Étude comparée de deux pratiques enseignantes lors d'une séquence de résolution d'un problème de modélisation

*A comparative study of two teaching practices during a sequence of modeling
problem solving*

Rober Adjage et Marc Weisser

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/educationdidactique/1806>

DOI : 10.4000/educationdidactique.1806

ISSN : 2111-4838

Éditeur

Presses universitaires de Rennes

Édition imprimée

Date de publication : 31 décembre 2013

Pagination : 55-78

ISBN : 978-2-7535-3327-1

ISSN : 1956-3485

Référence électronique

Rober Adjage et Marc Weisser, « Étude comparée de deux pratiques enseignantes lors d'une séquence de résolution d'un problème de modélisation », *Éducation et didactique* [En ligne], 7-3 | 2013, mis en ligne le 31 décembre 2015, consulté le 08 janvier 2020. URL : <http://journals.openedition.org/educationdidactique/1806> ; DOI : 10.4000/educationdidactique.1806

ÉTUDE COMPARÉE DE DEUX PRATIQUES ENSEIGNANTES LORS D'UNE SÉQUENCE DE RÉOLUTION D'UN PROBLÈME DE MODÉLISATION

Rober Adjage, *Laboratoire Interuniversitaire des Sciences de l'Éducation et de la Communication, IUFM
d'Alsace, université de Strasbourg*

Marc Weisser, *Laboratoire Interuniversitaire des Sciences de l'Éducation et de la Communication, université de
Haute-Alsace*

Nous comparons dans ce texte deux enseignants « ordinaires » dans leur gestion d'une séquence de résolution d'un problème de modélisation fourni par les chercheurs engagés dans cette étude. Deux cadres théoriques sont mobilisés pour analyser ces enseignements : le premier (Duval, 1998) permet de rendre compte de la manière dont chaque enseignant amène ses élèves à dépasser une première approche phénoménologique avant d'envisager le problème sous un angle scientifique ; le deuxième permet d'interroger l'action didactique du professeur au sens de Sensevy, Mercier, & Schubauer-Leoni (2000, p. 265-272). À l'issue de cette étude, deux variables majeures nous semblent déterminantes pour caractériser et distinguer les enseignements au cours de cette séquence spécifique : la différenciation du statut épistémique des propositions-élève ; l'organisation de ces propositions.

Mots-clés : enseignement en mathématiques, résolution de problème, modélisation, école primaire.

A comparative study of two teaching practices during a sequence of modeling problem solving

In this paper, we compare two "ordinary" teachers conducting a solving modelling problem sequence. This problem is provided by the involved researchers. Two frameworks are mobilised for analyzing the teaching : The first one (Duval, 1998) allows us to give account of how each teacher leads his students to overcome a first phenomenological approach for adopting a real scientific standpoint ; the second one allows questioning the didactical action of the teacher in the sense of Sensevy, Mercier, & Schubauer-Leoni (2000, p. 265-272). Our findings show that two major variables are relevant for characterising and distinguishing the observed teachings : differentiating the epistemic status of students' proposals ; organising these proposals.

Keywords: mathematics teaching, problem solving, modelling, primary school.

INTRODUCTION

Ce texte est le quatrième article¹ publié par des membres du groupe ACODIS² concernant une recherche collective dont la partie expérimentale a été menée en 2009-2010. Cette recherche a pour projet de déterminer, à propos d'une même séquence de résolution d'un problème de modélisation³, certaines variables liées à l'enseignement susceptibles d'avoir un impact sur les acquisitions des élèves. Elle implique six enseignants de CM2, chacun concevant son scénario didactique et le mettant en œuvre. Un nombre limité de contraintes ont cependant été imposées, telles des productions écrites des élèves qui ont pour fonction de laisser une trace de leur évolution sur le plan des connaissances et des savoirs en jeu (Brousseau, 1990, p. 316-318 ; 2007) ainsi que sur celui des méthodes de résolution du problème. Il n'est donc pas question ici d'ingénierie didactique mais de l'observation de classes « ordinaires », au sens de Margolinas (2005, p. 350), dont les professeurs et les élèves sont confrontés à un problème peu ordinaire. Signalons enfin que cette recherche fait suite à une véritable ingénierie didactique au sens d'Artigue (1988), développée en 2007-2008 par le même groupe ACODIS2, appuyée sur le même problème du géant, suite à laquelle nous avons pu vérifier que les notions de modèle et de modélisation sont didactiquement pertinentes à ce stade de la scolarité : effets repérables sur la déconstruction et la réorganisation de savoirs des élèves et de l'enseignant (Adjage & Cabassut, 2008) ; (Rauscher, Adjage, & Beliaeva, 2009) ; (Adjage & Rauscher, 2013).

D'autres articles se référant à tout ou partie du corpus 2009-2010 ont été déjà publiés ou sont en passe de l'être. Ils interrogent la Théorie Anthropologique du Didactique à propos de l'équipement praxéologique⁴ de tous les professeurs impliqués (Wozniak, 2012), ou la problématisation d'Orange (2005) à partir des pratiques observées dans une des classes (Wozniak, à paraître), ou encore les tensions entre le dispositif pédagogique conçu *a priori* par l'enseignant et la situation qui est effectivement vécue lors de sa mise en œuvre (Weisser, 2012). Dans cet article, nous restreignons le projet global à la comparaison de deux des six enseignements observés, le repérage de variables pouvant impacter l'apprentissage restant en ligne de mire, mais n'étant pas abordé ici. Nous avons fait le choix de limiter le corpus à deux classes afin d'of-

frir une meilleure visibilité, et donc une meilleure séparation des faits observés. Chaque enseignant est observé en « Position P2 » selon Brousseau (1990, p. 319), c'est-à-dire dans la position du « professeur enseignant [qui] agit sur ou qui observe [sa classe] ». Sa pratique est mise en regard de la spécificité de la tâche, de l'activité des élèves au sens de Robert (2008, p. 24) soit « ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche », et, dans une moindre mesure, de l'analyse mathématique et épistémologique du problème du géant qu'il a menée. Pour résumer, nous dirons avec Robert (2008, p. 60) que, pour cette étude exploratoire, la majeure partie de « nos observables sont les activités [essentiellement orales]⁵ des élèves [et des enseignants] telles que l'enseignant les organise, avec une lecture orientée ici vers la reconstitution des choix [délibérés ou pas] de l'enseignant ».

La séquence observée est fortement déstabilisante pour les élèves – et le professeur – car ceux-ci doivent mobiliser des connaissances anciennes, dans un contexte qui ne leur est pas transparent, en les pliant et les adaptant aux contraintes de la situation, tout en se dotant d'une méthodologie inédite. La question majeure est donc de savoir comment chaque professeur accompagne l'évolution du rapport des élèves à ce problème bien particulier et fait fonctionner savoirs et connaissances en jeu. Ceci explique le premier cadre théorique que nous mobilisons. Développé par Duval (1998, p. 168-173), ce cadre amène à considérer trois points de vue possibles dans l'analyse de la connaissance : « L'activité de connaissance consiste dans le rapport d'un sujet à un objet » (*ibid.*, p. 168) ; ce rapport est analysé différemment selon qu'on adopte un point de vue scientifique, cognitif ou phénoménologique. Caractériser un enseignement à partir de ce cadre revient donc à examiner la dynamique mise en place par le maître entre ces trois points de vue.

Le deuxième cadre théorique que nous mobilisons pour caractériser et comparer ces deux enseignements concerne l'action didactique du professeur au sens de Sensevy, Mercier, & Schubauer-Leoni (2000, p. 265-272), notamment à travers leur gestion des trois genèses (Mercier, Schubauer-Leoni, & Sensevy 2002). En amenant une focalisation de l'attention sur des problématiques de conduite de classe par les enseignants observés, ce deuxième cadre théorique introduit dans notre analyse une plus grande généricité.

