Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques

Study of Connections Between Mathematical Teaching and Learning in the Context of Learning Disabilities : Problematic and Didactic Marks

Jacinthe Giroux

Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/educationdidactique/1573>

DOI : 10.4000/educationdidactique.1573

ISSN : 2111-4838

Éditeur

Presses universitaires de Rennes

Édition imprimée

Date de publication : 7 février 2013

Pagination : 59-86

ISBN : 978-2-7535-2261-9

ISSN : 1956-3485

Référence électronique

Jacinthe Giroux, « Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques », *Éducation et didactique* [En ligne], 7-1 | 2013, mis en ligne le 31 janvier 2015, consulté le 25 avril 2022. URL : <http://journals.openedition.org/educationdidactique/1573> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1573>

ÉTUDE DES RAPPORTS ENSEIGNEMENT/APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES DANS LE CONTEXTE DE L'ADAPTATION SCOLAIRE : PROBLÉMATIQUE ET REPÈRES DIDACTIQUES

Jacinthe Giroux

Université du Québec à Montréal, associée au LACES, Université Bordeaux Segalen

Cet article traite d'une question vive sur les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : la didactique des mathématiques peut-elle être spécifique de ce domaine ? La question est ici étudiée en trois temps. Dans un premier temps, une revue critique de travaux sur la notion de difficultés d'apprentissage en mathématiques est réalisée. Elle permet de faire émerger des hypothèses concurrentes sur les difficultés d'apprentissage et de dégager une problématique qui oscille entre deux perspectives : celle du primat des publics et celle du primat de la culture mathématique. Dans un deuxième temps, la présentation d'un cas clinique illustre un certain nombre de questions et défis de nature didactique que pose la mise en œuvre de conditions didactiques prévues pour l'enseignement ordinaire dans l'enseignement auprès d'élèves en difficultés scolaires. Au troisième temps de l'article, des repères didactiques pour l'étude des rapports entre enseignement et apprentissage des mathématiques dans le contexte des difficultés scolaires sont formulés de même que des balises visant à leur opérationnalisation.

Mots-clés : didactique des mathématiques, adaptation scolaire, difficultés d'apprentissage, enseignement, système didactique.

Study of Connections Between Mathematical Teaching and Learning in the Context of Learning Disabilities : Problematic and Didactic Marks

This article covers an essential question in education on the relationships between the teaching and learning of mathematics in the context of learning disabilities : the specificity of mathematics education (didactics of mathematics). At first, the issue is raised through critical review of literature on the concept of learning disabilities. This review allows emergence of competing hypotheses and to formulate problematic which swings between two perspectives : public primacy and mathematics primacy. Secondly, a relatively brief presentation of a clinical case will be used to raise a number of didactical issues involved in the implementation of conditions provided for ordinary teaching in educational intervention with students with learning difficulties. Finally, didactic marks for the study of relationship between teaching and learning of mathematics in the context of the learning disabilities are formulated as well as guidelines that are intended to operationalize them.

Keywords: didactic of mathematics, learning disability, teaching, didactic system.

INTRODUCTION

La ligne directrice de ce texte est une discussion sur une question vive : est-ce que la didactique des mathématiques peut être spécifique de l'adaptation scolaire ? Autrement dit, peut-elle prendre en compte à la fois le savoir et la spécificité des élèves en difficultés scolaires ? Le texte propose, dans un premier temps, une revue critique de travaux susceptibles d'éclairer la notion même de difficultés d'apprentissage en mathématiques. Cette revue permet de faire émerger trois hypothèses explicatives distinctes relatives à la notion de difficultés d'apprentissage (psychologique, sociologique et didactique) et de mettre en évidence les logiques fort différentes, et peu compatibles, que ces hypothèses engagent sur l'enseignement et l'apprentissage. Ces logiques, habituellement implicites, sont ici explicitées et confrontées. Un bref examen de politiques ministérielles montre que l'hypothèse issue de la neuropsychologie et de la psychologie cognitive, centrée sur l'élève, inspire à la fois les politiques et les pratiques éducatives. La perspective didactique, centrée sur le savoir, est ainsi peu diffusée dans le milieu scolaire. Il se dégage donc, au terme de cette première partie, une problématique sur les fonctions des dispositifs mis en œuvre en adaptation scolaire qui oscille entre deux perspectives *a priori* contradictoires entre elles : celle du primat des publics et celle du primat de la culture mathématique. Cette problématique ne peut pas être ignorée de la didactique des mathématiques puisqu'elle interroge la pertinence des outils conceptuels et méthodologiques dont elle dispose pour favoriser l'acculturation mathématique d'élèves en grandes difficultés.

Dans un deuxième temps, la question au cœur de ce texte est examinée, sur la base de la théorie des situations didactiques, à l'aune de l'analyse d'un cas clinique. Cette section est véritablement à la charnière des temps un et trois de l'article. L'élève de 15 ans, dont il est question, ne souffre d'aucune déficience mentale bien qu'elle peine à additionner des nombres inférieurs à 10. Ce cas illustre les défis que posent les grandes difficultés scolaires à la didactique des mathématiques. Quelles sont les propositions de la didactique pour un tel cas ? Peuvent-elles être efficaces ? Quelles sont leurs limites ? L'analyse tente de répondre à ces questions et met ainsi en évidence un certain nombre de difficultés à mettre en œuvre les conditions prévues par la théorie des situations

didactiques dans l'enseignement auprès d'élèves en difficulté.

Dans un troisième temps, le texte débouche sur un certain nombre de propositions qu'il faut entendre comme des prises de positions argumentées de nature didactique – et non, bien sûr, comme des prescriptions à l'adresse des formateurs ou des enseignants. Ces propositions sont formulées comme des repères et des balises pouvant servir à relever les défis exposés dans la section précédente ainsi qu'à mieux comprendre et contrôler les rapports entre enseignement et apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire. De tels travaux pourraient, éventuellement, inspirer le milieu scolaire pour la structuration de dispositifs d'aide incluant la dimension du savoir.

Signalons enfin que la question traitée dans cet article est d'autant plus importante à discuter qu'elle s'inscrit dans une problématique plus générale qui n'est spécifique ni à la didactique des mathématiques, ni au champ de l'adaptation scolaire. Si les politiques éducatives et les pratiques d'enseignement effectives mêlent tout à la fois des logiques didactiques, pédagogiques, affectives, sociales, etc. il est, selon nous, crucial de se doter d'outils conceptuels et théoriques pour les interroger et analyser leurs interactions.

ÉLÉMENTS D'UNE PROBLÉMATIQUE SUR LES DIFFICULTÉS D'APPRENTISSAGE EN MATHÉMATIQUE

Cette section se divise en trois parties. Dans la première, l'analyse de quelques extraits de documents officiels relatifs à l'enseignement aux élèves en difficulté d'apprentissage montre que l'École québécoise construit ses politiques en s'inspirant de la logique propre à la psychologie cognitive et la neuropsychologie. Cette brève analyse introduit ainsi une revue critique de travaux qui permet de préciser l'hypothèse explicative relevant de la psychologie. L'hypothèse de nature didactique est ensuite exposée en contraste. Dans une seconde partie, une revue d'études didactiques portant sur le fonctionnement des systèmes didactiques en contexte d'adaptation scolaire est réalisée. Enfin, dans la troisième partie, nous pénétrons différents niveaux d'analyse – macro social, méso didactique et micro didactique – et, par une revue de quelques études pertinentes, examinons leur articulation pour ouvrir sur les questions qui se

posent dans la mise en œuvre des conditions didactiques qui favorisent l'enrôlement de ces élèves dans les pratiques mathématiques.

Ce premier temps de l'article montre toute la complexité du champ d'études des difficultés scolaires, et plus particulièrement, celui des difficultés d'apprentissage en mathématiques. Cette complexité tient aux épistémologies différentes, parfois opposées, qui orientent le regard posé sur ces difficultés. Le regard, dirigé vers les fonctions neurologiques, est tourné vers l'intérieur et relève d'une épistémologie centrée sur les caractéristiques cognitives voire biologiques de l'individu. Un regard dirigé vers les structures sociales est tourné vers l'extérieur et relève d'une épistémologie centrée sur les mécanismes institutionnels déterminants dans le profil d'un individu. Le regard didactique sur les difficultés d'apprentissage se centre, quant à lui, sur les conditions de diffusion des savoirs et sur le fonctionnement des systèmes et des dispositifs didactiques. L'institution scolaire, pour sa part, formule des orientations aux enseignants qui s'inspirent de ces différentes logiques sans qu'elles leur soient explicitement révélées. C'est ancré dans une perspective didactique que nous cherchons à rendre compte des enjeux, dans leur complexité, pour ensuite tenter de circonscrire un espace de recherche didactique pouvant contribuer à l'acculturation mathématique des élèves en difficulté.

HYPOTHÈSES CONCURRENTES SUR LES DIFFICULTÉS D'APPRENTISSAGE

L'expression « difficultés d'apprentissage en mathématiques » a pénétré profondément la culture scolaire depuis la fin des années 1970. Dans le milieu scolaire, elle renvoie nécessairement à un écart de performance par rapport à une norme selon l'âge et le niveau scolaire de l'élève et sert essentiellement à justifier la mise en place de dispositifs d'aide à l'élève. L'étude des circulaires ministérielles réalisée par Roiné en France (2009) montre que depuis quelques années, l'institution scolaire exerce une pression importante à la fois en amont, sur les chercheurs et formateurs, et en aval, sur les enseignants pour que soient développés et mis œuvre des dispositifs qui soient adaptés aux caractéristiques des élèves. L'hypothèse que les élèves en difficulté soient affectés d'un déficit sous-tend cette demande. Selon cette hypothèse, les caractéristiques, qu'elles soient cogni-

tives, affectives ou motrices, des publics de l'adaptation scolaire sont déterminantes autant des processus que des produits de l'apprentissage. Un bref examen des politiques en matière d'adaptation scolaire du Québec conduit au même constat.

Le Ministère de l'éducation, des loisirs et du sport du Québec a publié un document, intitulé *Les difficultés d'apprentissage à l'école. Cadre de référence pour soutenir l'intervention* (MELS, 2003), pour soutenir les enseignants dans l'application des politiques institutionnelles en matière d'enseignement auprès des élèves en difficultés d'apprentissage. L'extrait qui suit met en évidence comment le discours sur la manifestation des difficultés d'apprentissage permet de légitimer à la fois un programme de formation orienté sur les compétences et l'hypothèse du déficit en matière de difficultés d'apprentissage.

« C'est au regard des compétences définies par le Programme de formation que se manifestent les difficultés d'apprentissage. Elles touchent plus particulièrement les compétences à lire, à communiquer oralement ou par écrit et à utiliser la mathématique. Les difficultés d'apprentissage sont généralement liées à des difficultés à utiliser des stratégies cognitives et métacognitives et à bien exploiter certaines compétences transversales ». (MELS, 2003, p. 2)

Selon la perspective institutionnelle, les difficultés se manifestent donc en fonction de ce qui « compte culturellement », les compétences, tout en étant issues de déficits propres à l'élève. La difficulté de l'élève n'est donc pas « en mathématique » mais « à être compétent en mathématique » au sens défini par le programme de formation. Il ne peut en être d'ailleurs autrement puisque les compétences sont au centre du processus d'évaluation. Suivant cette logique, l'intervention ne peut alors que s'orienter en fonction de processus généraux, telle la compétence à « utiliser la mathématique » ou des « stratégies cognitives et métacognitives » plutôt qu'en fonction de ce qui caractérise les objets de savoir que l'élève doit s'approprier. On comprend alors mieux les raisons pour lesquelles ressurgit la perspective médicale dans une démarche à deux temps : diagnostic et intervention. Cette démarche, aussi en porte-à-faux par rapport à l'ouverture que devrait caractériser l'approche par compétences, prend de plus en plus d'ampleur dans les pratiques d'enseignement auprès des élèves en difficulté.

Une telle prise de position du milieu scolaire est à saisir dans le contexte d'une large diffusion de l'approche psychologique dans le cadre de formation continue auprès des enseignants. L'essor relativement récent de la neuropsychologie sur la caractérisation des « troubles spécifiques de l'apprentissage » (dyslexie et dyscalculie) explique ce phénomène. Le commentaire formulé par une clinicienne en psychopathologie de l'enfant sur les demandes qui lui sont adressées pour cause de difficultés scolaires montre comment l'intérêt des troubles spécifiques est présentement alimenté.

« L'hypothèse sous-jacente à la demande de bilan en milieu spécialisé est alors que l'enfant serait privé d'une partie de ses « compétences ». Le « défaut » dont l'enfant est supposé porteur doit pouvoir être objectivé par une batterie de tests destinés à « tout voir » et investis un peu comme peuvent l'être les techniques actuelles d'imagerie médicale. Cette attitude nous conduit tout droit à une logique de classification selon la déficience ou le dysfonctionnement repéré. C'est ainsi que serait constituée la famille des dyslexies, dysphasies, dyspraxiques, dyscalculies, dysorthographies, dysgraphies... » (Lenoble, 2003, p. 37).

La résurgence, depuis quelques années, du diagnostic de la « dyslexie » ainsi que la multiplication des diagnostics de type « dys » ont sans doute favorisé l'emploi du terme « dyscalculique » et du coup, la réification de la dyscalculie. Le diagnostic de la dyscalculie est cependant lourd de conséquence, considérant qu'il renvoie à un dysfonctionnement des fonctions cognitives dont l'origine serait génétique. De plus, il faut bien reconnaître qu'actuellement, aucune intervention spécifique qui permettrait une rééducation de ce trouble n'est connue.

