissement. Avec un investissement effectué à la période 0, on aurait dû s'en accommoder; on n'aurait pas pu utiliser l'information qui devient disponible à la période 2.

On peut dire la même chose d'une autre manière : 220 (dans (1)) doit être comparé, non à 160, mais à $160 + 77,3$, où 77,3 est la valeur d'option, de l'option que l'investisseur détient de différer son investissement jusqu'à la période 1 (de même que le détenteur d'une option américaine d'achat d'un titre coté en bourse peut attendre pour décider de l'exercer ou de ne pas l'exercer).

Dixit et Pindyck montrent d'ailleurs comment on peut retrouver la valeur d'option de l'investissement physique considéré par un raisonnement financier. Soit F_0 la valeur actuelle (à la période 0) de l'opportunité d'investir dans une fonderie d'aluminium de 100 000 tonnes de capacité (c'est la valeur d'option, dont nous allons précisément montrer de manière différente qu'elle est bien égale à 77,3). Soit F_1 la valeur de la même opportunité à la période 1 ; c'est une variable aléatoire qui, avec probabilité $\frac{1}{2}$, vaut

$$\sum_{t=0}^{+\infty} \frac{30}{(1,1)^t} - 160 = 170$$

et vaut 0 avec également probabilité $\frac{1}{2}$. Pour calculer F_0 , nous allons créer un portefeuille à deux composantes : l'opportunité d'investir dans la fonderie d'une part et d'autre part un nombre n de tonnes d'aluminium vendues à découvert, tel que le portefeuille soit sans risque, c'est-à-dire que sa valeur soit indépendante du prix de l'aluminium ; son taux de rendement est le taux d'intérêt (sans risque) égal à 10%, sinon il y aurait opportunité d'arbitrage.

La valeur actuelle de ce portefeuille est $\Phi_0 = F_0 - n \cdot 200 \cdot 10^{-6}$; sa valeur à la période 1 est Φ_1 , qui vaut soit $170 - n \cdot 300 \cdot 10^{-6}$, soit $0 - n \cdot 100 \cdot 10^{-6}$. Mais on veut un portefeuille sans risque, ce qui n'est possible que pour la valeur n telle que

$$170 - n \cdot 300 \cdot 10^{-6} = -n \cdot 100 \cdot 10^{-6}$$

C'est-à-dire $n = 8,5 \cdot 10^5$. Donc $\Phi_1 = -85$.

Le rendement du portefeuille est le gain en capital $\Phi_1 - \Phi_0$ diminué du coût du découvert, lequel s'élève à $0,1 \cdot n \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 17$. Le rendement du portefeuille est donc

$$\begin{aligned} \Phi_1 - \Phi_0 - 17 &= -85 - (F_0 - 170) - 17 \\ &= 0,1 \cdot \Phi_0 \text{ (puisque le portefeuille est sans risque)} \\ &= 0,1 \cdot (F_0 - 170) \end{aligned}$$

D'où il ressort que F_0 vaut bien 77,3, la valeur d'option au sens précédent.

Références

- Dixit, A. et R. Prindyck (1993), *Investment under uncertainty*, Princeton University Press.
- Henry, C. (1974a), "Investment decisions under uncertainty : The Irreversibility effect", *American Economic Review*, 64, 1006-1012.
- Henry, C. (1975b), "Option values in the economics of irreplaceable assets", *Review of Economic Studies*, 41, 89-104.

— |

| —

— |

| —