LA SÉQUENCE DE RÉOLUTION DU PROBLÈME DU GÉANT : TÂCHE ET OBJECTIFS

Le problème du géant présente les spécificités suivantes⁶ : « Aucun nombre n'est fourni dans l'énoncé, résoudre le problème nécessite de faire des hypothèses (stature d'un homme, taille du pied d'un homme, proportions du géant, etc.), le problème est ouvert (la réponse dépend des hypothèses et des mesures éventuellement prises sur la photo), personne ne connaît la « bonne » réponse, ni les élèves, ni le maître, ni les chercheurs, la réponse ne peut être fournie qu'au moyen d'une estimation, par exemple sous la forme d'une fourchette » (Rauscher, Adjage, & Beliaeva, 2009). La résolution de ce problème passe par une démarche de modélisation. Nous avons développé ce que nous entendons par modélisation dans un autre article (Adjage & Rauscher, 2013) et nous n'y reviendrons pas ici dans les détails. Contentons-nous de dire que, pour être résolu, ce problème amène à construire un modèle des proportions du corps humain qui autorise à substituer au corps du géant (le système à traiter) celui d'un humain quelconque (le modèle) pour calculer la stature du premier. Nous détaillerons comment peut fonctionner cette substitution dans la section suivante, en précisant les hypothèses, notamment de proportionnalité, que cela implique. Notre ingénierie du géant, réalisée en CM2 en 2007-2008 (*ibid.*), nous a révélé que ce problème déstabilisant accentuait certaines options didactiques et pédagogiques et par

conséquent pouvait augmenter la visibilité des différences d'un professeur à un autre.

Quatre stratégies pour résoudre le problème du géant

Examinons quatre grands types de stratégies mobilisées par le public très varié comprenant des formateurs IUFM, des professeurs de mathématiques et des écoles, stagiaires ou titulaires, des élèves de cycle 3, des collégiens, des citoyens « lambda »... auquel nous soumettons ce problème depuis quatre ans. Pour une meilleure compréhension, nous donnons en annexe 1 des exemples de solutions effectives basées sur les stratégies 1 et 2, les seules utiles pour la compréhension de cet article.

Stratégie 1 : 1. Recherche de la stature réelle d'un homme discutant à côté du géant (ou de tout autre objet de la photo dont on peut estimer la taille). 2. La tentative de mesurer le géant avec cet étalon-homme se heurte à l'invisibilité de la partie supérieure du géant 3. Prise de conscience que : stature homme $\approx$ mi-mollet du géant (issue par exemple de la tentative précédente). 4. Hypothèse sur la similitude (au sens mathématique) homme/géant. 5. Choix de prendre en compte le rapport **interne** de deux segments (Ex. stature/mi-mollet :). 6. Calcul de ce rapport sur un individu tiers disponible (homme-photo, camarade, soi-même...) modélisant le géant. 7. Application de ce rapport à la stature réelle d'un homme de la photo.

Figure 1 : on modélise le corps du géant par celui d'un individu tiers pour calculer le rapport interne stature/mi-mollet

Stratégie 2 : 1. Hypothèse sur la similitude (au sens mathématique) homme/géant. 2. Choix de prendre en compte le rapport **externe** de deux segments homologues (ex. semelle géant/semelle homme). 3. Calcul de ce rapport par des mesures sur la photo (ex. mesure des semelles). 4. Application de ce rapport à la stature réelle d'un homme : autant de fois le pied du géant est plus grand que celui de l'homme, autant de fois le géant est plus grand que l'homme (on notera que l'ordre d'apparition de certains items de raisonnement est différent lorsqu'on passe de la stratégie 1 à la stratégie 2).

Figure 2 : Calcul du rapport de similitude homme/géant à partir du rapport de deux segments homologues (les semelles)

Stratégie 3 : 1. Hypothèse sur la similitude homme/géant. 2. Choix de prendre en compte le rapport **interne** de deux segments (ex. stature/semelle). 3. Calcul de ce rapport par des mesures sur l'homme de la photo. 4. Conservation de ce rapport en passant de l'homme au géant. 5. Prise de conscience que : stature-photo de l'homme-photo $\approx$ semelle-photo du géant-photo. 6. Application du rapport calculé au point 3. à la stature réelle de l'homme.

Figure 3 : Calcul d'un rapport interne (stature/semelle) conservé par la similitude homme/géant

Stratégie 0 (ainsi numérotée car souvent utilisée par les élèves lors de l'écrit initial, avant toute intervention enseignante). 1. Reconstitution du corps du géant par segmentation de celui-ci (Ex. deux mi-mollets jusqu'au genou, deux genoux pour faire une jambe, deux jambes pour le corps entier, donc 8 mi-mollets en tout pour la stature). 2. Recherche d'un point d'appui réel (stature réelle d'un homme discutant à côté du géant). 3. Prise de conscience que : stature homme $\approx$ mi-mollet du géant (associée peut-être à la recherche précédente). 4. La stature du géant vaut 8 fois son mi-mollet donc 8 fois la stature réelle d'un homme.

Remarque : Les approximations de la stratégie 0 sont grossières. Celle-ci se distingue de la stratégie 1 en ce qu'elle évite le moment critique où l'élève est amené à faire des mesures sur un corps tiers disponible (le sien, celui d'un camarade...) pour obtenir de l'information sur celui du géant : « autant de fois je peux reporter mon mi-mollet dans mon propre corps, autant de fois on peut reporter le mi-mollet du géant dans le corps de ce dernier ». La stratégie 0 ne demande pas de modéliser le corps du géant par celui d'un humain quelconque. Une simple intériorisation du schéma corporel suffit.

Adaptations attendues des élèves lors du processus de résolution

La résolution de ce problème fort complexe par des élèves de 11-12 ans demande des adaptations sérieuses de connaissances que nous avons analysées en termes de décisions, de renoncements et de constructions (Adjage & Rauscher, 2013). La toute première décision devrait être de prendre en compte non un géant imaginaire (« C'est grand, un géant, au moins grand comme un immeuble ! ») mais le géant de la photo dans l'environnement informatif de celle-ci, ce qui rend possible la dévolution de la situation. La deuxième décision pourrait être d'estimer les valeurs numériques de certaines longueurs de la photo (par mesurage) ou du monde réel qu'elle représente (par exemple en recherchant sur Internet la stature moyenne d'un adulte anglais...). Il est alors possible pour un élève d'envisager la relation entre ces décisions et le résultat attendu et de « prendre à sa charge des anticipations qui excluent toute intervention occulte » (Brousseau, 1986, p. 54). L'ordre d'apparition des items du raisonnement qui peut à présent se développer est susceptible de varier d'un élève à l'autre car il dépend de traitements perceptifs eux-mêmes orientés par le référentiel de connaissances de chacun dans leur espace de travail personnel⁷ (Kuzniak, 2010, p. 79-80) : prise en compte d'éléments de la photo, d'éléments du réel auquel elle renvoie ainsi que de toutes les mises en relation possibles entre ces éléments. On peut néanmoins s'attendre à un premier renoncement, celui de mesurer directement le géant sur la photo puisqu'une partie de celui-ci est cachée. D'où la nécessité de procéder indirectement, en passant par un individu tiers (homme-photo, un de ses camarades de classe...) pour déduire des résultats sur le corps du géant. Ce détour par un individu tiers oblige à considérer deux types d'information : des dimensions absolues (stature d'un adulte) d'une part, des rapports (par exemple entre deux segments du corps, entre un homme-photo et le géant, entre un homme-photo et un homme réel) d'autre part. Il s'agira donc de renoncer à fournir tout de suite un résultat absolu (le géant mesure tant de mètres) pour lui substituer dans un premier temps un résultat relatif (le géant mesure 6 fois la taille d'un homme) avant de pouvoir conclure. La prise en compte de rapports, et de leur invariance modulo les différents changements d'échelle nécessaires, est un obstacle difficile

à négocier car il nécessite des (re)constructions qui peuvent heurter : on peut être un géant et avoir les mêmes proportions qu'un élève ; un homme-photo et un homme réel ont les mêmes proportions.

En résumé, la tâche passe par la mobilisation d'un référent, *i.e.* d'un élément de la photo dont on connaît la taille réelle, puis impose d'utiliser ensuite ce référent

- soit pour étalonner le géant : combien de fois l'homme-photo rentre dans le géant ? rapport qui ne peut s'obtenir qu'en modélisant le géant par un corps humain (stratégie 1) ;
- soit comme modèle réduit du géant (stratégies 2 ou 3).

La tâche se complique encore par la gestion des incertitudes que ce problème engendre : incertitude sur la stature du géant qui, dépendant d'hypothèses et de mesurages, ne peut s'exprimer que par un nombre variant dans un intervalle ; incertitude sur la validité des deux hypothèses nécessaires pour résoudre ce problème :

- l'universalité des proportions du corps humain (humain incluant géant...), hypothèse abusive mais raisonnable, puisque le rapport stature / mi-mollet par exemple varie en général entre 6 et 7 ;
- la légitimité de substituer à la taille réelle et inconnue d'un homme-photo celle de la taille moyenne d'un adulte anglais.

Les différents aspects de la tâche évoqués ci-dessus pourront être autant de points de repère pour caractériser l'activité des enseignants : comment s'y prendront-ils pour les faire émerger, les valoriser, les relier voire les opposer à des représentations anciennes et parfois erronées, aider à les rendre opératoires et à les organiser dans une démarche cohérente ?