Une méta analyse réalisée dans le monde anglophone sur l'efficacité de programmes d'interventions auprès des élèves en difficulté en mathématiques révèle la prégnance de l'hypothèse du déficit cognitif (Kroesbergen and Van Luit, 2003). Bien que les auteurs rappellent le caractère hétérogène de la catégorie « d'élèves en difficultés d'apprentissage », ils identifient quelques caractéristiques dégagées des études qu'ils ont recensées. Cette catégorie est, selon notre entendement, un exemple du cercle vicieux entretenu entre définition et critères diagnostiques. Il faut bien prendre note de la parenté de cette citation à celle faite précédemment du Ministère concernant

les déficits cognitifs et métacognitifs des élèves en difficulté.

« In general, these students have memory deficits leading to difficulties in the acquisition and remembering of math knowledge. Moreover, they often show inadequate use of strategies for solving math tasks, caused by problems with the acquisition and the application of both cognitive and metacognitive strategies. [...] they also show deficits in generalization and transfer of learned knowledge to new and unknown tasks... » (Kroesbergen et Van Luit, 2003, p. 97).

L'hypothèse du déficit propre à la psychologie cognitive et la neuropsychologie génère deux perspectives sur le rapport entre caractéristiques des élèves et situations d'apprentissage : soit ce sont les caractéristiques spécifiques des élèves en difficultés qui handicapent l'apprentissage en situation d'enseignement, soit ce sont les situations d'enseignement qui handicapent l'apprentissage des élèves en difficultés. Dans le premier cas, la finalité de l'intervention vise à combler un déficit, un manque qui serait propre à l'élève. C'est sur cette perspective que sont fondées les demandes de formation continue sur la métacognition ou les processus généraux de traitement de l'information. Dans l'autre cas, la finalité est l'adaptation des situations. Les exigences institutionnelles sur les compétences professionnelles à développer dans la formation des maîtres, dont celle de l'adaptation des situations, illustrent bien cette finalité. Dans l'un ou l'autre cas, cependant, on suppose que les caractéristiques des différents publics sont clairement définies, circonscrites et répertoriées. On suppose aussi que l'élaboration d'un répertoire de situations « parfaitement adaptées » aux caractéristiques de chaque public est possible. Rien ne nous permet actuellement de conforter sérieusement ces suppositions.

Les travaux dans le champ de la didactique des mathématiques francophone réalisés en adaptation scolaire s'inscrivent en rupture avec cette hypothèse (Lemoyne et Lessard, 2003) et considèrent que la fonction du savoir est négligée dans l'approche cognitive et les caractéristiques personnelles exprimées en terme de déficit du côté de l'élève sont surdimensionnées. Il faut rappeler que c'est à partir de l'étude de cas d'élèves en échecs électifs en mathématiques qu'a émergé le concept central de la didactique des mathématiques : le contrat didactique. Le

contrat didactique désigne « l'ensemble des comportements spécifiques du maître qui sont attendus de l'élève et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus du maître » (Brousseau, 1988). Le cas Gaël, emblématique étude de cas, relate et analyse la séquence d'enseignement réalisée avec un élève dont les stratégies visaient à éviter le conflit avec le savoir.

« Il était possible de proposer des explications psychologiques à ce comportement, mais elles ne donnaient pas de moyen de corriger les évitements, et elles centraient l'intérêt des chercheurs sur une caractéristique de l'enfant ou sur ses compétences, au lieu de rester au niveau des comportements et des conditions qui le provoquaient ou qui pouvaient le modifier. Ces comportements manifestent le refus, conscient ou non, de la part de l'enfant, d'accepter sa part de responsabilité dans l'acte de décider en situation didactique et donc d'apprendre, face à un adulte. » (Brousseau, 1981, p. 1).

L'orientation adoptée est très explicite dans l'extrait qui suit. Elle est encore actuellement suivie par les chercheurs francophones. Cependant, le fossé entre « l'approche classique » et celle qu'a inaugurée Brousseau ne fait que s'accroître, les études en neuropsychologie ayant notamment alimenté l'approche classique (Fisher 2009 ; Giroux, 2010).

« Une approche classique des enfants en difficulté consiste à identifier les erreurs ou les fautes qu'ils commettent et si elles se répètent, à les interpréter comme des anomalies du développement de l'élève, ou comme des carences dans leurs acquisitions auxquelles il convient de remédier parce « qu'elles vont rendre l'enfant incapable à accéder aux mathématiques ». [...] L'approche que nous tentons ici est très différente, il s'agit d'agir au niveau des situations d'apprentissage, d'en manipuler les caractéristiques pour obtenir les changements d'attitudes souhaités. » (Brousseau, 1981, p. 8).

Le processus de dévolution, étroitement lié à celui de contrat, a émergé de la volonté de développer un nouvel angle d'intervention.

« Ce n'est pas un dispositif pédagogique car il dépend essentiellement du contenu, il consiste à renvoyer l'élève à un rapport avec un milieu dont le professeur peut s'exclure, du moins en partie (situation a-didactique).

Le dispositif mis en œuvre est agencé pour engager progressivement mais explicitement Gaël dans un défi dans lequel le professeur pourra se mettre « du côté de l'élève. » (Brousseau, 1981, p. 1).

Nous disposons avec la thèse récente de Roiné (2009) de résultats expérimentaux qui confortent la tradition francophone. La thèse montre que la persistance des inégalités scolaires, malgré les nombreuses tentatives pour réguler ce phénomène depuis les années 1960, s'explique en partie par l'idéologie mentaliste, dominant le discours scolaire, en tant qu'arrière-plan symbolique sur lequel s'ancrent les pratiques enseignantes. D'une part, cette idéologie donne sens et cohérence aux formes de régulations didactiques spécifiquement destinées aux élèves déclarés en difficulté, régulations qui caractérisent par ailleurs les pratiques enseignantes. D'autre part, elle crée un effet de cécité sur les propriétés didactiques des situations d'enseignement et ampute ainsi les pratiques de toutes actions visant à instaurer les conditions didactiques nécessaires à la transmission des savoirs mathématiques ainsi qu'à l'enrôlement des élèves dans une pratique mathématique socialement et culturellement définie. Cette proposition, somme toute, remet en cause toutes explications des inégalités scolaires qui relèveraient de processus psychologiques ou mentaux. Elle permet également de mieux saisir les contraintes institutionnelles qui pèsent sur les choix didactiques des enseignants.

FONCTIONNEMENT DES SYSTÈMES DIDACTIQUES DE L'ADAPTATION SCOLAIRE

Deux grandes catégories de travaux en didactique des mathématiques ont porté sur l'adaptation scolaire. Une première catégorie porte sur l'étude du fonctionnement des interactions didactiques et plus particulièrement sur l'identification de phénomènes didactiques propres à cette institution. Les spécificités de l'adaptation scolaire, c'est-à-dire l'organisation de ses services et l'hétérogénéité de son public scolaire, sont alors considérées comme des contraintes qui pèsent sur le fonctionnement du système didactique produisant des phénomènes particuliers au sein des interactions didactiques. En revanche, une autre catégorie de recherches a mis à l'épreuve des situations didactiques éprouvées en classe ordinaire dans le cadre de dynamiques propres

aux classes de l'adaptation scolaire (Perrin-Glorian, 1993 ; Salin, 2007).

L'identification et la caractérisation des phénomènes didactiques en adaptation scolaire sont intimement liées à la caractérisation de la progression du savoir mathématique. Quelques études (Cherel, 2005 ; Favre, 1997 ; Giroux et René de Cotret 2001) ont comparé la progression du temps didactique dans des classes ordinaires et d'adaptation scolaire. Elles permettent, par l'analyse des tâches proposées et des échanges didactiques, de spécifier l'articulation des dynamiques temporelles de l'enseignement et de l'apprentissage dans les deux systèmes didactiques. Elles identifient ce qui, dans le fonctionnement des systèmes, marque et altère le poids (ou le rythme) du savoir dans les interactions didactiques. Un bref survol de quelques marqueurs relevés dans ces trois études est réalisé.

L'étude de Giroux et René de Cotret (2001) décrit la progression du temps didactique dans deux classes de mathématiques de première secondaire (7^e année de scolarité) : une classe de doubleurs et une classe ordinaire sous la responsabilité d'un même enseignant spécialiste des mathématiques. Les données d'observation analysées se rapportent à l'enseignement des nombres relatifs. Deux distinctions majeures entre les deux systèmes sont dégagées au plan des marqueurs temporels et permettent de caractériser la progression du savoir dans la classe de doubleurs : 1) économie du savoir ; 2) algorithmisation des objets de savoirs. Voici un extrait qui met en évidence les contenus mathématiques impliqués dans l'identification de ces marqueurs :

« Tout d'abord, il y a une forme d'économie dans l'exposé du savoir en classe de doubleurs. L'absence de traitement des caractéristiques des opposés, de la distinction soustraction/négatif et de l'idée de valeur absolue en classe de doubleurs en témoigne. Ensuite, une « algorithmisation » des objets de savoirs semble plus importante avec les doubleurs. Cela s'illustre d'une part, par un exposé qui tend plus directement vers la règle qui permettra de résoudre les problèmes et, d'autre part, par le découpage du savoir en unités temporelles plus étanches ou ne s'appuyant pas sur ce qui a été vu. » (Giroux et René de Cotret, 2001, p. 67).

Ces deux marqueurs dans la progression du temps didactique sont aussi relevés par Cherel (2005) lors d'une analyse comparative du fonctionnement de

deux classes ordinaires (2^e et 3^e années primaire) et d'une classe spéciale. Quelques caractéristiques propres à la classe spéciale sur le découpage et l'organisation des contenus mathématiques sont identifiées : les objets de savoirs liés à la numération et les opérations additives sont surinvestis par rapport à la géométrie et la mesure. L'enseignante opère une sélection au sein des contenus des programmes et abandonne ceux qu'elle juge secondaires soit parce qu'ils sont moins importants (la symétrie, par exemple), soit parce qu'ils sont trop difficiles (nombres premiers, par exemple). Rappelons que Conne (2003) a également relevé ce phénomène de surinvestissement de savoirs. Cette sélection permet d'étirer le temps d'enseignement consacré aux objets de savoirs considérés essentiels selon des formes de travail relativement routinières et fortement algorithmisées.

L'analyse des données d'observations montre que le temps didactique est ralenti par plusieurs phénomènes relatifs aux interactions didactiques. L'enseignante cherche à repérer toutes les difficultés et erreurs rencontrées par les élèves pour les traiter à chaud. Favre (1997) et Giroux (2004) ou encore plus récemment, Toullec-Théry (2006) montrent que cette centration sur le repérage et le traitement de l'erreur mène souvent à la dissolution, l'évanouissement du savoir en jeu. Enfin, l'étude de Cherel (2005) pointe, dans la classe d'adaptation scolaire, un phénomène de surcharge de la mémoire didactique par le maintien de la coexistence de faits didactiques sur un même objet (termes, méthodes, référence à des matériels divers) qui compromet les changements de statuts de connaissances (Brousseau et Centeno, 1991).

Somme toute, les phénomènes de surinvestissement de certains savoirs emblématiques de l'école, l'algorithmisation des savoirs, le morcellement des objets de savoir et la cécité didactique sont des phénomènes que les études ont bien mis en évidence. Ils témoignent de la manière dont les contenus d'enseignement sont affectés, transformés par des intentions d'enseignement adapté à une catégorie d'élèves pour lesquels l'enseignement ordinaire, avec ses méthodes, aurait échoué. Il y a un pas, facile à franchir, pour faire porter le poids de ces phénomènes sur le manque de compétences professionnelles des enseignants ; ce que les études didactiques n'ont pas toujours su éviter. L'institution scolaire pose l'exigence aux enseignants d'adapter leur enseignement

aux caractéristiques et besoins particuliers des élèves. Elle le fait pourtant en masquant l'insuffisance de l'ancrage théorique de cette demande. Ce vide, pourrais-je dire, a vite été comblé par des versions que Brun (1996) qualifie d'applicationnistes des théories de la psychologie cognitive, de la neuroscience ou plus globalement des sciences de la cognition (par exemple, l'enseignement stratégique) en offrant des pistes d'intervention d'apparence concordantes avec les exigences posées aux enseignants.

LA DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES ET L'INSTITUTION DE L'ADAPTATION SCOLAIRE

Nous traitons d'abord, dans cette section, d'une question éthique qui émerge de la position sociologique sur les difficultés scolaires : la recherche sur les difficultés d'apprentissage en didactique des mathématiques, par la reconnaissance qu'elle suppose de la notion de « difficultés d'apprentissage », conduit-elle à entretenir les inégalités scolaires produites par le système scolaire ? Cette question est incontournable et doit être étudiée avant même de convoquer la didactique des mathématiques pour l'aide aux élèves en difficultés scolaires.

Nous discutons cette question au croisement des niveaux macro social et méso didactique. Nous examinons ensuite les difficultés rencontrées dans la mise en œuvre des conditions didactiques en contexte d'adaptation scolaire en interrogeant l'articulation entre les niveaux méso et micro didactiques.

Les niveaux macro social et méso didactique : la didactique des mathématiques au regard de la thèse sociologique

La problématique de l'échec et des difficultés scolaires est d'une complexité telle qu'elle appelle des outils d'analyse provenant, entre autres, des sciences sociales pour saisir les rapports entre politique et éducation. On ne peut faire fi des thèses sociologiques explicatives de l'échec scolaire, dont l'origine remonte à bientôt 50 ans (Bourdieu et Passeron, 1985), qui n'ont pas eu beaucoup d'échos dans le milieu du fait sans doute de l'écart entre le niveau d'analyse macro social de ces théories et les obligations des milieux d'enseignement qui contraignent à un regard sur les processus d'enseignement à un niveau plus micro. L'analyse critique de Bourdieu met en évidence les ressorts par lesquels l'institution scolaire s'affirme tout à la fois comme :

- un instrument de conservation du pouvoir des classes favorisées ;
- un instrument de domination par la méconnaissance de son système de reproduction des inégalités sociales ;
- un instrument de légitimation de l'ordre social puisque les agents ont incorporé les structures d'appréciation issues des structures de l'ordre scolaire (Draz, 2011).

« Le classement scolaire est un classement social euphémisé, donc naturalisé, absolutisé, un classement social qui a déjà subi une censure, donc une alchimie, une transmutation tendant à transformer les différences de classes en différences d'« intelligence », de « don », c'est-à-dire en différences de nature... Le classement scolaire est une discrimination sociale légitimée et qui reçoit la sanction de la science » (Bourdieu, 1984, p. 265).

Dans la perspective des théories de la reproduction, l'institution scolaire serait déterminante du profil social et économique des individus. Considérant sa mission d'instruction, elle repère et identifie ceux dont elle a la charge et qui n'atteignent pas les seuils de réussite qu'elle fixe. Ces seuils jouent par ailleurs, dans ses relations avec la société (les parents, les institutions scolaires supérieures, les entreprises, etc.), en tant que gage et indice de la qualité de ses services. Cette « entente » entre l'institution scolaire et la société est possible du fait même de l'incorporation des manières d'agir, de penser, de sentir de tous les acteurs, qui reflètent les structures du monde social.

La sociologie de l'éducation ne se limite pas à une analyse critique. En effet, Bourdieu (2002) a défini un certain nombre de propositions éducatives qui visent à limiter les effets des mécanismes de reproduction de l'institution scolaire en prenant en compte les inégalités culturelles de départ. L'ensemble de ses propositions est à inscrire à un niveau macro social. Que ces propositions concernent, par exemple, le décroisement institutionnel pour assurer une refonte de la distribution et de la transmission des connaissances scolaires, la remise en question périodique des savoirs inscrits au programme scolaire ou encore les moyens à mettre en œuvre pour diversifier la communication pédagogique. La sociologie de l'éducation de Bourdieu se présente, selon Draz (2011), comme une science des institutions et plus

particulièrement, une science du rapport à l'institution scolaire considérant sa fonction dans la distribution du capital culturel. Ainsi, autant l'analyse critique que les propositions pour une pédagogie rationnelle font l'impasse sur les conditions de diffusion de savoirs dans l'institution scolaire en demeurant à un niveau macro social.

Peu de travaux se sont attaqués à la compréhension, du point de vue didactique, de l'incorporation de dimensions macro sociales dans le didactique lui-même. L'anthropodidactique emprunte une telle voie pour un dépassement de l'écueil de modèles centrés soit sur le sujet hors situation, soit sur la dimension structurelle (sociologique) de l'environnement (Sarrazy, 2002b). Cette approche a, entre autres, conduit à caractériser les rapports entre les pratiques éducatives familiales et la sensibilité au contrat didactique. Le contrat se fonde sur un paradoxe : l'enseignant cherche à obtenir un comportement de l'élève sans qu'il puisse lui en révéler les conditions exactes de satisfaction sans quoi il ne pourrait y avoir apprentissage. Le contrat se caractérise donc par son caractère largement implicite mais également indicible.

« Certes, il [l'enseignant] peut exiger que l'élève reproduise exactement ce qu'il lui a « dit » ou « montré », il peut aussi lui demander de mémoriser des règles, des définitions ou des solutions types, mais il ne peut le sommer d'apprendre c'est-à-dire exiger qu'il reconnaisse ici et maintenant une des occasions d'emploi des règles qu'il lui aura enseignées. » (Sarrazy, 2002a, p. 104).

Sarrazy (*id.*) a investigué cette question dans le cadre d'une approche où il définit la sensibilité au contrat comme le positionnement singulier des élèves à l'égard de l'implicite. Une plus grande sensibilité au contrat serait davantage caractéristique des élèves de milieux socioculturels défavorisés. Son étude montre que certaines pratiques familiales prédisposent à une entrée plus difficile dans le contrat que d'autres. Un style éducatif rigide, ou un environnement familial qui privilégie des valeurs plutôt coercitives, favoriseraient une plus grande sensibilité au contrat didactique que d'autres pratiques éducatives familiales. Les valeurs de type coercitif reposeraient sur un principe d'accommodation : « l'enfant doit se plier aux exigences familiales ou sociétales en fonction d'un système de règles qui lui est imposé

et sur lequel il ne semble pas avoir d'action possible – du moins « officiellement ». (2002, p. 111). Les élèves éduqués selon ses exigences s'en tiennent à ce qui a été exposé. Ainsi, ils ne s'autoriseraient pas à faire usage d'une règle dans des contextes éloignés de ceux utilisés pour son enseignement. Cependant, le style éducatif de l'enseignant peut infléchir cette sensibilité. Des élèves issus d'un système familial plus rigide dans le cadre d'un contrat didactique « dévoluant » sont significativement moins sensibles que les mêmes élèves soumis à un contrat didactique de type « institutionnalisant », autrement dit, centré sur l'exposé de règles. Ce résultat montre que les dispositions issues des pratiques familiales ne sont pas figées et ne relèvent pas d'une analyse psychologique des élèves. L'articulation des niveaux macro social et méso didactique permet donc d'envisager des conditions didactiques qui favorisent l'entrée des élèves dans le contrat.

Les niveaux méso didactique et micro didactique : la didactique des mathématiques et la dimension cognitive des interactions

La didactique des mathématiques de tradition francophone a surtout investi le niveau « méso didactique » (classe) en s'attardant principalement à décrire, comme nous l'avons vu, les phénomènes didactiques propres aux classes de l'adaptation scolaire. Cette discipline étudie les conditions de diffusion et d'appropriation des mathématiques (Brousseau, 1998) et le fait, classiquement en considérant les conditions d'ordres didactique, épistémologique et cognitif (Artigue, 1990). L'hypothèse du déficit traduit, dans le paradigme francophone, commanderait des études centrées sur l'ordre cognitif, de manière à adapter les cadres et concepts de la didactique aux particularités cognitives des élèves de l'adaptation scolaire. Une telle perspective de recherche se heurte à la logique même de la didactique. Cherchant à éviter une perspective centrée sur l'apprenant, la didactique francophone a surtout investi les dimensions « épistémologique » et « didactique ». Salin (2007), dans la suite d'expérimentations didactiques dans des classes de SEGPA, relève l'étendue des difficultés à respecter les conditions didactiques prévues par la théorie des situations didactiques pour donner du sens au concept en jeu et guider les élèves en grandes difficultés scolaires

jusqu'à la maîtrise d'outils décontextualisés. Elle note en particulier les difficultés liées à l'élaboration de situations didactiques adéquates : a) difficultés d'asseoir ces situations sur des connaissances construites antérieurement ; b) difficultés à faire fonctionner la dévolution, autrement dit, de mettre en place un milieu qui favorise le fonctionnement autonome des élèves en leur offrant des rétroactions lisibles. À ces difficultés, s'ajoute celle répertoriée déjà dans l'étude de Perrin-Glorian (1993) sur le passage à l'institutionnalisation. Ces difficultés sont relevées dans d'autres études (Bloch et Salin, 2004 ; Giroux et Ste-Marie, 2007 ; Emensted-Genestoux, 2000).

L'ensemble de ces travaux montre que, au niveau méso didactique, l'analyse *a priori* des rapports entre élève/ milieu est beaucoup plus délicate à mener qu'en classe ordinaire. Si le déroulement des situations didactiques comporte toujours leurs moments d'inattendu, l'imprévisible est plus fréquent dans les milieux d'adaptation scolaire du fait de la difficulté à prévoir les connaissances avec lesquelles les élèves vont interpréter le problème soumis. Les cadres d'analyse classiques reposant sur la confrontation des analyses *a priori* et *a posteriori* permettent difficilement de capturer les événements imprévisibles qui peuvent affecter substantiellement les enjeux de savoir d'une situation. La sémiose de Peirce (1978), processus par lequel la signification se produit pour un interprète dans un contexte donné (Everaerd-Desmedt, 1990), nous a permis de circonscrire certains de ces enjeux tels qu'ils se manifestent dans les conduites mathématiques des élèves du secteur de l'adaptation scolaire (Giroux, 2008). La sémiose est constituée d'une chaîne d'interprétations ou, autrement dit, d'une suite d'interactions qui assure la progression d'une situation. Les interactions didactiques sont marquées de décalages entre les interprétations mathématiques des enseignants et des élèves à propos de l'enjeu de savoir de la situation. Ces décalages nourrissent le processus de recherche d'un contrat didactique par les protagonistes. Les interprétations sont à la fois déterminées par la tâche et les interactions (Conne, 1992, 1999, 2003 ; Deblois, 2006). Elles prennent forme dans les activités mathématiques effectives des protagonistes. La finalité poursuivie par une situation d'enseignement/d'apprentissage est la réduction du décalage pour que chacun puisse reconnaître la justesse des connaissances engagées par les uns et les autres. Il s'agit pour Larcher et Chomat (1998) d'une négociation

de la référence pour un partage des significations. C'est une des nécessités pour instaurer une pratique mathématique culturellement définie. Des décalages trop importants entre les interprétations ne rendent pas toujours possible une régulation et génèrent, en contre partie, des phénomènes didactiques qui participent à l'évanouissement du sens en jeu (Cherel, 2005 ; Giroux, 2004). Ils ont en outre comme effet, croyons-nous, d'affecter à plus ou moins long terme, le désinvestissement cognitif et mathématique de certains élèves. Cependant, d'autres études montrent que la souplesse et la flexibilité dans le pilotage des situations favorisent leur investissement (Giroux et Ste-Marie, 2007 ; Salin, 2007). Il paraît nécessaire d'étudier avec attention, l'interprétation engagée par les acteurs d'une situation didactique en fonction des caractéristiques de la situation pour aller au-delà du sujet générique des théories et poursuivre l'étude du fonctionnement didactique tel qu'il se révèle dans les échanges avec les élèves en difficulté. Autrement dit, il faut trouver à inclure la dimension cognitive en l'appréhendant comme une spécificité de l'interaction avec le milieu.

Ce type d'analyse micro didactique mérite une meilleure investigation afin de poursuivre la confrontation des éléments théoriques propres à la didactique à des espaces scolaires variés, et plus particulièrement, à ceux de l'adaptation scolaire. Ce travail pose un certain nombre de défis comme plusieurs études le montrent (Blouin, 1993 ; Bloch et Salin, 2004 ; Conne, 1999 ; Favre, 2004 ; Salin, 2007). Le récit d'un entretien didactique de type clinique sert, dans la section suivante, à illustrer les questions qui se posent actuellement à la recherche didactique sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques auprès d'élèves en difficultés scolaires. Ce sont de véritables défis adressés à la didactique des mathématiques. Nous proposerons, en réponse à ces interrogations, des propositions que la didactique des mathématiques peut investiguer pour avancer dans l'étude des rapports entre enseignement et apprentissage des mathématiques en contexte d'adaptation scolaire. De telles avancées sont nécessaires pour faire face à des réalités qui trop souvent résistent aux cadres d'analyse dont nous disposons actuellement.

QUESTIONS DIDACTIQUES SENSIBLES SUR L'ENSEIGNEMENT AUPRÈS D'ÉLÈVES EN GRANDE DIFFICULTÉ : ILLUSTRATION PAR UN CAS CLINIQUE

Le cas clinique que nous présentons est analysé à l'aune de concepts clés de la didactique des mathématiques : caractéristiques du savoir et milieu didactique, dévolution, institutionnalisation. Ainsi, les différentes questions didactiques qui ponctuent cette présentation font écho aux difficultés rencontrées, esquissées plus haut, par les chercheurs dans l'élaboration et la mise en œuvre de situations didactiques auprès d'élèves en grandes difficultés. L'analyse vise à mettre en évidence comment sont négociés les enjeux de savoir à travers la progression de l'échange didactique. De ce point de vue, la centration sur le contenu mathématique, autant dans la présentation que l'analyse, révèle comment évolue le contrat didactique. Rappelons que le contrat didactique est intimement lié à la notion de dévolution comme le souligne Brousseau dans l'extrait qui suit :

« Le maître doit donc effectuer non la communication d'une connaissance, mais la dévolution du bon problème. Si cette dévolution s'opère, l'élève entre dans le jeu et s'il finit par gagner, l'apprentissage s'opère. Mais si l'élève refuse ou évite le problème, ou ne le résout pas ? Le maître a alors l'obligation sociale de l'aider et même parfois de se justifier d'avoir posé une question trop difficile. Alors se noue une relation qui détermine- explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement- ce que chaque partenaire, l'enseignant et l'enseigné, a la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre, responsable devant l'autre. Ce système d'obligations réciproques ressemble à un contrat. Ce qui nous intéresse ici est le contrat didactique, c'est-à-dire la part de ce contrat qui est spécifique du « contenu » : la connaissance mathématique visée. » (Brousseau, 1998, p 61).

On retiendra donc, pour notre propos, que si la dévolution n'opère pas, l'enseignant se trouve dans l'obligation d'aider l'élève. La question est bien : comment relancer le travail de l'élève sur ce qui est spécifique du contrat, c'est-à-dire la connaissance mathématique visée. C'est ce qui est en jeu dans l'analyse des échanges qui suit. Pour ce faire, nous rappelons quelques segments de l'activité mathématique engagée par l'élève et l'interlocutrice. L'activité mathématique de l'interlocutrice se manifeste dans

l'interprétation faite, en situation, de l'activité de l'élève afin d'opérer une sélection du contenu, des situations et un « découpage » du milieu didactique. Selon Conne (1986) :

« La connaissance mathématique sert de point de référence, mais l'enseignant ne peut intervenir qu'en fonction de sa propre connaissance, une transposition est nécessaire pour qu'il puisse tenir son rôle de représentant de la connaissance » (Conne, p. 14, 1986).

La présentation de l'échange didactique illustre le jeu de décalages et de recherche de synchronisation des activités mathématiques des deux protagonistes qui caractérise le contrat didactique. L'analyse est centrée sur l'articulation entre les niveaux méso didactique (le contrat qui se noue et se transforme au fil des échanges et des situations) et micro didactique (l'interprétation engagée par les acteurs qui font évoluer le contrat et progresser dans le savoir).