Les objectifs de la séquence

Cette séquence vise plus des apprentissages méthodologiques que notionnels. Elle n'est notamment pas destinée à introduire la proportionnalité mais à l'utiliser dans un contexte où sa pertinence n'est pas immédiate, où la légitimité de sa mobilisation doit être discutée mais où son efficacité est patente. Bien entendu, des maîtres qui ont accepté de participer à notre projet ont saisi l'occasion, fournie par ce problème, d'apporter à leurs élèves des complé-

ments d'information sur la proportionnalité : critères de reconnaissance d'un problème relevant de cette notion, mise en relation avec d'autres problèmes de proportionnalité déjà rencontrés, rappel de certaines règles. Mais l'objectif principal était d'équiper les élèves d'une première méthodologie de la modélisation : analyse de l'énoncé en termes d'information (ce que l'énoncé dit et ne dit pas), constitution du recueil de données numériques pertinentes, mises en relation de ces données, recours à des modèles (substituer au corps du géant celui d'un humain, enfant ou adulte ; utiliser le modèle de la proportionnalité pour postuler puis exploiter la conservation de certains rapport dans cette substitution), discussion sur la légitimité du ou des modèles retenus et des résultats obtenus.

CONSTITUTION DU CORPUS

Les deux classes choisies pour cette étude « locale » sont : « S », un CM2 homogène de 22 élèves de milieu populaire urbain au centre de l'Alsace ; « O », un CM2 homogène de 26 élèves d'un village situé à une vingtaine de km au nord-ouest de Strasbourg. Elles ont été retenues avant tout parce que les enseignants qui y exercent ont utilisé la même procédure personnelle de résolution du problème du géant (stratégie 2) et que, malgré cela, leurs dispositifs, tels qu'ils apparaissent dans leurs fiches de préparation et tels qu'observés lors de la mise en œuvre, sont très différents. Les ressources que nous avons exploitées sont de cinq ordres :

- écrits de préparation de la séquence de chacun des enseignants impliqués ;
- pré-questionnaire renseigné par chaque enseignant avant la séquence, lui demandant notamment de résoudre lui-même le problème, puis de donner son avis sur l'épistémologie, l'opportunité et l'impact supposé sur ses élèves d'un tel problème ;
- observation directe de la classe pendant la mise en œuvre, avec enregistrements vidéo et audio des séances et retranscriptions écrites intégrales ;
- post-questionnaire renseigné par chaque enseignant après la séquence, l'interrogeant sur les surprises et difficultés rencontrées lors de la mise en œuvre et sur l'évolution de son avis concernant l'épistémologie, l'opportunité et l'impact sur ses élèves et sur lui-même d'un tel problème ;

- interview des enseignants après la mise en œuvre pour préciser certains points épistémologiques et didactiques.

PRÉSENTATION DES DEUX CADRES THÉORIQUES RETENUS

Les trois points de vue dans l'analyse de la connaissance (Duval, 1998)

Le point de vue scientifique est centré sur les objets de la connaissance. Il analyse le rapport sujet-objet à travers les démarches que le premier entreprend pour étudier le dernier et le mettre en relation avec d'autres objets. Ces démarches reposent sur la médiation externe d'instruments – par exemple de mesure – et/ou de systèmes de représentations sémiotiques – par exemple les écritures fractionnaires ou décimales au niveau de l'école qui nous intéresse ici (Adjage, 2001). Le point de vue scientifique examine la validité des traitements à partir d'un système de règles bien circonscrit et leur pertinence à partir des données et des hypothèses. Les traitements valides y sont soit de nature instrumentale (ex. mesurer sur la photo la botte du géant), soit de nature sémiotique (ex. effectuer une division pour calculer le rapport entre deux nombres mesurants). Dans le cas du problème du géant, le point de vue scientifique est celui que nous avons privilégié dans la section : Quatre stratégies pour résoudre le problème du géant.

Le point de vue cognitif est centré sur l'architecture fonctionnelle du sujet, soit « les structures et organisations internes permettant à un sujet d'effectuer les opérations nécessaires pour ce fonctionnement » (Duval, 1998, p. 170). Ce point de vue permet d'analyser le rapport sujet-objet à travers le type de fonctionnement requis pour que le premier puisse accéder au dernier.

On voit donc l'importance du déplacement effectué lorsqu'on passe du point de vue scientifique au point de vue cognitif. L'activité de connaissance n'est plus analysée par rapport à la validité des méthodes et des démarches... mais par rapport aux capacités du sujet pour effectuer les opérations sémiotiques ou instrumentales requises (*Ibid.*, p. 172).

L'approche phénoménologique enfin est centrée sur la conscience que le sujet a de quelque objet que ce soit. Elle analyse le rapport sujet-objet à travers l'appréhension immédiate (la conscience) que le premier a du deuxième. Dans ce rapport, les objets que le sujet traite ne réfèrent pas à d'autres objets : ce sont des traces et pas des représentations.

Et cela se traduit, pour le sujet, par un coût nul à la fois en temps et en démarches à accomplir... D'un point de vue phénoménologique, le sujet est une réalité simple et homogène, un centre de fonctionnement inanalysable, ce qui l'oppose au point de vue cognitif, où le sujet est un ensemble de systèmes hétérogènes dont la coordination résulte d'un long apprentissage (*Ibid.*, p. 173).

Dans notre analyse du problème du géant, nous avons privilégié les points de vue phénoménologique et surtout cognitif dans la section : Adaptations attendues des élèves lors du processus de résolution.

Toute activité scientifique est complexe et la minimisation de son coût demande de disposer d'un maximum d'objets d'appréhension immédiate parmi lesquels on pourra s'ancrer pour développer traitements et contrôles qui eux exigent du temps, de l'attention et des efforts. Dit brièvement, la composante scientifique d'un sujet donné a besoin de s'appuyer sur ses composantes phénoménologiques et bien sûr cognitives (Duval, 1998, p. 181-183).

Les trois genèses comme modèle de l'action didactique du professeur (Mercier, Schubauer-Leoni, & Sensevy, 2002)

Le deuxième cadre retenu fait appel à certains des concepts développés par la didactique comparée. Soulignons pour commencer qu'apprendre / faire apprendre sous-entendent une succession d'actions qui s'apparente à une genèse : dans l'espace-temps didactique, dont l'évolution est prise en charge par la topogenèse et la chronogenèse, s'inscrit la construction des objets de savoir, décrite par la mésogenèse.

Cette dernière témoigne ainsi de la négociation qui s'instaure à propos du sens des objets qui meublent le milieu pour apprendre. Et ce, selon trois directions repérables dans tout processus argumentatif (Moeschler & Reboul 1994, p. 64) : leur catégorisation (données ? mesures ? relations ? ...) ;

leur actualité (sensibles ? obsolètes ?...) ; le degré de confiance qu'on leur accorde (certitude ? hypothèse ? doute ?...). Dans tous les cas, si l'enseignant est responsable de l'état initial de la mésogenèse, qu'il conçoit au moment de sa préparation, son évolution est ensuite cogérée par les protagonistes de la relation didactique, jusqu'à ce que les élèves gagnent leur jeu contre un milieu initialement antagoniste (Brousseau, 1990, p. 320), par le truchement justement du nouveau savoir acquis.

La chronogenèse s'intéresse à la dimension temporelle de la circulation du savoir, elle recense la succession des phases d'une séquence d'enseignement, pour rendre compte de la scansion du temps didactique. Ce temps peut être dilaté (le traitement d'un objet peut être ralenti / accéléré par rapport à celui d'un autre de même statut, dans le cas par exemple de l'examen successif de deux mesures, dont la seconde retiendra l'attention moins longtemps), répété (reprise des mêmes objets en des temps distincts), inversé (anticipation / flash-back), en fonction des interactions maître – élèves.

Ces échanges, cette négociation sur la signification (disciplinaire) de la situation scolaire vécue ensemble mènent donc les acteurs à occuper alternativement des positions topogénétiques de proposant, d'opposant, voire de simple récepteur. La mise en jeu du savoir conduit à reconnaître aux uns et aux autres un statut de responsables de cette élaboration conjointe.

Quel est dans ce cadre le rôle de l'enseignant ? Va-t-il s'en tenir à une stricte neutralité ? Va-t-il, au contraire, jouer de sa technicité pour parvenir à ses fins tout en réservant les positions stratégiques à ses élèves ? Comment va-t-il amener sa classe à exploiter au maximum les potentialités du « milieu pour apprendre » qu'il a imaginé ? Nous tâcherons de réunir quelques éléments de réponse à ces questions à travers notre analyse comparative des deux professeurs.