Cathy est une élève de 15 ans d'une classe spéciale pour élèves faibles à l'ordre secondaire. Le programme couvert dans cette classe correspond à celui du 3^e cycle primaire (11-12 ans). L'enseignante évalue que le niveau mathématique de l'élève correspond à celui d'une première année primaire. Prise au dépourvue devant les difficultés de l'élève, elle lui propose des lectures durant les leçons de mathématiques. L'élève voit une orthopédagogue à raison d'une ou deux fois par mois avec qui elle travaille la numération de position à l'aide du matériel multi-base. J'ai rencontré l'élève à 7 reprises au cours des mois de février, mars, avril et mai 2009 à raison de 50 minutes par séance.

Séances 1 et 2

Au cours des deux premières séances, j'ai proposé quelques tâches sur la numération, des suites à anticiper à l'aide d'une calculatrice, des énoncés de problèmes additifs et multiplicatifs cherchant ainsi à trouver un angle de travail avec cette élève. En résumé, le bilan de ces séances permet de constater que l'élève peut lire et écrire des nombres inférieurs à 1000 mais n'identifie pas la valeur d'un chiffre ou d'un groupe de chiffres dans un nombre. Elle peut réciter la suite numérique mais ne peut le faire par intervalles de 2, 5 ou 10. Elle résout des problèmes additifs simples (recherche d'une transformation

finale, par exemple) par des stratégies de réunion de collections. Elle met en œuvre des stratégies de surcomptage dans des calculs d'addition avec l'erreur classique qui consiste à intégrer le premier terme dans le comptage : 15 + 5 partir avec 15 (1), 16 (2), ... 19 (5) pour obtenir ainsi 19. Elle arrive à faire quelques soustractions par une stratégie élémentaire de dénombrement de collections. Elle n'interprète aucun problème multiplicatif soumis. À titre d'exemple, au problème suivant : Marie a 104 CD à partager également entre 8 amis, pour connaître le nombre de CD qu'aura chacun des amis, quelle opération choisis-tu ? L'élève choisit l'addition parmi ces quatre calculs : a. 104-8, b. 104 + 8, c. 104 x 8, d. 104 ÷ 8.

Sur quel contenu organiser une situation adidactique ?

« Nous admettons donc que la constitution du sens, tel que nous l'entendons, implique une interaction constante de l'élève avec des situations problématiques, interactions dialectiques (car le sujet anticipe, finalise ses actions) où il engage des connaissances antérieures. » (Brousseau, 1988, p. 120).

La proposition de Brousseau, qui réfère au processus de dévolution en situation adidactique, est tout à fait remarquable, bien sûr. Cependant, dans un cas comme celui de Cathy, sur quel contenu organiser ces situations ? Partir de ce qu'elle connaît mais contrôle peu, suite numérique, structures additives ? Et ce, même si elle a 15 ans ? Comment envisager l'aménagement d'un milieu qui permette un jeu actions/rétroactions alors qu'on sait si peu de choses sur ce qu'elle connaît ou sait, en particulier sur des connaissances « instrumentales » (opératoires) nécessaires pour entrer dans la situation ?

Séance 3

Considérant l'âge de l'élève, mon objectif s'est centré sur la reconnaissance et le traitement de structures multiplicatives. La situation que je lui ai proposée avait déjà fait l'objet d'expérimentations dans des classes de 9-10 et 10-12 ans pour élèves en difficulté. Le Jeu des étoiles, version multiplicative, est une situation à caractère ordinal qui favorise un travail sur la relation facteur/multiple. Avant de travailler sur la version multiplicative, nous avons fait quelques parties de la version additive du jeu.

Description didactique du Jeu des étoiles

Il existe une version additive et une version multiplicative du Jeu des étoiles. Toutes deux sont des jeux de déplacements sur un tableau de nombres servant de planche à jeu. Le jeu se déroule à 2 ou 3 joueurs. Le matériel nécessaire est : a) tableau de nombres à intervalles réguliers (n) (certains nombres ne sont pas inscrits dans le tableau) ; b) un ou deux dés dont chacune des faces correspond aux 6 premiers multiples de n ; c) une feuille de route par joueur à compléter ; d) un crayon feutre par joueur pour marquer les cases d'arrivée comme le fait un pion. (Voir l'illustration 1).

Dans la **version multiplicative**, le tableau de nombres servant de planche de jeu, est une suite de nombres à intervalles réguliers (n) différents de 1 et comportant 5 ou 10 lignes, chacune étant constituée des multiples successifs de n. La feuille de route comporte une vingtaine de lignes à compléter comme mémoire des informations relatives de chaque coup joué. L'élève doit y inscrire, à chaque coup joué, le nombre de départ, le nombre obtenu sur le dé, le nombre d'arrivée, le nombre de cases qui correspond au déplacement et le nombre de points accumulés (voir l'illustration 1).

Le but du jeu est d'accumuler le plus de points possibles. On accumule des points lorsque la case d'arrivée est marquée d'une étoile (rouge : 3 points ; bleue : 2 points ; jaune : 1 point).

Déroulement : Une case du tableau est identifiée sur la planche comme case de départ. Le premier joueur lance le (ou les) dé (s). Il peut soit avancer soit reculer sur le tableau en tenant compte du nombre tiré. Il identifie ainsi les deux cases d'arrivée possibles et en choisit une. Il marque de son crayon feutre, la case d'arrivée choisie. Il complète sa feuille de route. Le joueur suivant tire alors le dé à son tour et doit avancer ou reculer partant de la case d'arrivée du joueur précédent. Le jeu se termine lorsque la feuille de route de chaque joueur est complétée.

Étant donné que le tableau est à intervalles réguliers, le nombre de cases qui correspond au déplacement n'est pas le nombre inscrit sur le dé.

Étant donné une suite de nombres à intervalles de n tel que

$$U_{(m+1)} = U_m + n \text{ où } n \in \mathbb{N} \text{ et } n \neq 1.$$

Étant donné que la valeur d'un déplacement est de k x n

Le déplacement dans cette suite correspond à k cases

Donc, le joueur tire un (ou deux) dé(s) dont les faces correspondent aux 6 premiers multiples de l'intervalle en jeu (n). Il doit avancer ou reculer du nombre de cases (k) qui correspond au nombre obtenu sur le dé ($k \times n$). Par exemple, sur un tableau d'intervalles de 5 et partant de la case 50, si le joueur tire 15 sur le dé, il peut avancer ou reculer de 3 cases ($3 \times 5 = 15$). Les cases d'arrivée possibles sont donc 35 et 65.

La **stratégie de base** que le joueur peut mettre en œuvre est de type additif. Il suffit d'additionner ou de soustraire le nombre de départ à celui obtenu sur le dé pour identifier les cases d'arrivée possibles (selon un déplacement avant ou arrière). En plus d'une certaine lourdeur sur le plan des calculs à effectuer, cette stratégie n'est pas d'emblée efficace si le nombre d'arrivée (en reculant ou en avançant) n'est pas inscrit au tableau.

Une **stratégie intermédiaire** consiste à avancer ou à reculer dans le tableau par un surcomptage qui s'appuie sur les multiples. Par exemple, si, sur un tableau d'intervalles de 5, le nombre tiré sur le dé est 15 et le nombre de départ est 50, un déplacement avant peut être réalisé ainsi : 5 (case 55), 10 (case 60), 15 (case 65). On peut se déplacer par l'arrière en procédant de la même manière.

La **stratégie optimale** est celle qui engage les connaissances sur la relation multiplicative entre le nombre inscrit sur le dé (multiple : $k \times n$) et

celui qui correspond à l'intervalle (n) sur lequel est construite le tableau de nombres. Le déplacement dans le tableau sera donc contrôlé par l'identification du facteur k . Il suffit alors d'avancer ou de reculer de k cases dans le tableau. Le joueur doit, pour mettre en œuvre cette stratégie, avoir identifié l'intervalle entre les nombres du tableau et faire appel aux faits multiplicatifs. Dans l'exemple précédent, si le joueur tire 15 et qu'il joue sur un tableau à intervalles de 5, il dégage le facteur 3 ($kn = 15$, $n = 5$ et donc $k = 3$) qui indique le nombre de cases dont il peut se déplacer.

Pour favoriser l'émergence de stratégies multiplicatives, on agit sur les valeurs de trois variables didactiques :

- Intervalle n : Plus l'intervalle est grand, plus les stratégies additives sont lourdes et difficiles à contrôler. Les valeurs attribuées sont les suivantes : 2, 3, 5, 6, 7, 8.
- Domaine numérique du tableau : Plus le domaine numérique couvert par le tableau est grand et plus les opérations sur les nombres sont difficiles à effectuer mentalement.
- Nombre de dé : L'emploi d'un seul dé permet de travailler sur la relation entre facteur et multiple. L'emploi de deux dés permet le recours à la distributivité pour contrôler le déplacement provenant de leur somme. Ainsi, avec un intervalle de 7, pour les dés obtenus 42 et 35 : $(6 \times 7) + (5 \times 7) = 11 \times 7 = 77$, le déplacement correspond à 11 cases.

Caractéristiques des interactions Cathy /Jeu des étoiles
(intervalle $n = 2$) / Enseignant-chercheur

10 : 2, 4, 6, 8, 10, 12
 $6 \times 2 = 12$

60	62			68		72		76	78
		★	★		★			★	
★	82		86		90		★	96	★
100		104		108			114		118
★			★		★	★			
120			126		130			136	★
	★			★			★		
		144		148		152			158
★			★		★			★	

Départ 108

Ce jeu a été proposé avec l'intention didactique de favoriser l'élaboration d'une stratégie intermédiaire qui elle-même sollicite une stratégie de surcomptage et permet une première appréhension des relations multiplicatives en jeu. Un résumé des principaux enjeux de savoir est réalisé en s'appuyant sur les premières joutes qui faisaient appel aux valeurs des variables suivantes : a) intervalle de 2 ; b) domaine numérique : 60 à 158 ; c) : Un seul dé (faces : 2, 4, 6, 8, 10, 12).

Cathy met rapidement en place la stratégie intermédiaire qui en fait, lui évite de faire des calculs additifs qu'elle peine à faire. Cependant l'application de la stratégie ne se fait pas sans difficultés. Cathy la fait fonctionner en deux temps : 1) elle compte par deux pour se déplacer vers l'avant puis vers l'arrière dans le tableau, choisit le nombre d'arrivée le plus avantageux et l'inscrit sur la feuille de route ; 2) elle compte ensuite le nombre de cases entre le nombre de départ et le nombre d'arrivée et l'inscrit sur sa feuille de route. Lorsque le nombre d'arrivée n'est pas inscrit au tableau, je l'invite à regarder les nombres avoisinants pour l'identifier. Au besoin, je lui propose la calculette.

Étant donné que Cathy a du mal à compter par intervalle de 2, je lui propose assez rapidement d'inscrire sur le haut de sa feuille, les 6 premiers multiples. Le fait de donner cette suite révèle l'intervalle ; ce qui est normalement laissé à la charge de l'élève. Cependant, je juge alors que les calculs sont fastidieux, ralentissent le jeu et permettent difficilement d'avoir une vue d'ensemble nécessaire pour dégager la relation multiplicative. Cette décision atténue le caractère adidactique de la situation et déplace l'enjeu du contrat didactique pour dégager l'élève de calculs qui le décentrent d'un travail mathématique sur l'articulation entre la suite des nombres et le surcomptage.

Extrait d'entretien

L'analyse de la difficulté rencontrée par Cathy m'a conduite à lui proposer de se doter d'un support écrit : la suite des multiples. Le principal conflit « mathématique » vécu par Cathy est dans le fait que le nombre tiré ne correspond pas au déplacement sur les cases du tableau. Par exemple, le fait de « tirer 12

Int. : Tu es à la case 112 maintenant, tu viens de tirer 12.

Cathy : (dénombrer 12 cases, incluant la case 112, vers l'avant et arrive à la case qui correspond à 134) : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12. C'est 135 ?

Int. : Les cases sont par intervalles, par bonds de 2. Si tu es à 112 et que tu ajoutes 2 ?

Cathy : 113, 114 ? (en pointant la case 114).

Int. : Bien, maintenant peux-tu compter par 2 pour avancer de 12 ?

Cathy : 114, 115, 115 ... non 116 (en pointant la case correspondante), (silencieusement, place son doigt sur la case 118, ses mouvements labiaux montrent qu'elle compte). Euh, je ne sais plus où je suis rendue.

Int. : Ce serait plus simple si on les écrivait, qu'en penses-tu ?

Cathy : ...

Int. : Peux-tu écrire par 2 jusqu'à 12, ici dans le coin de la feuille comme cela tu pourras mieux compter.

Cathy : 3 (écrit 2 et dit 3), 5 (écrit 4 et dit 5), 7 (écrit 6 et dit 7), 9 (écrit 8 et dit 9), 11 (écrit 10 et dit 11), (écrit 12).

Int. : Et 12, c'est combien de 2 ?

Cathy : 6 (compte les multiples de 2 qu'elle vient d'écrire et dit : 6)

Int. : Bien, on dit alors que $6 \times 2 = 12$ (en l'écrivant sous la suite des multiples).

Cathy : 2 (Met son doigt sur la case 112 et dit 2), 4 (met son doigt sur la case 114 et dit 4), 6 (met son doigt sur la case 116 et dit 6), (Retourne à la suite des multiples pour connaître le successeur de 6 et ne sait plus alors à quelle case de la planche elle est rendue).

Int. : Tu es rendue ici (pointe la case 118). Ensuite, c'est ?

Cathy : ...

Int. : 10

Cathy : Ah oui, et 12 (en plaçant son doigt sur la case 124)

Int. : C'est quoi le nombre de cette case (le nombre n'y est pas inscrit) ?

Cathy : 124 ? (se référant à la case qui succède qui est 126)

Int. : Veux-tu vérifier si quand on part de 112 et qu'on ajoute 12, si on arrive bien à 124 avec la calculette ?

Cathy : (sur la calculette : $112 + 12 = 124$.) Oui, ça marche mais il n'y a pas d'étoiles, je vais reculer pour voir...

sur le dé » et de se déplacer de 6 cases la déstabilise, la fait hésiter. Doit-elle ou non compter la case de départ (112) dans son déplacement. Ces difficultés rappellent celles observées sur le surcomptage aux calculs d'addition. Le surcomptage appelle la coordination de deux suites. Par exemple, pour faire $15 + 3$, un premier réseau correspond aux 3 successeurs de 15 (16, 17, 18) qui doivent être couplées respectivement à 1, 2, 3. Dans le cas du jeu des étoiles, si Cathy est à la case 112 et qu'elle tire 12, elle doit coupler la première suite, 112, 114, 116, 118, 120, 122, 124 à une seconde, 2, 4, 6, 8, 10, 12. Notons qu'un troisième réseau s'ajoute dans la structure multiplicative, celle qui correspond au facteur k , soit 1, 2, 3, 4, 5, 6. Je lui propose de vérifier, si elle le souhaite, son calcul sur la calculette. Ce qui permet une rétroaction rapide de son résultat et d'une validation de sa procédure.

À la fin de quelques joutes, je lui soumetts quelques configurations fictives à l'oral, de manière à stimuler l'activation de deux réseaux simultanément. Ce que la planche de jeu lui permet d'éviter. Par exemple, si je pars de 108 et que j'arrive à 120, de combien de cases me suis-je déplacée ? Dans un premier temps, elle se réfère à la « planche de jeu ». Lorsqu'elle identifie l'écart entre les nombres en procédant par comptage (2, 4, 6, 8, 10, 12) sur les cases de 110 à 120, je masque la planche en glissant une feuille. Elle s'appuie alors sur ses doigts pour contrôler l'activation des deux réseaux et trouver le nombre de cases correspondantes : 5 (1 doigt), 10 (2 doigts).... 35 (7 doigts) déplacement de 7 cases. Le jeu de masquage des nombres sur la planche réinsère une dimension adidactique qui avait été levée préalablement.

Caractéristiques des interactions expérimentateur/jeu des étoiles/Cathy

Comme nous jouons à tour de rôle, j'adopte la stratégie intermédiaire de Cathy. Le fait que nous jouions à tour de rôle lui permet d'observer le contrôle de mes déplacements. Mais ce « modelage » n'a que peu d'effets d'apprentissage. Pour s'approprier la stratégie d'un autre, il faut être en mesure d'interpréter ses gestes dans le cadre d'une stratégie, ce qui sollicite les connaissances par lesquelles cette stratégie est produite.

Comment accompagner l'élève pour qu'elle acquiert une autonomie ?

Dans sa formulation même, cette question comporte un paradoxe et pourtant, c'est bien le défi qui nous est posé. Comme plusieurs études le montrent, il n'est pas suffisant de mettre en place un dispositif didactique, si raffiné soit-il, pour que la dévolution fasse son oeuvre. La raison principale est que les élèves s'engagent facilement lorsqu'ils possèdent déjà les savoirs en jeu mais qu'ils peinent à le faire lorsqu'ils savent qu'ils ne peuvent contrôler le dispositif dès leurs premières tentatives. C'est ce qui affecte la dévolution et la progression de la situation. L'accompagnement réalisé avec Cathy est en rapport avec la recherche d'une réduction des décalages ou autrement dit, d'une synchronisation des activités que nous engageons, l'élève et moi. Mes interventions ont visé principalement à compenser la fragilité des connaissances afin de favoriser l'aboutissement d'une stratégie adéquate. La marge de manœuvre est mince et le calibrage de l'aide délicat car assurément, on gruge sur une part de la dévolution et on prend le risque de morceller la tâche.

Je fais l'analogie suivante pour illustrer cet « accompagnement ». Dans une conversation, il arrive que le récepteur produise les mots que cherche en cours de conversation, l'émetteur du moment. Il y a dans le message (pas dans les mots mais dans la « forme incorporée ») quelque chose qui appartient à la fois à l'émetteur et au récepteur ou plutôt, à l'interaction. De la même manière, je cherche, non pas les mots qui font défaut, mais les « gestes » que Cathy cherche à produire. Ils sont pour moi, en tant qu'interlocutrice, des indices de son activité mathématique sur laquelle je tends à me synchroniser. Par exemple, lorsqu'elle avance sur le tableau en comptant par intervalles – en silence - je regarde son doigt se déplacer et je compte silencieusement en même temps qu'elle... Et je pressens d'après le mouvement de son doigt, ses hésitations, ce qu'elle récite comme suite (si elle fait un saut de 10 au lieu de 5, par exemple). Autrement dit, je « joue » à son jeu d'une certaine manière en étant très attentive aux indices labiaux et gestuels. Et c'est sur cette base que j'interviens à quelques reprises pour soutenir la mise en œuvre de la stratégie lorsqu'elle peine à la contrôler du fait de la difficulté à réciter la suite des multiples, par exemple (et bien que cette suite soit écrite sur la feuille).

LA RÉMINISCENCE DE LA STRUCTURE MULTIPLICATIVE

Quelques joutes suivent sur une planche de jeu semblable (même domaine numérique et même intervalle) mais avec deux dés. Suite à ces joutes, je l'incite à inscrire, à l'aide des feuilles de route qu'elle a remplies, les nombres qui conviennent dans le

Cases	Intervalle	Dés
1	2	2
2	2	4
3	2	6
...		
12	2	24

tableau suivant.

Comment organiser une institutionnalisation des relations multiplicatives ?

Cette question fait écho aux difficultés évoquées dans les études, de lier les moments d'action et d'institutionnalisation, autrement dit, de décontextualiser. Ce n'est qu'après avoir inscrit les nombres que je lui demande si on peut écrire des signes mathématiques et que devant son silence, j'ajoute aux endroits appropriés : $\times$ et $=$.

Extrait d'entretien

Int. : Quand tu regardes ces nombres, est-ce que cela te rappelle quelque chose ?

Cathy :

Int. : On a trois colonnes mais on les lit ligne par ligne. Ce sont toutes les possibilités pour un jeu avec intervalles de 2. Si on avance d'une case, c'est qu'on aura tiré quel nombre sur le dé ?

Cathy : 2

Int. : Et, par exemple, si on avance de 5 cases, quel nombre on aurait tiré ?

Cathy : ... euh... Bien, ici, c'est 5 ... on aurait 10 sur le dé.

Int. : Oui, exact... Et si on jouait avec deux dés et qu'on tirait 20 ?

Cathy : 20 ?, ... ben, tu veux dire combien de cases on avancerait ?

Int. : oui

Cathy : 10? (se référant au tableau)

Int. : Oui. Alors, dis-moi, est-ce qu'on pourrait mettre des signes mathématiques dans le tableau ?

Cathy : ... c'est quoi des signes ?

Int. : Tu sais, quand on fait des mathématiques, ou quand on écrit, on utilise des signes pour savoir quoi faire avec les nombres... des plus ou des moins, des « fois »...

Cathy : ... je sais pas...

Int. : Regarde . (L'interlocutrice met le signe $\times$ entre les nombres des deux premières colonnes et le signe $=$ entre les nombres des deux dernières colonnes).

Cathy : ... Ah !!! Mais j'ai déjà vu ça ! Il y a en avait sur mes cahiers et je les apprenais.

Int. : Ah ! Ah ! Ah ! Voilà ! On vient de retrouver quelque chose que tu connais !

Cathy : Oui !

Dans cet extrait, on peut observer le décalage entre les deux protagonistes. L'interlocutrice cherche à conduire l'élève à dégager une structure mathématique alors que l'élève n'y voit que des informations relatives à une joute du Jeu des étoiles. Le passage à l'écriture symbolique des égalités que représente chaque ligne permet le partage de la signification de ces écritures, au-delà, des contraintes liées au jeu. Cette réminiscence du point de vue de Cathy crée chez elle un grand contentement que l'on peut interpréter comme une prise de conscience d'une part que le contrôle du jeu est assuré par une structure et que, d'autre part, ayant contrôlé un tant soit peu le jeu, elle a implicitement utilisé cette structure. La structure multiplicative étant contextualisée dans un jeu à caractère ordinal, je lui propose, pour la suite, quelques exercices à faire entre deux séances pour un investissement dans un contexte cardinal.

Il s'agit pour elle de compléter les données numériques d'énoncés ayant une structure multiplicative et de formuler un énoncé qui se résout par $8 \times 2 = 16$. Différents énoncés faisant appel à deux types de relations : scalaire et isomorphisme de mesures (Vergnaud, 1981) lui sont proposés. Par exemple, Julie a ___ paires de boucles d'oreille. Elle a 14 boucles d'oreille. Ce qu'il importe de souligner est qu'aucune mention du lien entre ces énoncés et le jeu des étoiles n'a été faite. Cathy a complété sans erreurs ces énoncés au cours de la semaine et a produit l'énoncé suivant : « Huit amis décident d'amener 2

films pour la soirée cinéma. Combien ont-ils amené de films ? ». Malgré la maladresse de ne pas préciser que chacun des 8 amis apporte 2 films, l'énoncé est tout à fait approprié à la structure multiplicative.

Séances 4 à 7

Ces séances permettent d'étendre l'utilité des connaissances mises en œuvre dans le Jeu des étoiles avec intervalles de 2, à d'autres intervalles de manière à dégager la structure multiplicative et à faire progresser l'élève vers l'élaboration de la stratégie optimale. Elles visent également à élargir le caractère d'utilité des structures multiplicatives à d'autres situations. Aucune consigne n'est donnée à l'élève concernant les liaisons, sur le plan du contenu mathématique, entre les situations. Ainsi, au cours des quatre séances suivantes, nous avons repris le Jeu des étoiles en modifiant les valeurs des variables ; nous avons ainsi joué, dans l'ordre, sur des planches d'intervalles de 5, de 3 et de 4. Nous avons terminé chacun de ces jeux en dressant la liste des faits multiplicatifs associés. Cathy a également été incitée à faire des relations multiplicatives à l'oral en évoquant des configurations fictives du jeu. L'élève a également complété des énoncés de problèmes multiplicatifs qui faisaient appel à différents produits.

Extrait d'entretien

Int. : Cathy, si, par exemple, tu joues au Jeu des étoiles avec une planche dont les nombres sont par bonds, par intervalles de 5. Peux-tu me dire, de combien de cases tu avancerais si tu tirais 30 sur le dé ?
 Cathy : (Prend la table des faits multiplicatifs de 5, repère $5 \times 6 = 30$ et énonce sa stratégie.) J'avancerais ou je reculerais, ça dépend, de 6 cases.
 Int. : Et si, par exemple, tu parlais de la case 30 pour te rendre à la case 45, de combien de cases avancerais-tu ?
 Cathy : Euh... ben... 30, 35 (sort un doigt), 40 (sort un deuxième doigt), 45 (sort un troisième doigt). De 3 ?
 Int. : Oui, c'est bien cela... Parce que $3 \times 5 = 15$.

L'interlocutrice clôt l'échange par une justification mathématique qui n'est peut-être pas liée, du point de vue de l'élève, à la différence entre 30 et 45. L'élève ne relance cependant pas son interlocutrice.

Quelques tâches d'anticipation sur la relation facteur/multiple à l'aide de la calculette ont aussi été réalisées. Sur la calculette, en appuyant sur les touches $+ 3 = = =$, apparaissent autant de multiples de 3 qu'est entré le signe $=$. Nous avons utilisé cette fonction pour : a) anticiper les multiples d'un nombre n (par exemple, prévoir le prochain ou se demander si 25 est un multiple de n) ; b) anticiper le nombre de signes $=$ à entrer pour obtenir un multiple étant donné n (par exemple, partant de $+ 3$, combien de signes $=$ pour obtenir 15, 45...) ; c) dégager les critères de divisibilité pour les nombres paires et les multiples de 5. Cathy se réjouit visiblement à prévoir les multiples de 5 et est confortée par la rétroaction de la calculette. Elle anticipe ce que la calculette affichera, ce qui lui donne assurément un sentiment de contrôle. Rappelons qu'à la première séance, elle ne pouvait réciter la suite par intervalles de 5.

Comment étendre l'étude des structures multiplicatives à la division ?

Pour avancer dans les structures multiplicatives et aborder la division, je propose des énoncés faisant appel à la division de type regroupement. La structure correspond à celle du Jeu des étoiles où, dans l'énoncé qui suit, 35 peut être interprété comme le nombre tiré sur le dé et 5 comme l'intervalle. Le travail sur cet énoncé permet d'introduire la division en s'appuyant sur la coordination de deux réseaux.

Extrait d'entretien

Int. : Si j'ai 35 gâteaux et que je veux donner 5 gâteaux à chacun de mes amis, à combien d'amis puis-je donner des gâteaux ?
 Cathy : 2 ? 4 ?
 Int. : Peux-tu vérifier si 4, ça fonctionne ?
 Cathy : (écrit : $5 + 5 + 5 + 5 = 20$)
 Int. : Ok, ça fait 20... et non 35. On peut peut-être s'y prendre autrement.
 Si j'en donne 5 et que j'en donne encore 5, je suis rendue à 2 amis.
 Écrit : 5, 10
 1, 2
 Int. : Peux-tu continuer ?
 Cathy : (complète : 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35
 1, 2, 3, 4, 5, 6, 70 ... et s'exclame.) 7 amis !
 J'introduis alors l'écriture de division : $35 \div 5 = 7$. Elle ne manifeste aucun signe de reconnaissance. Je lui soumetts alors, un problème de multiplication qui réfère au même contexte. L'extrait qui suit montre l'intégration progressive de la structure multiplicative par le contrôle de deux réseaux.