COMPARAISON DES DEUX ENSEIGNEMENTS

Nous analyserons chaque enseignement d'abord à partir du cadre théorique du rapport à la connaissance (Duval, 1998) puis à partir du cadre théorique de l'action didactique du professeur dans sa gestion de chacune des trois genèses (Mercier, Schubauer-Leoni, & Sensevy, 2002). Dans la première perspec-

tive, nous optons pour un traitement séparé des deux situations observées, afin d'en faire bien comprendre le déroulement et d'en dégager les particularités. Dans la seconde, le décor nous étant désormais devenu familier, nous retenons une comparaison directe, genèse par genèse.

Les écarts dans la manière d'amener les élèves à envisager le problème sous un angle scientifique

Lors d'une séquence de résolution de problème, le rôle attendu du professeur est d'amener ses élèves à envisager le problème sous un angle scientifique et donc à dépasser une première approche phénoménologique. Mais dans le même temps, le professeur vise à rendre disponible à la perception immédiate le maximum d'objets afin de diminuer les coûts de traitement. Qu'en est-il pour chacun des deux enseignants observés ?

CM2 en milieu urbain, « S »

Dans cette première classe, le mode de résolution personnel du problème par le professeur, tel que révélé par le pré-questionnaire, s'appuie sur la stratégie 2. Cette dernière se construit sur une approche formelle : faire l'hypothèse d'une relation de proportionnalité entre un des hommes et le géant. Cette hypothèse étant posée, calculer la stature du géant demande de disposer de deux informations : la stature de cet homme-référence puis le coefficient de proportionnalité. La première peut s'estimer par la taille moyenne d'un adulte en Angleterre, le deuxième peut se calculer comme le rapport d'un segment quelconque du géant au segment homologue de l'homme sur la photo. Ces deux segments peuvent se mesurer sur la photo. C'est donc la perception d'une relation entre la taille de l'homme et celle du géant, hypothèse relevant du niveau piagétien des opérations formelles, qui est à la base du processus de recherche empirique de mesures pertinentes.

Le professeur va-t-il se caler sur les étapes de cette démarche pour son montage didactique ou va-t-il s'en démarquer ? Si oui, quels sont les écarts, voire les mises à l'écart, et quel est l'intérêt didactique de ses choix ?

Appréhender le problème d'un point de vue scientifique demande que les élèves :

- perçoivent des objets pertinents à la résolution qui sont de deux ordres : mesures (d'un homme, de la semelle de la botte, d'une chaussure d'un homme – sur la photo, dans le réel ?...) et relations (passage d'un des hommes de la photo au géant par un agrandissement dont le coefficient est à déterminer ; rapport entre la taille d'un homme-photo et la semelle de la botte du géant) ;
- soient capables de planifier leur démarche en s'appuyant sur ces objets.

Le scénario et la mise en œuvre du professeur vont amener une majorité d'élèves à adopter sa stratégie de résolution, ce qui est perceptible dans leurs écrits finaux. Nous allons montrer que, pour atteindre ce but, il va tendre à élargir le champ de l'appréhension immédiate de ses élèves, d'un noyau d'objets physiques qui polarisent leur attention au départ et inhibent fortement les possibilités de résolution, aux objets pertinents à la résolution du problème. Il les amène ainsi à passer d'une approche phénoménologique à une approche scientifique. Sur le plan de l'organisation pédagogique, il alternera travaux en petits groupes, exercices de mobilisation de prérequis et mises en commun collectives, laissant à ses élèves le soin de mettre en mots leurs réflexions, se contentant d'aiguiller les débats.

L'enseignant a choisi de découper sa séquence en deux séances (une le matin, l'autre l'après-midi du même jour), soit deux incursions⁸ d'un peu plus d'une heure chacune. La première incursion se subdivise en cinq transactions⁹ :

- transaction 1.1 (00:00 à 8:40). Recherche individuelle d'idées de résolution : « ce que vous pensez du problème que vous commenciez à y réfléchir... peut-être que vous commenciez à écrire des choses, des calculs, des mesures... à la fin j'aimerais bien que vous me disiez... si vous avez déjà une idée de la réponse » ;
- transaction 1.2 (8:40 à 23:00). Phase collective de mise en commun : les élèves interrogés expliquent comment ils ont abordé ce problème, les types de difficultés rencontrées, des idées pour démarrer ;
- transaction 1.3 (23:00 à 30:00). Travail en groupe : « vous allez mettre tout ce qu'on sait quand même grâce à l'image même si on n'a pas l'énoncé comme d'habitude avec des mots » ;

- transaction 1.4 (30:00 à 41:00). Phase collective de mise en commun : « Alors, qu'est-ce que vous savez de plus ? » ;
- transaction 1.5 (41:00 à 68:00). Travail individuel sur des tâches annexes : « je vais vous donner des exercices qui vont peut-être vous aider à débloquer la situation », correction en commun.

La seconde incursion comporte quatre transactions :

- transaction 2.1 (00:00 à 5:30). Phase collective de mise en relation des informations extraites de la photo du géant et des tâches annexes ;
- transaction 2.2 (5:30 à 33:20). Travail en groupes : résolution du problème au brouillon ;
- transaction 2.3 (33:20 à 50:40). Phase collective de mise en commun au cours de laquelle le « modèle standard » de la classe – usage d'un tableau de proportionnalité – va être dégagé dans le respect de solutions alternatives ;
- transaction 2.4 (50:40 à 70:20). Phase individuelle pour l'écrit de résolution final.

Au cours des transactions 1.1 et 1.2, le maître organise la dévolution du problème au sens de Brousseau (1998, p. 62-63), d'une manière qui vise non pas encore à envisager des relations de causalité mais particulièrement à montrer que cet énoncé bien déroutant est malgré tout porteur de nombreuses informations. Il cherche à dépasser les obstacles apparents dus à ce qu'on n'a pas (E¹⁰ : « On ne peut pas résoudre ce problème... Pour savoir la taille du géant, il faut d'abord voir l'image en entier, voir comment il est [*le géant*] d'abord » ; « on n'a pas de mesure » ; « on n'a pas de nombre ») en attirant l'attention de tous les élèves sur ce qu'on a ou peut avoir à partir d'objets de la perception immédiate (M10 : « Ben on a quand même une photo, on a un texte en dessous, c'est des informations ça. Sinon on n'y arriverait pas, hein ? » ; « J'ai vu pas mal de gens prendre leur... prendre leur règle et commencer à mesurer les choses ») ou d'objets culturels (longue discussion sur la taille moyenne d'un homme adulte : la taille du père des élèves, la taille du maître...). Dans un premier temps, il ne s'attarde pas sur une proposition qui pourrait être très féconde sur le plan stratégique : E : « Moi je pense que pour commencer le problème il faut déjà commencer par savoir combien de fois le géant est plus grand [qu'un homme normal] »

M : « Bon tu as déjà... tu as déjà une idée, hein, qui va te permettre... peut être bien de résoudre ce problème ». Il fait en revanche rappeler le but du problème qu'il reformule, M : « Il s'agit pas de mesurer sur la photo, il s'agit de savoir combien il mesure en réalité ». En fin de transaction 1.2, il renchérit sur une déclaration d'élève qui engage une mise en relation stratégique (E : « Faudrait peut-être une échelle pour trouver la taille du géant » ; M : « Ça te fait penser à quel problème, ça ? » ; E : « Des problèmes de cartes »). Notons cependant que cette attention nouvelle accordée à la stratégie ne se fait pas à partir de l'explicitation d'une hypothèse de conservation des proportions, mais à partir de ressemblances de surface.