Extrait de l'entretien

Int. Je veux donner 5 gâteaux à chacun de mes amis.

J'ai 11 amis. Combien de gâteaux je vais donner ?

Cathy: (5, 10, 15, 20, 25, 30...

1, 2, 3, 4, 5, 6... s'arrête et hésite).

Int. : Ah ! ah ! Tu es embêtée... tu attends 11, n'est-ce pas sur la 1^{re} ligne ?

Cathy : Bien oui !

Int. : Que veulent dire les nombres de la première ligne et ceux de la seconde ?

Cathy : La première ce sont les gâteaux et celle du dessous, les amis... ah!

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 9 10, 11)

Int. : Et que peut-on écrire comme calcul ?

Cathy : $5 \times 11 = 55$

auparavant. Cathy a eu à compléter des feuilles de route de parties fictives du Jeu des étoiles, à compléter et résoudre des énoncés de problèmes multiplicatifs. Les énoncés ont été complétés correctement. Elle a fait quelques erreurs dans le calcul de la différence entre les nombres de départ et d'arrivée mais a, somme toute, bien réussi à respecter les relations multiplicatives.

Le défi à relever était davantage sur le traitement de deux énoncés de problèmes qui visaient à introduire la propriété de la distributivité de l'addition sur la multiplication, dont l'un référait au contexte ordinal du Jeu des étoiles et l'autre, à un contexte cardinal.

- Pour une sortie organisée par l'école, les élèves doivent payer chacun 5 \$. 9 élèves ont déjà payé et 8 n'ont pas encore payé. Combien de dollars sont accumulés ? Combien de dollars reste-t-il à entrer ? Combien la sortie coûtera-t-elle au total ?
- À un jeu d'étoiles sur des intervalles de 5, Marie avance de 9 cases avec son premier dé et de 8 cases avec son deuxième dé. Quel nombre a-t-elle tiré

Séance 8

Quatre semaines plus tard a eu lieu une dernière rencontre. Elle a été consacrée à un retour sur des exercices que je lui avais laissés quelques semaines

Figure 2

Exercices en lien avec le jeu des étoiles

1. Complète les feuilles du jeu des étoiles. Comme si quelqu'un avait joué et que des nombres étaient effacés. Tu dois essayer de trouver les nombres qui manquent.

Je joue sur un jeu qui fait des bonds de 5. Sur mon dé, il y a les nombres 5, 10, 15, 20, 25, 30. Je ne joue qu'avec un seul dé.

Nombre de départ	Dé tiré	Nombre d'arrivée	Nombre de cases du déplacement
100	25	125	_____
125	_____	110	3
110	5	105	_____
105	_____	135	_____

Je joue sur un jeu qui fait des bonds de 3. Sur mon dé, il y a les nombres 3, 6, 9, 12, 15, 18. Je ne joue qu'avec un seul dé.

Nombre de départ	Dé tiré	Nombre d'arrivée	Nombre de cases du déplacement
21	12	33	_____
33	_____	39	2
39	18	57	_____
57	_____	42	_____

sur le premier dé ? Sur le deuxième dé ? Quel nombre a-t-elle tiré en tout, sur ces deux dés ?

Cathy est arrivée à 80 comme total au premier énoncé et à 85 dans le second. Elle n'a pas perçu la similitude des relations numériques. J'ai introduit l'écriture qui s'appuie sur la distributivité pour réduire les calculs $(5 \times 9) + (5 \times 8) = 5 \times (8 + 9) = 85$. Mais cette écriture n'a pas permis à Cathy d'établir la relation entre les deux énoncés.

CONCLUSION SUR LE CAS CLINIQUE

En conclusion de ce cas clinique, quelques éléments méritent d'être dégagés. Prenant en compte le concept central de dévolution en didactique des mathématiques, nous pouvons dire que ce n'est pas tant une situation qui a été dévolue à l'élève mais l'enjeu mathématique implicite, les structures multiplicatives, qui assure le maillage entre les différentes tâches (Giroux et Ste-Marie, 2007). La relation entre le contenu mathématique des différentes tâches et du Jeu des étoiles a été laissée à la charge de l'élève. Pour éviter une reprise incessante d'une même activité qui entraîne trop souvent un rodage des techniques utiles à la réussite de l'activité, des tâches variées ont donc été proposées à Cathy dont l'articulation était assurée par un enjeu de savoir principal (les relations multiplicatives) autour duquel se sont articulés d'autres savoirs (le contrôle du surcomptage). Le maillage du Jeu des étoiles et de ces tâches a favorisé l'appropriation d'une stratégie faisant appel à la coordination de deux réseaux pour résoudre des calculs multiplicatifs, ce qui n'était pas disponible au début des entretiens. Cela a été rendu possible, entre autres choses, parce que le tableau de nombres prend en charge un premier réseau (la suite des nombres), ce qui peut être considéré comme une limite à la dévolution. Cependant, un accompagnement calibré sur le vif a permis à l'élève de s'engager mathématiquement dans les différentes tâches proposées et de retrouver en quelque sorte des connaissances sur la multiplication qui étaient enfouies, difficilement accessibles pour les transformer en savoirs. Autrement dit, il y a eu différentes phases de « mathématisation » de la situation au cours de l'évolution des joutes du Jeu des étoiles mais aussi dans le passage d'une situation à l'autre. La variété des situations n'a pas tant servi à exercer l'élève sur les structures multiplicatives mais plutôt à exemplifier des usages de ce savoir, de le faire fonctionner

selon des contraintes variables. On peut, à la suite de Conne (1992), soutenir que c'est par l'articulation des situations entre elles que la transposition didactique peut retrouver l'objet de savoir mathématique visé.

REPÈRES DIDACTIQUES POUR L'ÉTUDE DES RAPPORTS ENSEIGNEMENT/APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES DANS LE CONTEXTE DE L'ADAPTATION SCOLAIRE

S'appuyant principalement sur la Théorie des situations didactiques, la distinction savoir/connaissance proposée par Conne (1992), les travaux didactiques réalisés en adaptation scolaire ainsi que les défis que pose l'enseignement des mathématiques aux élèves en grandes difficultés, nous présentons et discutons deux repères didactiques généraux en tant que propositions théoriques d'étude. Ces repères peuvent également être considérés comme l'élaboration d'instruments didactiques qui visent à infléchir la sensibilité au contrat didactique d'élèves dont les pratiques éducatives familiales prédisposent à une entrée difficile dans le contrat.

Pour chacun de ces repères sont développées des balises qui visent à les circonscrire mais également à les opérationnaliser pour en faire l'étude. Nous rappelons qu'il ne s'agit aucunement de prescriptions praxéologiques à destination des formateurs et des enseignants mais bien d'un ensemble de propositions didactiques pour clarifier les enjeux didactiques attachés aux dispositifs d'aide et à leur mode de gestion. Il importe également de souligner qu'il ne s'agit pas non plus d'une liste de conditions à respecter mais d'un ensemble de considérations non étanches qui nous paraissent utiles d'investiguer pour faire progresser l'étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte des difficultés scolaires en mathématiques.

Premier repère : nécessité d'élargir le caractère d'utilité des connaissances

Un premier repère s'appuie sur la distinction connaissance/savoir de Conne (1992) selon laquelle le savoir est une connaissance utile. Selon ce point de vue, les difficultés récurrentes et les échecs en mathématiques de certains élèves ne relèvent pas simplement d'un manque ou d'une carence en termes de

connaissances mais aussi des relations inopérantes entre ces connaissances et les situations mathématiques pour lesquelles ces connaissances sont utiles. Les difficultés sont liées à la reconnaissance de l'utilité des connaissances et sans cette reconnaissance, les élèves ne peuvent savoir. Dans le cas Cathy, la structure multiplicative était connue, « en latence » pourrions-nous dire, mais inopérante, ne permettant pas le contrôle des situations qui y font appel.

Dans cette perspective, le premier repère énonce la nécessité d'élargir le caractère d'utilité des connaissances afin de les faire fonctionner en tant que savoir. Pour son opérationnalisation, trois balises d'intervention sont esquissées.

Première balise : favoriser la dévolution

Soutien à la mise en œuvre d'une stratégie finalisée dans le cadre d'une situation à dimension adidactique.

Cette balise est en fait la principale condition didactique de la Théorie des situations didactiques et est liée au contrat que Brousseau (1995) qualifie de constructiviste. La dévolution, à laquelle cette balise réfère, est à l'occasion présentée comme un état de disponibilité et de responsabilité de l'élève à l'égard du problème qui lui est posé et de mise à distance du côté de l'enseignant. La dévolution qui nous intéresse relève plutôt d'un processus et s'inscrit donc dans la durée, dans un mouvement interprétatif qui progresse vers la « mathématisation » de la situation, à l'image d'une sémiose. L'accompagnement de l'élève à s'inscrire dans un tel mouvement nous paraît plus important que l'urgence d'installer l'élève dans un état d'autonomie complète comme le montre les évolutions du contrat didactique avec Cathy.

Les critères pour assurer une dévolution doivent tenir compte des connaissances opératoires, celles qui permettent d'agir. La fragilité des connaissances (comme nous l'avons vu avec Cathy), leur difficile mise en œuvre, met parfois en péril la possibilité de finaliser une stratégie et d'en apprécier le résultat. Un accompagnement paraît alors nécessaire pour soutenir l'élève dans l'application d'une stratégie de manière à ce qu'il puisse en faire l'expérience et en connaître les aboutissants. Cette expérience est essentielle pour développer les connaissances sur le fonctionnement « mathématique » de la situation et, éventuellement, de raffiner les anticipations sur ce fonctionnement. Les premières séances de travail avec Cathy montrent ce travail d'accompagnement pour engager l'élève dans une mathématisation de la situation.

La relation entre l'action et les résultats de l'action, nécessaire à la dévolution, est difficile à établir si les connaissances qui supportent l'action échappent aux élèves soit au moment de la mise en œuvre d'une stratégie, soit après coup. L'accompagnement est alors utile pour que l'élève puisse établir cette relation. Autrement dit, la dévolution est réussie dans la mesure où les relations entre stratégie et résultat sont établies. Cette mise en relation peut être supportée par un accompagnement calibré. Ce calibrage nous paraît un élément essentiel à étudier sous différentes contraintes et contextes.

Deuxième balise : variété des supports et des situations

Assurer une variété des situations mathématiques et de leurs supports pour favoriser une institutionnalisation.

Ce principe repose sur l'idée que chaque situation marque une forme d'utilité différente de la connaissance. Les connaissances des élèves sont souvent contextualisées, liées, associées aux exercices ou encore aux situations qui ont servi à leur enseignement. « Plonger » les élèves dans des dialectiques d'action variées qui sollicitent un même objet de savoir est une manière de varier les accès. Cela évite également la suradaptation aux contraintes d'une tâche (Giroux, 2008) et favorise une relance d'enjeux mathématiques sous de nouvelles contraintes. À partir d'une situation de référence, peuvent alors être aménagés des problèmes, tâches qui permettent de relancer l'enjeu mathématique à l'aide de supports différents et sous des contextes également différents (nous pouvons ici référer au passage du contexte ordinal au contexte cardinal, aux tâches sur la calculatrice).

Les supports de travail, portant en eux-mêmes des caractéristiques qui affectent les stratégies, peuvent également être variés. Autrement dit, le support affecte les enjeux de connaissances qui gravitent autour de l'enjeu principal. Évidemment, les supports doivent d'abord être choisis en fonction de l'analyse didactique du savoir visé mais l'idée est de mettre en scène un même savoir par le biais de supports différents (jeux de règles, de construction, environnement informatique, papier/crayon, etc.). Pour favoriser le maillage entre les tâches et donc la relance d'un enjeu de savoir, une attention particulière peut être portée à l'organisation temporelle de manière à assurer une certaine alternance entre les tâches. Le jeu entre les différentes tâches (ou situations) peut

être une avenue prometteuse pour favoriser l'institutionnalisation des connaissances auprès des élèves en grandes difficultés. Pour viser une progression dans le savoir, il semble utile d'investiguer non seulement le procédé par lequel on peut générer une variété de tâches mais également comment ces tâches peuvent s'articuler en laissant le soin à l'élève d'établir cette relation. Par exemple, dans la séquence avec Cathy, il faut s'interroger sur les raisons pour lesquelles la suite des situations (Jeu des étoiles, énoncés de problème, jeux multiplicatifs sur la calculatrice) a permis de relancer l'élève. Du point de vue de l'enseignement, le passage d'un contexte ordinal à un contexte cardinal était visé. Mais pour l'élève, il est possible que l'engagement mathématique ait tenu à la possibilité de tester les faits multiplicatifs nouvellement retrouvés (par le Jeu des étoiles) pour contrôler et réussir des tâches scolairement typées (les énoncés de problèmes) (Blouin, 1993).

Troisième balise : favoriser une institutionnalisation mesurée

Nécessité de favoriser le repère et l'abstraction de régularités mathématiques qui elles-mêmes favorisent la transformation de connaissances en savoirs.

Les élèves qui ont vécu des échecs mathématiques semblent particulièrement sensibles aux régularités mathématiques du fait qu'une fois abstraites, elles leur permettent d'accéder à une cohérence interne, une structure de ce qui apparaissait jusqu'alors épars et soumis aux aléas d'un contexte. L'accès à une structure, aussi limitée soit-elle, – pensons à la réminiscence des faits multiplicatifs dans le cas de Cathy – est nécessaire pour s'affranchir du hasard et pour adhérer en quelque sorte, implicitement pour les élèves, à l'idée que le réel peut être traité par un modèle mathématique. Lorsqu'ils arrivent à anticiper sur le fonctionnement du modèle, ils peuvent alors prendre la mesure de la puissance que leur offre les mathématiques sur le réel.

Cette sensibilité aux régularités caractérise un rapport au savoir sur lequel il est sans doute possible de capitaliser. Pour contrecarrer la propension souvent décrite des élèves faibles à s'engager hâtivement dans des techniques, on a souvent cherché à éviter une institutionnalisation trop rapide ou encore le morcellement de la tâche, en investissant des situations qui comportent plusieurs phases d'action (avec anticipations et vérifications) de manière à faire dégager au terme d'un long travail, les relations qui

fondent le savoir visé. Cependant, certaines de ces situations ne semblent pas répondre aux conditions nécessaires pour favoriser ce travail. Aussi, certaines situations favorisent-elles une forte contextualisation des connaissances, limitant ainsi leur potentiel à être réinvesties en d'autres situations. Le temps semble donc jouer, dans certains cas, contre la mise en relation des situations d'action et l'institutionnalisation (Perrin-Glorian, 1993).

Un moyen didactique possible pour capitaliser la sensibilité aux régularités pourrait être de tableer sur des supports didactiques mathématisés. Nous pensons, entre autres, à des environnements informatiques tels que « La calculatrice défectueuse » qui favorise le traitement des propriétés des opérations (Lemoyne, Giroux, René de Cotret & Brouillet, 2005) ou encore « Animath » qui favorise la relation entre la suite des nombres et les opérations chez les plus jeunes élèves (Giroux et Ste-Marie, 2007). Mais d'autres milieux bien évidemment peuvent être aménagés, à l'aide de la calculatrice, par exemple (Del Notaro et Floris, 2005) ou bien sûr des environnements papier/crayon.

Deuxième repère : Nécessité de maintenir un enjeu mathématique et donc l'interaction élève/milieu

Un second repère concerne la nécessité de maintenir un enjeu mathématique pour soutenir l'engagement mathématique et cognitif des élèves. En d'autres mots, ce repère répond à l'intention de stimuler et maintenir les interactions élèves/milieu. Certains travaux font état de la lassitude rapide des élèves des situations ou de leur manque d'investissement. Il faut mettre en relation ces observations avec les types de contrat spécifique à l'adaptation scolaire qui ont comme effet, à plus ou moins long terme, un désinvestissement des élèves à l'égard de ce que leur propose ou impose l'institution scolaire. Ce n'est pas la motivation intrinsèque des élèves qui est ici visée mais les conditions didactiques pour dynamiser autant l'enseignement que l'apprentissage et, plus particulièrement, l'interaction élève/milieu.

Première balise : opportunisme didactique et engagement de l'élève

Nécessité de considérer les objets de savoir investis, par ailleurs, par les élèves.

Si chaque situation cible un objet de savoir particulier, elle ne peut par ailleurs l'isoler et faire l'économie de coordinations de connaissances et savoirs que cet objet de savoir commande. Ainsi, une situation comporte en son noyau un enjeu mathématique principal qui exerce une vive force d'attraction, mais sollicite également beaucoup d'autres connaissances. La souplesse est de mise pour éviter de ramener trop brusquement les élèves à l'enjeu principal et ainsi réduire la complexité de l'activité mathématique qu'ils engagent. Il ne s'agit pas de diluer le savoir visé, ni d'encourager une dispersion de l'activité mathématique des élèves mais d'exploiter et reconnaître, plutôt que contrecarrer, les opportunités que l'activité offre aux élèves de travailler des connaissances de manière fortuite, d'en poursuivre, pourrions-nous dire, l'apprentissage. Ainsi, l'enseignement doit se faire parfois opportuniste pour profiter d'un événement sensible bien qu'inattendu, pour en préserver le potentiel d'apprentissage. Ce peut être le cas lorsqu'il y a des conduites atypiques, par exemple (Giroux, 2008). L'investissement des élèves sur des objets de savoir différents de celui de l'enjeu principal est souvent une occasion de coordonner des connaissances. Dans l'enseignement ordinaire, les savoirs qui participent à cette coordination sont, pour la plupart, considérés en tant que savoirs préalables. Dans l'enseignement spécialisé, la distinction entre connaissances et savoirs semble plus souvent ténue et de ce fait, la négociation se fait mal avec la notion de préalables.

L'investissement de connaissances non prévues *a priori*, est d'ailleurs fréquent dans les classes d'adaptation scolaire caractérisée par une forte hétérogénéité des profils de connaissances (Giroux et Ste-Marie, 2007). Cette hétérogénéité est l'argument souvent invoqué pour éviter des situations collectives d'enseignement. Cependant, nous considérons qu'il y a des voies didactiques à explorer pour prendre en compte les enjeux d'apprentissage qui gravitent autour de l'enjeu principal et qui sont générés par la situation. Et ce, bien que ces enjeux puissent différer d'un élève à l'autre en fonction de leur répertoire ou profil de connaissances. Ils favorisent, de plus, le maintien de l'engagement des élèves dans l'activité. À titre d'exemple, l'expérimentation du Jeu des étoiles, dans une classe d'élèves de 8-10 ans en difficulté, a conduit à des coordinations de connaissances variées : a. les codes écrits et oraux des nombres dans le cadre de débats au sein d'une même équipe

(par exemple, comment lire 1029 ?); b. l'articulation entre le calcul numérique et relationnel (« si tu veux avancer, tu dois ajouter, faire un plus ») ; c. les régularités d'une suite à intervalles réguliers ; d. des méthodes de calcul réfléchi pour des élèves plus âgés. Ces enjeux auraient pu faire l'objet d'exercices adaptés pour soutenir la transformation de certaines connaissances utilisées (et donc utiles) en savoirs, en s'appuyant sur la situation de référence. En somme, il nous semble que les enjeux non prévus alimentent la dévolution de la situation aux élèves et qu'une analyse micro didactique peut ouvrir sur une meilleure compréhension de leur potentiel didactique.

Ces considérations appellent une réflexion sur la dimension antagoniste du concept de milieu dans la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998). Dans une étude récente (Giroux, 2008), nous avons montré que les caractéristiques du milieu, le support sur lequel il est construit, génèrent des rétroactions de natures différentes qui elles-mêmes affectent l'interaction de l'élève avec le milieu. Un environnement informatique ne « réagit » pas de la même manière qu'un milieu constitué de plages faits par l'élève ou encore qu'une balance Roberval. La réaction des élèves à la rétroaction semble en partie liée aux éléments constitutifs et prégnants du milieu. Les stratégies des élèves varient en fonction des caractéristiques du milieu et nous avons montré que leur mise en œuvre ne vise pas toujours à s'adapter mais plutôt à contourner les contraintes du milieu ou encore à transformer, à leur insu ou non, la situation. Les connaissances qui fondent ces stratégies sont mathématiques mais non prévues. Un regard didactique pour mieux saisir le fonctionnement des connaissances non prévues en situation est nécessaire pour mieux comprendre les objets de savoirs par ailleurs investis par les élèves.

Deuxième balise : allègement du milieu

Favoriser des situations dont les consignes, le matériel ou le contexte en tant qu'éléments du milieu, n'écrasent pas le savoir en tant qu'enjeu de savoir.

Cette balise est à relier à la nécessité de favoriser l'abstraction de régularités mathématiques. Une situation didactique vise à ce que le travail des élèves portent sur un enjeu mathématique et non sur l'appropriation d'un contexte ou encore la maîtrise des « règles » pour s'engager dans l'activité. Brousseau (1998) a bien décrit les glissements métacognitifs

susceptibles d'être générés lorsque le modèle se substitue à la connaissance. En adaptation scolaire, ces glissements semblent plus fréquents qu'en classe ordinaire comme le montrent certaines études (Mary, 2003). Il n'est pas rare, par exemple, que sous prétexte de présenter des activités de manipulation à des élèves en difficulté, la tâche proposée à l'élève soit lourde sur le plan des règles de manipulation mais également difficile à décontextualiser. L'usage abusif du matériel multibase pour la numération positionnelle en est un exemple.

Un milieu trop chargé semble nuire à l'abstraction des savoirs qui lui sont liés. De plus, nous faisons l'hypothèse que les savoirs s'étiolent alors plus facilement au rythme de l'étiollement des contextes ou situations de référence qui leur ont donné naissance. C'est dans cette perspective qu'il paraît important d'alléger en quelque sorte le milieu avec lequel l'élève est appelé à interagir. L'usage de la calculatrice avec Cathy s'inscrit dans la perspective de cette balise.

Troisième balise : une adidacticité calibrée

Organiser le milieu didactique de manière à favoriser une rétroaction rapide sur la justesse des connaissances engagées.

Cette balise est directement issue d'une condition didactique de la théorie des situations didactiques. Pour qu'une situation d'action soit adidactique, le milieu doit comporter les contraintes nécessaires pour offrir à l'élève une rétroaction sur la justesse et la pertinence de ses décisions et donc, des connaissances qu'il a injectées dans la situation (Brousseau, 1998). Rares sont les situations qui répondent parfaitement à ce critère. Cependant, il paraît essentiel de poursuivre la réflexion sur la fonction de la rétroaction dans l'apprentissage en fonction des caractéristiques du milieu afin de stimuler l'interaction entre un élève et un milieu didactique. Deux dimensions relatives au milieu semblent utiles d'être rappelées. La première dimension se rapporte à l'espace des choix possibles. Si le milieu doit contraindre les choix, il doit également comporter un espace de liberté de décisions sinon, l'élève ne peut être tenu responsable de ses décisions même si ces dernières s'avèrent efficaces. Le calibrage de cet espace de liberté est très délicat à réaliser dans l'enseignement auprès des élèves en difficultés comme le montrent les études. S'il est trop grand, le milieu n'est pas suffisamment contraignant pour favoriser l'engagement mathématique de l'élève. Si l'espace est trop restreint,

l'action de l'élève ne repose pas sur une réelle décision et ne permet pas une véritable mise à l'épreuve des connaissances mathématiques engagées. Nous avons relevé, au cours de l'analyse des séances avec Cathy, cette difficulté à calibrer, en situation, l'espace de liberté de choix de l'élève.

La seconde dimension concerne l'information que l'élève peut retirer de la rétroaction sur la justesse des connaissances investies. Il nous semble beaucoup plus difficile de constituer un milieu qui contrôle cette deuxième dimension. Il appartient à l'élève de lire, d'interpréter et donc de dialoguer avec le milieu. Maintes fois, nous avons observé, comme d'autres chercheurs (Perrin-Glorian, 1993, Bloch et Salin, 2004), la grande persévérance des élèves à employer soit une stratégie lourde qui est propice à l'erreur (par exemple, faire une addition itérée très longue plutôt qu'une multiplication) soit une stratégie inefficace bien qu'elle ne produise pas le résultat attendu. La rétroaction, autrement dit, ne joue pas son rôle.

Un instrument didactique pour contrer cette difficulté est de contrôler le temps entre l'action et la rétroaction du milieu. Plus le temps perdure entre l'action et la rétroaction, plus l'hypothèse engagée par l'élève sur le fonctionnement du milieu semble s'évanouir et affecter la qualité et l'intensité des interactions avec le milieu. Ainsi, une rétroaction rapide peut stimuler sensiblement l'élève à anticiper, tester les réactions du milieu. Les supports relativement aisés à s'approprier peuvent servir à la constitution d'un milieu qui assure une rétroaction rapide. La calculatrice, comme nous l'avons vu, est un exemple mais nous pensons également à d'autres types d'activités tels que les pliages successifs d'une bande de papier. Plier une bande en 4 et puis encore 3 donne une bande pliée en 12 et non en 7 comme l'anticipe les élèves. Ce résultat constaté alors que les élèves ont encore en tête le contenu de leur anticipation, favorise la poursuite des interactions avec le milieu et l'apprentissage dans un milieu « mathématisé » (qui n'est pas alourdi par des éléments contextuels qui masqueraient l'enjeu mathématique).

CONCLUSION

Les services d'adaptation scolaire, chargés d'intentions éducatives louables à l'endroit des élèves en grandes difficultés scolaires, semblent se heurter, pour des raisons en grande partie institutionnelles,

à la difficulté d'intégrer une perspective didactique. Roiné (2009) montre, dans sa thèse, comment le discours noosphérien sur les facteurs psychologiques dans l'explication des inégalités est déterminant dans les pratiques enseignantes qui sont ainsi amputées des conditions didactiques nécessaires pour enrôler les élèves dans une pratique mathématique. L'hypothèse de cette « cécité » ou de ce point aveugle dans la conception des leçons et leur pilotage est très pertinente pour rendre compte de phénomènes didactiques largement évoqués dans les travaux didactiques (morcellement des tâches, etc.). L'effet « Pharmékéia », quant à lui, se comprend comme un sous-effet de cécité didactique. Il décrit le phéno-

mène par lequel les dispositifs d'aide produisent l'effet contraire à celui qui est recherché. Ceux qui ont été observés dans l'étude de Roiné relèvent des usages de la psychologie cognitive à propos de la représentation de problèmes. Ces résultats rejoignent les observations d'Even et Tirosh (2008) à l'effet que l'idéologie constructiviste, conduisant à focaliser sur le développement des habiletés en résolution de problèmes, freine les pratiques enseignantes qui visent une acculturation mathématique. N'est-il pas possible que ce soit faute d'une théorie didactique dans les pratiques d'enseignement auprès d'élèves en grandes difficultés scolaires que de tels effets se produisent?

Figure 3

Les chercheurs en didactique des mathématiques vont à la rencontre des élèves de l'adaptation scolaire dans les lieux consacrés à l'enseignement et l'apprentissage. Ce sont les classes à effectif réduit qui regroupent des élèves selon des caractéristiques plus ou moins communes, partant des classes d'élèves atteints d'un handicap physique aux classes d'élèves en difficulté d'apprentissage, l'accompagnement individuel pour la remédiation des difficultés, les classes d'élèves en difficulté et même celles de milieux défavorisés (par les mesures particulières mises en place pour soutenir la réussite scolaire). Ils ne rencontrent pas des « enfants qui ont des troubles d'apprentissage » mais des élèves inscrits dans une dynamique propre aux lieux scolaires. Il apparaît donc très périlleux de viser à identifier ce qui, dans le fonctionnement didactique, relève spécifiquement des caractéristiques cognitives des élèves. Par ailleurs, l'entrée didactique permet de révéler des connaissances autrement invisibles, notamment dans le cadre d'épreuves standardisées, à l'institution scolaire.