Nous en concluons que le professeur cherche à ancrer les élèves dans les éléments de l'énoncé (texte et photo) accessibles à la perception immédiate avant d'entrer dans les mises en relation. Il ne part pas du postulat de la conservation des proportions géant / homme pour organiser la prise d'information sur les mesures comme le voudrait une approche scientifique. C'est au contraire la possibilité d'avoir accès à certaines mesures et l'absence d'autres mesures qui amènent à la prise de conscience que le problème posé ressemble à un problème de proportionnalité (M : « Est-ce que vous avez en tête des problèmes qui ressemblent beaucoup à ce problème-là ? »). Ce que le maître a inscrit au tableau noir au long de la transaction 1.2 reflète bien sa démarche :

- Volet gauche :
« On ne voit qu'une partie du géant ; on ne sait pas la taille de l'homme. On n'a pas de mesure, de nombre, d'échelle.
Problèmes d'échelles, de cartes, de proportionnalité. »
- Volet central :
« Je cherche quelle est, à peu près, la taille réelle du géant. »

Cela va être confirmé par la consigne qui fait entrer dans la transaction 1.3, M : « Vous allez mettre tout ce qu'on sait quand même grâce à l'image même si on n'a pas l'énoncé comme d'habitude avec des mots ». Le maître encourage ses élèves à faire parler l'image en mettant de côté pour l'instant tout projet de résolution. Il ouvre la transaction 1.4 (mise en commun) par M : « Alors qu'est-ce que vous savez de plus ? Quelque chose qu'on ne savait pas au départ mais qu'on a pu découvrir ? ». La première réponse-élève est une... mise en relation, E : « 1 mètre 80

[stature supposée d'un homme réel] égal huit centimètres [stature mesurée d'un homme sur la photo] ». Le maître fait alors discuter l'origine, la légitimité et l'exactitude de chacune de ces deux mesures, mais ne travaille pas la mise en relation. Successivement, les élèves vont fournir ensuite : la mesure-photo de la botte (avec discussion sur le point de savoir si on doit considérer la semelle ou la partie montante, ou encore sur l'acceptabilité des arrondis), puis la mesure-photo de la semelle d'une des chaussures d'un homme. À ce stade, le tableau noir central s'est enrichi des éléments suivants : « taille approximative de l'humain moyen : 1,80 m, en réalité, 8 cm sur la photo ; la botte mesure 9 cm sur la photo ; la chaussure blanche mesure 1,2 cm sur la photo ; la chaussure noire mesure 1,2 cm sur la photo ».

Comment faire du lien entre ces diverses mesures pour résoudre le problème ? On remarquera tout d'abord que les données fournies par les élèves sont pertinentes et non redondantes. Les élèves ont donc procédé à des sélections. On peut faire l'hypothèse raisonnable que ces sélections ont été guidées par des mises en relation non explicitées. Ainsi, malgré

lution du problème et, bien sûr, une valeur unique ne s'est pas dégagée pour la stature du géant réel. La transaction s'ouvre par un débat sur les raisons de ces différences. Trois arguments remarquables de pertinence sont fournis successivement par trois élèves, en quelques secondes, sans intervention du maître sinon pour donner la parole : E1, « On n'a pas fait les mêmes calculs » ; E2, « On n'a pas les mêmes idées » ; E3, « On n'a pas les mêmes mesures ». Les objets de la perception immédiate sont devenus objets de méta-discussion, le processus scientifique semble bien engagé. Ceci est confirmé par ce que dit l'enseignant un peu plus tard, M : « Alors moi, j'ai vu beaucoup de gens, beaucoup, beaucoup, faire ceci [dessine une grande croix au tableau]. Et me dire, ah, mais c'est une règle de trois, ça va marcher. Mais après, on ne savait pas toujours ce qu'on voulait mettre dans le tableau, ce n'était pas facile. Alors... qu'est-ce qu'on a pu écrire dans le tableau ? » Bien sûr, il reste pour nombre d'élèves à bien disposer les mesures dans ce tableau, selon une organisation valide et pertinente. Ce que le maître va les aider à faire au tableau noir, en interaction avec la classe :

l'absence de visibilité accordée à ces dernières, des traces de leur prise en compte sont repérables dans les productions de la classe. Le statut des objets mis au tableau noir se modifie progressivement, d'objets appréhendés par des capteurs sensoriels à des objets scientifiques, mesurables et reliés. Les transactions qui suivent visent à renforcer cette évolution majeure.

La transaction 1.5 a pour objectif d'entrer dans le processus d'explicitation des mises en relation. Les tâches complémentaires qui y sont proposées (voir annexe 2) prennent en charge : la pertinence d'un rapport pour évaluer une hauteur ; la possibilité d'évaluer un rapport même si une partie de l'objet cible est cachée. La transaction 2.3 est le point d'orgue de cette mutation. Les élèves ont travaillé en groupes, lors de la transaction précédente, à la réso-

À ce stade, tous les objets en discussion, mesures et relations, sont numérisés. Ce qu'expriment le rapport en jeu, M : « La chaussure du géant est 7,5 fois plus grande que la chaussure des hommes », et sa conservation en passant à la ligne du bas, E : « On n'a qu'à multiplier 7,5 par la taille de l'homme et on va rejoindre le géant ». Les traitements ne sont plus perceptifs, mais passent par des opérations sur des représentations sémiotiques (écritures chiffrées). Le statut scientifique de ces objets est bien avancé, même s'il manque une explicitation totale de l'hypothèse de la conservation des proportions d'un homme quelconque à celles du géant, et surtout une discussion sur sa validité. C'est seulement par analogie avec les problèmes d'agrandissement proposés en tâche annexe que le recours au tableau de proportionnalité est justifié.

Notons que des solutions alternatives sont considérées et/ou acceptées : usage d'un rapport interne de la semelle de l'homme à sa stature (stratégie 3) au lieu du rapport d'agrandissement ci-dessus ; usage d'un rapport d'agrandissement du mi-mollet de l'homme à celui du géant (stratégie 2 mobilisant d'autres segments).

En résumé, un maître qui s'appuie sur sa démarche personnelle de résolution du problème sans être sourd ou aveugle à des démarches alternatives. Un maître qui réussit à transformer des objets perceptifs en objets scientifiques, des relations visuelles en relations numériques, des interrogations en décisions.

CM2 en milieu rural, « O »

Le mode de résolution personnelle du problème par le second professeur est le même (stratégie 2) que celui de « S ». Mais nous allons voir que sa classe s'oriente très vite vers la stratégie 1. Celle-ci, contrairement à la stratégie 2, repose initialement sur une opération concrète : pour mesurer le géant, on a besoin d'un étalon de référence et de connaître le nombre de fois qu'il est possible de reporter cet étalon dans le corps du géant. Un des hommes de la photo, dont on peut conjecturer qu'il est de taille moyenne, peut servir d'étalon. Mais on se heurte à l'invisibilité d'une partie du géant. Ce qui amène à substituer¹¹ au corps du géant celui d'un homme quelconque (son propre corps, celui d'un des hommes de la photo...) pour effectuer cette opération de report et conclure : sur la photo, l'homme arrive au mi-mollet du géant ; autant de fois le mi-mollet rentre dans le corps humain, autant de fois l'homme de la photo peut être reporté sur le géant. Ce faisant, on doit postuler l'universalité des proportions du corps humain (les géants étant compris dans cette « humanité »). Le recours à cette opération hypothétique formelle provient d'une nécessité empirique. Elle n'est donc pas première dans la démarche comme c'était le cas pour la stratégie 2.

Le professeur va-t-il tirer profit de cette approche concrète du problème, *a priori* plus simple à gérer que l'approche plus formelle de « S » ?

Nous allons montrer que si l'enseignant accepte parfaitement de renoncer à sa stratégie pour embrasser celle de ses élèves, sa démarche didactique ne favorise pas la transformation des données de la

perception en objets scientifiques susceptibles d'être réfutés ou acceptés puis, dans ce cas, de s'insérer dans une chaîne de causalité. Dit autrement, les objets de la résolution abordés pendant la séquence sont traités de manière trop phénoménologique pour que les élèves qui n'y parviennent pas dès le départ puissent les considérer à un moment sur un plan scientifique.

L'enseignant a choisi de découper sa séquence en deux séances. Faute de temps suffisant, il a décidé d'ajouter une troisième séance. Les trois séances se sont déroulées le mardi, le jeudi et le vendredi de la même semaine. Nous présentons donc ci-dessous trois incursions, d'environ une demi-heure pour la première et la dernière, une heure pour la deuxième. La première incursion se subdivise en cinq transactions :

- transaction 1.1 (00:00 à 2:50). Phase collective, présentation du problème et de la tâche : « ... vous allez commencer à noter vos réflexions. Si vous avez envie de commencer à résoudre le problème, vous résolvez le problème... vous notez vos questions... » ;
- transaction 1.2 (2:50 à 7:30). Recherche individuelle. Le maître reste très en retrait, ses interventions se limitent à quelques cadrages disciplinaires ou sur la tâche : E, « on ne peut pas dire parce qu'on ne voit pas le géant » ; M, « Eh bien, tu le notes » ; des renvois à plus tard « On en rediscute après » ;
- transaction 1.3 (7:30 à 12:30). Phase collective de mise en commun. La consigne est : « Vous n'allez pas forcément dire la solution... mais on va discuter un peu des idées... ». Mais beaucoup d'élèves proposent un résultat expliqué ou pas par une procédure. Tous les objets pertinents pour la mise en œuvre de la stratégie 1 apparaissent. Le maître se contente de distribuer la parole, de faire préciser certains termes, de relever une récurrence : « C'est quoi ce 1,80 m ? on l'a entendu plusieurs fois » ;
- transaction 1.4 (12:30 à 30 :30). Phase individuelle de première rédaction de la solution du problème. Le maître fait rappeler les basiques du cahier des charges de ce type de tâche : schéma, calcul, explications, phrase-réponse. Pendant que les élèves rédigent, le maître passe dans les rangs. Il régule la discipline, appelle au respect du cahier des charges ; insiste pour que les élèves justifient leurs calculs, explicitent leur raisonnement ; aides mineures (ex. effectuer / rectifier un calcul avec nombre à virgule).

La deuxième incursion se divise en trois transactions :

- transaction 2.1 (00:00 à 8:00). Phase collective. Présentation rapide au moyen d'un vidéoprojecteur de six solutions d'élèves (cf transaction 1.4) sélectionnées par le maître. Chaque solution est lue à haute voix par un élève. Le maître fait préciser des points de vocabulaire, fait expliciter un détail oublié par l'élève producteur (« Ce 1,75 m, c'est la taille de l'homme ») ;
- transaction 2.2 (8:00 à 21:30). Travail de réflexion en binômes mais chaque élève écrit ses commentaires sur une feuille individuelle comportant les six productions sélectionnées. Le maître circule, rappelle la tâche, incite les élèves à porter un jugement sur chaque procédure et chaque résultat, fournit à un moment un décimètre à des élèves qui veulent voir combien ça fait 9 m (une des réponses) par rapport à la classe ;
- transaction 2.3 (21:30 à 56 :00). Longue phase collective de mise en commun. Examen une à une des productions sélectionnées. Le maître est au tableau. Il choisit d'interroger tel ou tel élève. Chaque production donne lieu à une synthèse écrite que le maître porte au tableau (évaluation de la méthode, demande de précision, « Il n'y a pas de preuve »). Les assertions ne sont pas triées (fait, argument, opinion ?). Des explications-légendes sont exigées mais aucun moyen de valider (les propositions) ou de trancher (lorsqu'il y a divergence) n'est envisagé.

La troisième incursion se divise en deux transactions :

- transaction 3.1 (00:00 à 6:00). Phase collective. Réexamen rapide et collectif des six productions sélectionnées et rappel du commentaire de synthèse auquel on était parvenu collectivement ;
- transaction 3.2 (6:00 à 31 :00). Phase individuelle de rédaction finale. Le maître rappelle collectivement qu'il y a eu débat, qu'on a vu des méthodes qui paraissaient correctes, qu'on s'était notamment interrogé sur le nombre de reports, pose la question de savoir si il y a une solution ou pas. Le maître passe dans les rangs et se contente de rappeler le cahier des charges : fournir des explications ; s'appuyer sur les analyses de production ; dire ce que représente un calcul, un résultat, préciser l'unité. Il apporte des aides ponctuelles,

ex. comment exprimer une fraction () au moyen d'un décimal (0,75).

Après les deux phases initiales d'approche, collective puis individuelle, la première mise en commun (transaction 1.3) est l'occasion pour les élèves de donner en vrac : une opinion, E1 : « Moi je dis qu'il fait 30 m » ; des faits, justes ou faux, mobilisés comme arguments d'une procédure fautive, E2 : « Sur la botte j'ai regardé et ça va à peu près jusqu'au genou [E2 pense que la botte du géant monte jusqu'à son genou, ce qui est faux]. Alors sur les hommes à côté, j'ai regardé jusqu'au genou [utilise un des hommes-photo pour modéliser les proportions du géant] j'ai regardé combien de fois ça se reportait, j'ai trouvé 4 [on peut reporter 4 fois son genou dans cet homme], ensuite j'ai mesuré et 15 [fait exact, argument non pertinent : sur la photo, 15 est la longueur en cm d'un segment reliant l'extrémité de la botte du géant à la partie apparente la plus haute de sa jambe] fois 4 ça m'a donné 60 » [argument non valide car la botte ne monte pas jusqu'au genou et on n'obtient alors au mieux qu'une approximation de la taille-photo du géant] ; des procédures valides, E3 : « Moi en fait j'ai mesuré le bonhomme et j'ai vu que ça faisait la même taille que le bas du pied... », M : « Euh, que la semelle ? », E3 : « Oui, et alors eh ben j'ai essayé de faire, sur moi j'ai mesuré ma chaussure [la semelle de sa chaussure] et j'ai essayé de reporter... Alors j'ai multiplié la réponse que j'ai trouvée par la semelle ». Chacun de ces objets est reçu de la même façon par le maître, comme un fait brut non traité, une perception que chacun a du problème.

Lors de la phase individuelle qui suit (transaction 1.4), les élèves produisent leur premier écrit de résolution. Le maître va sélectionner six productions qu'il va anonymiser et soumettre à toute la classe le lendemain (voir annexe 3). Les réactions des élèves sont récoltées, d'abord en binômes et par écrit (transaction 2.2), puis collectivement et oralement (transaction 2.3).

Lorsqu'on examine la transaction 2.3, on constate que le questionnement des élèves analysant les productions sélectionnées de leurs pairs tourne autour de quatre points : stature réelle conjecturée d'un des hommes-photo (1,75 m ? 1,80 m ?) ; ambiguïtés taille photo / taille réelle ; combien de fois peut-on reporter l'homme dans le géant ? (les valeurs de 4, 5, 6, 7 sont proposées) ; problème des approximations : « Moi je dis, la tête elle est pas obligée de faire 1,75 m, mais un peu moins » ; « On ne peut pas

savoir si c'est exactement juste, la réponse, parce que c'est des approximations ». Malgré les demandes de normalisation répétées de certains élèves, le maître campe sur une position de non-recevoir, E : « Moi, je dirais, on ne connaît... il faudrait euh mettre un nombre où on dit à peu près, un homme, c'est à peu près ça parce qu'il ne faut pas qu'y en ait qui font 60 ou 70 [certains élèves pourraient prendre 1,60 m ou 1,70 m pour la taille d'un adulte], on n'aura jamais la bonne réponse... », M : « On n'sera jamais d'accord. », M : « Hein ? On se demandait combien de fois on peut reporter la hauteur de la botte sur le corps. Ici qu'est-ce qui a été utilisé ? C'a été utilisé 7 fois. Et là 5 fois. Donc à voir, là je n'sais pas laquelle a... Je n'sais pas ». De plus, le statut des assertions (fait, opinion, hypothèse, argument) n'est pas précisé, ce qui rend épineux le problème de leur légitimation, de leur validation et de leur assemblage en procédure, ou de leur identification dans une procédure préexistante analysée. Ni la question de la validité des faits (ex. recherche sur la Toile de la taille moyenne d'un homme en Angleterre ou des proportions du corps humain), ni celle de la pertinence des arguments ne peuvent être réglées dans ces conditions. Si bien que les mêmes questions ressurgissent de façon récurrente et que tout se passe comme si à chaque nouvel examen d'une des six productions-élève, les compteurs étaient remis à zéro, circularisant l'avancée du temps didactique. On peut ainsi observer des régressions au perceptif, dans la stricte neutralité du maître, E : « Moi je dis que le résultat il est juste mais on ne sait pas comment il a fait », M : « On ne sait pas. Donc pour toi c'est juste quand même ? », E : « Oui, parce que c'est un géant », M : « C'est un géant. Nicolas ? [Il interroge un autre élève] ».

Tout se passe comme si les élèves devaient trancher dans l'isolement, face à leur copie, sur leur intime conviction, M : « Il y en a qui pensent qu'on est pas mal avec cinq, il y en a qui pensent qu'on n'est pas bon. Il y a peut-être quelque chose de bon là, il y en a beaucoup qui ont fait ça hein, reporter la hauteur de la botte. », M : « Voilà, après, à vous de voir si c'est utilisable ou pas. Plutôt 1,75 m, plutôt 1,80 m ? ». Lors de la transaction 3.2, juste avant la rédaction finale, le maître ne peut que faire le constat de toutes les indécisions, M : « Ben, on a dit un certain nombre de choses, on a vu qu'il y avait des méthodes qui paraissaient correctes. On n'était pas d'accord juste sur le nombre de reports, maintenant à vous de voir si

on peut résoudre justement ce problème de... est-ce que c'était cinq fois ? Est-ce que c'était sept fois ?... il y en a qui ont dit quatre fois... On n'était pas d'accord, il y en a qui on dit six fois, l'autre jour. »

En résumé : un maître qui n'hésite pas à suivre ses élèves dans une procédure qui n'était pas la sienne ; qui s'appuie sur des productions d'élèves pour que l'ensemble de la classe soit confronté à un panel de faits, d'opinions, d'arguments, de procédures, et soit amenée à exercer son esprit critique ; mais un maître qui, sans doute animé par le souci de ne pas être intempestif, n'amène pas ses élèves à séparer les assertions selon leur statut épistémique, la manière de les obtenir (grandeur conjecturée, mesurée, culturellement attestée ; rapport conjecturé, culturellement attesté, obtenu par report, calculé ; valeur approchée ou exacte, tant pour les données que pour les réponses), de les soumettre à l'épreuve de la validation, puis à les faire organiser en procédures. Il prend ainsi le risque du nivellement par le bas : tout n'est qu'opinion ou apparence, donc discutable, et les destinataires-élèves de ces opinions sont avant tout sollicités en tant qu'individus munis de capteurs sensoriels et d'un catalogue de relations élémentaires.