Sachant que la prévalence d'élèves atteints d'une dyscalculie développementale est très limitée (autour de 1 % selon Fischer (2009) bien que d'autres études pointent 3 %) et que celle des élèves en difficultés scolaires vacille autour de 11 %, le regard didactique est nécessaire pour faire contrepoids aux études portant sur l'identification du déficit cognitif à l'origine des difficultés. Des études sur la caractérisation des « difficultés d'apprentissage » en mathématiques ou encore sur le profil cognitif des élèves faibles ne peuvent que déboucher sur des analyses en terme d'inadéquation, de manque, de déficits qui elles-mêmes ne peuvent qu'appeler des études sur la remédiation didactique. Les travaux en didactique des mathématiques n'ont pas toujours réussi à éviter l'écueil du couple déficit/remédiation ; il faut trouver d'autres voies. C'est dans cette perspective que nous avons tenté de jeter quelques jalons pour l'étude didactique des rapports entre enseignement et apprentissage des mathématiques dans le contexte des difficultés scolaires.

Les repères et balises que nous avons décrits peuvent soutenir les efforts dans la recherche d'éléments de réponse de nature didactique à la question éthique en filigrane de cet article. Ils participent, en effet, à envisager le fonctionnement d'une relation didactique qui peut infléchir la sensibilité plus marquée de certains élèves à l'égard du contrat didac-

tique (Sarrazy, 1996) et l'élaboration de moyens didactiques qui favorisent à tous les élèves l'accès à la culture mathématique. Les propositions formulées peuvent également servir au développement du « caractère épistémique » des élèves dans le cadre d'une éducation scolaire, « comprise comme l'inculcation de dispositions épistémiques appropriées » (Pouivet, 2008, p. 133).

Bien qu'elle n'ait pas été traitée dans cet article, on ne peut, au final, passer sous silence la question de l'évaluation des connaissances disciplinaires des élèves en grandes difficultés scolaires. L'évaluation est déterminante pour les services et les dispositifs d'aide mis en place pour ces élèves. Les logiques sur lesquelles l'évaluation institutionnelle est construite doivent être examinées au même titre que celles des dispositifs d'aide. Une césure de plus en plus importante entre l'évaluation des difficultés et l'intervention s'observe. Cette césure calque en quelque sorte un modèle médical à deux volets : la symptomatologie et le traitement dont nous avons déjà fait écho (Lenoble, 2003). Ce modèle est de plus en plus relayé par la diffusion des travaux de la neuropsychologie dans le champ de l'éducation et plus particulièrement ceux qui traitent des « troubles spécifiques de l'apprentissage ». Cependant, il nous faut réfléchir à la dimension interprétative de l'évaluation pour l'inscrire dans une perspective didactique. Il serait utile, par exemple, d'envisager une évaluation qui privilégie une analyse croisée des productions d'un élève à différentes tâches plutôt qu'une évaluation par tâche telle que proposée dans les épreuves standardisées. Une telle évaluation permettrait, par exemple, de caractériser les liens entre les connaissances utilisées par les élèves et les caractéristiques des situations.

La didactique des mathématiques dispose actuellement de résultats qui légitiment son approche sur la problématique des difficultés d'apprentissage. Ces résultats doivent stimuler la recherche pour d'une part, mieux comprendre le fonctionnement des connaissances en situation dans le cadre de l'adaptation scolaire et, d'autre part, faire progresser les instruments théoriques et méthodologiques propres à la didactique. Par leur posture épistémologique, les didacticiens doivent poursuivre l'investigation du terrain de l'adaptation scolaire pour interpréter didactiquement les dysfonctionnements du système scolaire dont les premières victimes sont les élèves mais également leurs enseignants.

Nous pouvons, au final, préciser notre posture éthique en disant que les recherches doivent être utiles à ceux qui ont la responsabilité politique de reproduire ses formes de solidarité. Mais depuis 50 ans, malgré des résultats importants en didactique des mathématiques et ailleurs, les progrès sont bien minces au regard de l'égalité en éducation. Aussi, restons nous modeste sur les pistes évoquées mais ferme sur la pertinence de leur contribution à une

réflexion ou un débat sur l'enseignement des mathématiques dans le champ de l'adaptation scolaire. Ainsi, on peut penser qu'une des responsabilités des chercheurs pourrait être de tenter de clarifier et d'alimenter à l'aune des travaux de recherche le débat politique en mettant à jour les faux problèmes. Telle est ici la position que nous avons tenté de tenir entre didactique, éthique et politique.

RÉFÉRENCES

- Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9 (3), 281-308.
- Bloch I., Salin M.H. (2004). Contrats, milieux, représentations : étude des particularités de l'AIS. *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques*. Paris : Université Paris 7, 171-186.
- Blouin, P. (1993). Enseignement de la notion de fraction à des élèves de 1^{re} secondaire en difficulté d'apprentissage. Thèse de doctorat. Université de Montréal.
- Bourdieu, P. (1984). *Questions de sociologie*, Paris : Les éditions de Minuit.
- Bourdieu, P. (2002). Intervention, 1961-2001, *Science sociale et action politique*. Marseille : Agone.
- Bourdieu P., Passeron J.-C. (1985). *Les héritiers : les étudiants et la culture*. Paris : Les Editions de Minuit.
- Brousseau, G. (1980). Les échecs électifs en mathématiques. *Revue de Laryngologie otologie rhinologie*, 101 (3-4). 107-131.
- Brousseau, G. (1995). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques in R.Noirfalise, M.-J. Perrin-Glorian (eds). *Actes de la VIII ème École d'été de didactique des mathématiques*. (pp. 3-46). Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrant.
- Brousseau, G. (1998). La théorie des situations didactiques, textes rassemblés par N. Balacheff, M. Cooper, R. Sutherland et V. Warfield. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Brousseau G. et Warfield, V. (2009). Monographie d'un enfant en difficultés : l'enfant Gaël. Version française d'origine et commentée de l'article de Guy Brousseau et Virginia Warfield (1999), The case of Gaël, *Journal of Mathematical Behavior*, 18 (1), 1-46. <http://guy-brousseau.com/1201/le-cas-de-gael-2009/>
- Brousseau, G. & Centeno. J. 1991. Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11 (2.3), 167-210.
- Brun, J. (1996). Évolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques in J. Brun (Éd), *Didactique des mathématiques*. Éditions Delachaux et Niestlé.
- Cherel, C. (2005). Deux élèves en difficulté s'intègrent à une classe ordinaire le temps... des mathématiques. Éditions Bande didactique, Montréal.
- Conne, F (1992). Savoir et connaissance dans la perspective dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 12 (2), 221-270.
- Conne, F (1999). Faire des maths, faire faire des maths, et regarder ce que ça donne. In G. Lemoyne et F. Conne (Éds.), *Le cognitif en didactique des mathématiques* (pp. 31-69). Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal.
- Conne, F. (2003). Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées. *Éducation et francophonie*, XXXI,(2). <http://www.acelf.ca/revue/>
- Conne F, Favre J.-M. & Giroux J., (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage des mathématiques : le cas des interactions de connaissance dans l'enseignement spécialisé In P.-A. Doudin P.-A. & L. Lafortune (éds), *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers* (pp. 118-151). Montréal : Presses de l'Université du Québec.
- DeBlois, L. (2006). Influence des interprétations des productions des élèves sur les stratégies d'intervention en classe de mathématiques. *Educational Studies in Mathematics*, 62 (3), 307-329.
- Del Notaro, L. et Floris, R. (2005). L'utilisation de la calculatrice à l'école élémentaire : une nouvelle approche didactique pour l'enseignement de la numération. *Math-École*, 215, pp. 4-18.
- Draz, A. (2011). *Bourdieu et la démocratisation de l'éducation*. Paris : Presses universitaires de France.
- Even, R. . Tirosh, D. (2008). Teacher knowledge and understanding of students' mathematical Learning and thinking. In L.D. English (Ed.), *Handbook International Research in Mathematics Education* (pp. 202-222). New-York : Éditions Routledge.
- Everaert-Desmedt, N. (1990). *Le processus interprétatif*. Liège : Pierre Mardaga.
- Favre, J.-M. (1997). L'échec, le temps, la multiplication : étude des effets de deux contraintes didactiques sur l'enseignement et l'apprentissage de la multiplication dans une classe spécialisée, par comparaison avec l'enseignement et l'apprentissage de la même opération dans une classe primaire. Mémoire de licence. Université de Genève.
- Esmenjaud-Genestoux F (2000). Fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques. Thèse de doctorat. Université de Bordeaux I.
- Fisher, J.P. (2009). Six questions ou propositions pour cerner la notion de dyscalculie développementale. *Approche neuropsychologique des apprentissages chez l'enfant*, 21 (102), 117-133.
- Giroux, J. , René de Cotret, S. (2001). Le temps didactique en classe de doubleurs. L'éducation au tournant du nouveau millénaire, in G. Lemoyne & C. Lessard (Éds). *Actes de l'AFDEC*, Montréal : Université de Montréal. Montréal : juin 1999. p. 41-72
- Giroux, J. (2004). Échanges langagiers et interactions de connaissances dans l'enseignement des mathématiques en classe d'adaptation scolaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 30, 2, 303-328.
- Giroux, J., Ste-Marie, A. (2007). Maillage de situations didactiques dans des classes d'adaptation scolaire In J. Giroux & D. Gauthier, (Éds). *L'enseignement et l'apprentissage des mathématiques* (pp. 35-63). Montréal : Éditions Bande didactique.
- Giroux, J. (2008). Conduites atypiques d'élèves du primaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28 (1), 9-62.
- Giroux, J. (2010). Pour une différenciation de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage en mathématiques

- in L. Theis & V. Freiman (Éds), *Actes du colloque du Groupe de didacticiens des mathématiques* (pp. 148-158). Moncton, mai 2010.
- Kroesbergen and Van Luit (2003). Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs : A Meta-Analysis. *Remedial and Special Education*, 24, 97, 97-115.
- Larcher et Chomat (1998). Médiation dans les situations d'entretiens in A. Dumas-Carré et A. Weil-Barais (éds), *Tutelle et médiation dans l'éducation scientifique* (pp. 177-209). Berne : Peter Lang.
- Lemoyne, Giroux, René de Cotret & Brouillet (2005). In M.H. Salin, P. Clanché & B. Sarrazy (Eds), *Sur la théorie des situations didactiques*, (pp. 279-296). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Lemoyne, G., Lessard, G. (2003). Les rencontres singulières entre les élèves présentant des difficultés d'apprentissage en mathématiques et leurs enseignants, *Éducation et francophonie*, 31, 2. <http://www.acelf.ca/c/revue/revuehtml/31-2/01-lemoyne.html>.
- Lenoble, E. (2003). Dys... Qu'est-ce que cette famille qui n'est pas fichue de compter jusqu'à dix In J. Berges, M. Berges-Bouines & S. Calmettes-Jean (Éds), *Que nous apprennent les enfants qui n'apprennent pas*, (pp. 35-57). Paris : Éditions Eres.
- Mary, C. (2003). Interventions orthopédagogiques sous l'angle du contrat didactique, *Éducation et francophonie*, XXXI, 2, 103-124.
- Mc Dermott & Varenne (1995). Culture as Disability. *Anthropology and Education Quarterly*, 26, 323-348.
- Ministère de l'éducation du Québec (MEQ) 2000. *Une école adaptée à tous ses élèves, Politique de l'adaptation scolaire* (19-6509, 19-6509-A). Gouvernement du Québec. Québec : Bibliothèque nationale du Québec.
- Ministère de l'éducation, des loisirs et du sport (2003). *Les difficultés d'apprentissage à l'école. Cadre de référence pour soutenir l'intervention*. Gouvernement du Québec (03-00166). Québec : Bibliothèque nationale du Québec.
- Morand, B. (2004). Logique de la conception. Figures de sémiotique générale d'après Charles S. Peirce. Paris : Éditions l'Harmattan.
- Peirce, C.S. (1978), *Écrits sur le signe*. Textes rassemblés, traduits et commentés par G. Deladalle. Paris : Éditions du Seuil.
- Peltier-Barbier, M. L (2004). (Ed) *Dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Perrin-Glorian, M-J. 1993. Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherches en didactique des mathématiques*, 13 (1.2), 5-118.
- Roiné, C. (2009). Effets de cécité didactique des discours noosphériques dans les pratiques d'enseignement en S.E.G.P.A. Une contribution à la question des inégalités scolaires. Thèse de doctorat inédite. Bordeaux : Université Victor-Segalen.
- Salin, M.-H. (2007). À la recherche de milieux adaptés à l'enseignement des mathématiques pour des élèves en grande difficulté scolaire (p. 195-217). In J. Giroux & D.Gauthier (éds) *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*. Éditions Bande didactique, Montréal.
- Sarrazy, B. (2002a). Pratiques d'éducation familiale et sensibilité au contrat didactique dans l'enseignement des mathématiques chez des élèves de 9-10 ans. *Revue Internationale de l'Éducation Familiale*, 6, 1, 103-130.
- Sarrazy B. (2002b). Approche anthropo-didactique des phénomènes d'enseignement des mathématiques : Contribution à l'étude des inégalités scolaires à l'école élémentaire. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches. Université de Bordeaux 2.
- Toullec-Théry, M. (2006). Aider les élèves « peu performants » en mathématiques à l'école primaire : quelles actions des professeurs ? Étude in situ de professeurs des écoles de classes ordinaires et de maîtres spécialisés à dominante pédagogique. Thèse de doctorat, Université de Rennes 2.