Les écarts dans le traitement des genèses

Après avoir analysé notre corpus du point de vue du rapport à la connaissance tel que l'organise chaque enseignant, nous allons reprendre notre étude en l'éclairant de façon complémentaire. Il s'agit dans ce qui suit d'examiner la manière dont nos deux professeurs assurent la répartition progressive des places (topogenèse), l'avancée du temps didactique (chronogenèse) et la construction graduelle de la solution au problème (mésogenèse). Afin d'accentuer les différences entre les deux situations observées, nous traiterons successivement de chacune des genèses.

Topogenèse

Du point de vue de notre étude centrée sur le professeur, la topogenèse s'incarne dans les rôles à travers lesquels celui-ci intervient, dans les tâches qu'il s'auto-attribue. Comme on l'aura vu dans l'analyse qui précède, les deux enseignants observés recherchent d'emblée la dévolution du problème à leurs élèves. À cet effet, ils fixent à leur classe des

consignes-buts, qui, si elles décrivent l'objectif à atteindre (trouver la taille du Géant), restent silencieuses quant aux moyens à mettre en œuvre. Ils renoncent donc par avance à cet instant à toute influence sur les modes de résolution qui apparaîtront plus tard. Ils optent d'ailleurs l'un comme l'autre pour une attitude d'écoute, d'accueil systématique des propositions des élèves, sans jugement évaluatif prématuré. Dans leurs classes, l'erreur n'est pas déniée, elle fait l'objet de débats entre élèves, elle est abordée collectivement.

Lors des moments de recherche, ils accompagnent leurs élèves en rappelant la consigne pour maintenir l'orientation, en prenant en charge certains détails techniques pour réduire les degrés de liberté, en rassurant pour permettre de surmonter la frustration, etc. Vient ensuite le temps de la mise en commun critique de ce qui a été trouvé individuellement ou par petits groupes. Ils adoptent là encore une attitude comparable, faite de neutralité cognitive et d'une pratique assurée de la « reformulation éclairante » (par exemple en ajoutant des connecteurs logiques restés implicites dans une intervention d'élève).

Il existe néanmoins certaines caractéristiques qui, pour n'apparaître que ponctuellement, n'en distinguent pas moins ces deux enseignants, toujours s'agissant des activités qu'ils prennent en charge. Notamment, l'enseignant de « S », à travers ses « exercices pour débloquer la situation », s'affiche comme étant capable de diagnostiquer / pronostiquer des difficultés ciblées et de leur apporter des solutions appropriées. Ensuite, il se permet de trier les propositions de ses élèves, non en refusant certaines, mais en reportant leur étude à plus tard, lorsque le moment sera venu. Enfin, et toujours dans cette optique de sélection des interventions, c'est lui qui décide de la répartition géographique de ce qu'il inscrit au tableau noir. Le professeur de « O » quant à lui procède aussi à des choix parmi les travaux de ses élèves, quand il repère les six productions qui feront ensuite l'objet d'une analyse critique par binômes. Il fait ses choix non pas pour organiser la temporalité comme l'enseignant de « S », mais dans le but de provoquer des prises de conscience auprès de ses élèves consécutivement à une adhésion ou à une réfutation.

En conclusion de l'étude de cette première genèse, nous pouvons avancer l'idée que les deux enseignants observés montrent quelques ressemblances dans leurs façons de faire en ce qu'ils laissent

volontiers la place préférentielle à leurs élèves, pour la production et la validation des réponses et, bien plus encore, pour la conception et la critique des démarches de résolution. Ils confrontent volontairement leurs classes à une situation-problème, dans le but explicite de favoriser des apprentissages personnels à travers l'activité du sujet lui-même, contre / avec le milieu. Ils ne s'arrogent cependant pas les mêmes droits dans la structuration des propositions des élèves. Si le second socialise leurs productions en les renvoyant inconditionnellement à l'ensemble des élèves, le premier les ordonne dans le temps, les classe selon le type de contenu traité, et les met en espace au tableau noir, articulant ainsi pas à pas la pensée de la classe. Nous regarderons avec attention l'effet de ces écarts topogénétiques dans ce qui suit.

Chronogenèse

Nos deux enseignants se sont donc réservé certaines tâches, en confiant d'autres à leurs élèves. La répartition est didactiquement cohérente, elle réserve aux seuls apprenants l'exploration de la situation-problème, le jeu contre le milieu antagoniste (Brousseau, 1990, p. 320-321). Étudions à présent comment ces rôles se succèdent, se répondent dans le temps.

Les fiches de préparation préalable de l'un et de l'autre professeur prévoient une succession de phases qui a été scrupuleusement respectée au moment de la mise en œuvre en situation, même si quelques dépassements horaires ont dû être consentis, ce qui au demeurant n'est pas loin d'être la règle en la matière. Nous proposons un tableau synoptique qui récapitule et confronte la suite des transactions déjà présentée pour chaque classe.

Comme on le voit à ce premier niveau d'analyse, les deux séquences présentent sensiblement la même durée. Elles alternent régulièrement les modes de regroupement des élèves (travail individuel / de groupe / collectif) et provoquent périodiquement des confrontations entre pairs qui sont autant d'occasions de conflits sociocognitifs. Chacune de ces transactions est ouverte puis refermée par l'enseignant, comme on l'a montré au chapitre précédent. Le temps apparaît cependant comme plus morcelé dans le CM2 de « S », avec un tiers de phases supplémentaires (trois sur neuf).

CM2 de « S » (2 h20)	CM2 de « O » (2 h)
Présentation du problème Recherche individuelle libre (Transaction 1.1)	Présentation du problème Recherche individuelle libre (T 1.1, 1.2)
Mise en commun collective : quelles difficultés ? (T 1.2)	Mise en commun collective : quels résultats ? (T 1.3)
Travail de groupe : que sait-on ? (T 1.3)	Recherche individuelle : résolution du problème (T 1.4)
Mise en commun collective : que sait-on ? (T 1.4)	Travail de groupe : critique des six solutions sélectionnées (T 2.1, 2.2)
Alternance individuel / collectif : exercices ponctuels (T 1.5)	Mise en commun collective : critique des six solutions sélectionnées (T 2.3, 3.1)
Mise en commun collective : relations entre exercices et problème (T 2.1)	Recherche individuelle : résolution du problème (T 3.2)
Travail de groupe : résolution du problème (T 2.2)	
Mise en commun collective : procédures de résolution (T 2.3)	
Recherche individuelle : résolution du problème (T 2.4)	

NB : certaines transactions ont été occasionnellement regroupées, quand elles correspondent à la même intention didactique.

Si l'on s'intéresse maintenant aux intentions de chaque transaction, on pourrait décrire le temps à « S » comme linéaire, orienté vers un but, alors qu'à « O », il serait plutôt cyclique. Dans cette seconde classe, les élèves sont en effet invités trois fois à résoudre le problème (T 1.2, 1.4, 3.2), avec, entre-temps, des moments de mise en commun qui ont toutes le même but : critiquer / valider les procédures et les solutions numériques. On a l'impression que la séquence décrit plusieurs fois une même boucle « Présentation du problème / Résolution individuelle / Débat de preuve ». Les élèves sont à chaque fois confrontés à toute la complexité de la situation, soit en engageant leur propre perception, soit en réagissant aux propositions de leurs pairs. En conséquence, tout est périodiquement remis en question (perceptions, mesures, relations, calculs,...). À « S » en revanche, les différentes transactions se plient à une organisation téléologique. La classe ne revient pas immuablement à l'état initial du problème, elle argumente, décide, et bâtit ensuite sur ce qui est désormais considéré comme acquis. On travaille ainsi successivement les difficultés qu'il s'agira de résoudre (T 1.2), les mesures approximatives sur lesquelles on s'est entendu (T 1.4), les relations entre cette situation peu ordinaire et des exercices plus classiques (T 1.5), et enfin (et pour la première fois) des propositions de procédures élaborées par les pairs (T 2.3).

Nous reviendrons plus en détail sur ce point des objets sensibles / obsolètes au moment de traiter de la mésogénèse. Mais nous désirons avant cela approfondir l'étude chronogénétique en passant de la gestion des transactions à celle des sous-transactions.

De quoi voulons-nous parler ? Une transaction peut être découpée dans le continuum de la séquence d'enseignement parce qu'elle correspond à une intention didactique particulière. La succession de ces phases de la séquence est prévue sur la fiche de préparation de l'enseignant. Chacune se caractérise par une nouvelle consigne de travail. Prenons l'épisode T 1.4 à « S ». Il s'agit là de mettre en commun tous les renseignements que les élèves ont glanés sur la photo. L'enseignant l'ouvre, M : « Eh, c'est bon... On va mettre en commun » puis la referme après 11 minutes, M : « OK. Bon, tout ça, vous allez le garder. Vous allez donc vous remettre à vos places, je vais vous donner des exercices » (ouverture T 1.5). Mais que se passe-t-il dans l'intervalle ? On s'aperçoit que la classe travaille plusieurs sous-thématisations, et que là, ce sont les élèves qui initient une suite de réflexions, E : « 1 m 80 = 8 cm » (réflexion sur l'échelle de la photo) ; E, « La longueur du pied mesure 9 cm », E : « La taille des hommes... », E : « La taille des chaussures, euh... les hommes, ... ». Au niveau de la chronogénèse, certaines opérations leur sont confiées. Ce

sont celles qui consistent à proposer un nouveau thème de discussion, compatible cependant avec le but de la transaction en cours. Ils soumettent tour à tour à la discussion collective les objets qu'ils ont reconnus comme sensibles au moment du travail de groupe précédent (T 1.3). Mais, et c'est ce sur quoi nous voulons insister, c'est de nouveau l'enseignant qui clôt chaque sous-transaction, et qui permet par conséquent l'apparition de la suivante, M : « On peut dire que l'homme mesure à peu près 8 cm ? Bon, ça, c'est bien, on sait déjà quelque chose » (fermeture de l'épisode « échelle de la photo »), M : « OK. Donc la botte mesure... 9 cm sur la photo. On retiendra que c'est dans ce sens. Voilà. Est-ce que vous avez mesuré d'autres choses ? » Du point de vue de la gestion de l'avancée du temps didactique, deux conclusions complémentaires s'imposent : ce professeur laisse à ses élèves le soin de choisir de quels objets du milieu ils vont débattre, mais il reprend la main à chaque fois qu'il estime qu'un accord est possible entre tous, et provoque de la sorte le basculement vers le thème suivant. À « S », ce qui importe à l'enseignant, c'est le respect de l'ordre des transactions. En revanche, s'agissant des sous-transactions, il vérifie simplement que chacun des sous-thèmes sensibles a été abordé, quel qu'en soit le rang. Et il clôt la sous-transaction quand la décision est mûre.

Qu'en est-il à « O » ? Choisissons à titre d'exemple la transaction 2.3, qui a pour but de mettre en commun les critiques des six procédures de résolution sélectionnées par l'enseignant. Comme on peut s'y attendre, la restitution suit l'ordre des documents. Quelles sous-thématisations apparaissent à propos du premier¹² des travaux d'élèves ? Cet élève semble avoir trouvé qu'on peut reporter 4 fois le genou dans un corps humain ; il applique ce coefficient 4 aux 15 cm (mesurés sur la photo) de la botte du géant censée monter jusqu'à son genou. Il ne trouve ainsi qu'une mesure-photo de la stature du géant, mais semble vouloir passer de la photo au réel juste en changeant l'unité (les 60 cm deviennent 60 m !). Examinons deux commentaires d'élèves à propos de cette production. E, « C'est quand même grand, 60 m » ; E, « La botte, elle devrait faire 4 m... » (Confusion entre mesure et coefficient). Comme à « S », c'est la classe qui propose les objets à la discussion. Mais les thématiques ne sont pas traitées successivement, elles se chevauchent, interfèrent l'une avec l'autre. Si bien qu'à la fin, l'enseignant referme l'épisode par, M : « Voilà il y a peut-être

un petit problème sur... voilà sur d'où viennent... D'où viennent ces deux nombres [4 et 15] qu'on multiplie ? Dans la petite partie remarque, vous le notez : on ne sait pas ce que représentent les nombres utilisés. On passe à la proposition numéro 2. » Les nombres utilisés ne font pas l'objet d'une caractérisation explicite et ne sont pas référés à des données empiriques ou à des actions (sur la photo ou dans la vie courante), par exemple : mesure-photo de la botte 15 cm ; coefficient $\times 4$ trouvé par report du genou sur le corps d'un élève ; résultat calculé 60 cm. Aucun savoir n'est en conséquence stabilisé. La deuxième production d'élève subit le même traitement : sont évoqués pêle-mêle la taille moyenne réelle d'un homme, la taille hypothétique du géant, le rapport entre la botte et la jambe, le rapport entre la botte et le géant, la pertinence de la présence de deux hommes sur la photo. L'enseignant ne trie pas les interventions, il les reformule toutes, M : « On peut prendre la botte. Bon, il y a quelque chose là. Est-ce qu'on a besoin de ces hommes ? On a parlé de 1 mètre 80, on a parlé de 5 fois la hauteur de la botte mais c'est peut-être pas suffisant, on a... je sais plus. Jérôme, elle a dit 6... ». Un peu plus tard, il referme la sous-transaction sur le même mode, M : « Alors, on va poser la question. Combien de fois peut-on reporter la hauteur de la botte sur le corps ? Bon, ça fait discuter, ça fait discuter. Laura tu peux passer à la suivante s'il te plaît ? » Comme l'analyse au niveau des transactions le laissait prévoir, chaque objet est remis en question à chaque « boucle » que décrit l'activité de la classe. Dans cette transaction 2.3, dernier travail collectif avant la résolution individuelle finale, aucune donnée, aucune relation n'a été institutionnalisée. Au terme du périple, les élèves se retrouvent pratiquement à la position de départ, avec simplement quelques questions peut-être un peu mieux repérées.

Mésogenèse

Le professionnel expert, c'est aussi celui qui empêche certains événements de se produire. Par la clôture chronogénétique, par la structuration progressive de la séquence d'enseignement, l'un des professeurs observés a pu éviter que la classe ne se perde en digressions. La délimitation des transactions, assurée par chacun des deux enseignants, assure l'alternance des modes de travail. La démarca-

tion des sous-transactions permet de plus des institutionnalisations partielles, temporaires. C'est ce que nous allons détailler pour finir.

Pour commencer, notre réflexion peut s'arrêter sur la question des objets co-présents durant une transaction particulière. Combien de ces objets sont sensibles à ce moment-là, c'est-à-dire sont une source de questionnement pour les apprenants ? Quel est leur degré de complexité ? Est-il maîtrisable par la classe ? Dans les cas les moins favorables, il n'est pas possible aux élèves de distinguer les données empiriques des hypothèses, ou encore de séparer nettement ce sur quoi on est d'accord et ce dont on doute, par exemple : Transaction 1.1 à « O », E : « Ben moi j'ai mesuré l'homme, j'ai trouvé 1,67 m, et alors, j'ai mesuré la botte et j'ai trouvé et j'ai essayé d'approx..., d'approximatiser la taille du géant j'ai trouvé 15 m. » Le problème est alors pour l'enseignant de provoquer au sein du groupe l'apparition de questions homogènes et successives.

Homogènes dans le sens où on ne traitera que d'une catégorie d'objets à la fois, par exemple à « S », M : « Maintenant j'aimerais savoir... comment vous avez abordé ce problème, ou quels sont les soucis que vous rencontrez. », M : « Alors maintenant on va se mettre par groupe. On ne voit qu'une partie du géant, on ne sait pas la taille de l'homme, on n'a pas de mesures, on n'a pas de nombres, mais on va quand même essayer de s'en sortir. Vous allez discuter et vous allez mettre tout ce qu'on sait quand même grâce à l'image, même si on n'a pas l'énoncé comme d'habitude. » Premier objectif : repérer les difficultés inédites de ce problème ; second objectif : extraire toutes les informations possibles de la photographie ; etc.

Successives aussi parce que, comme nous l'avons mis en évidence dans le chapitre consacré à la chronogénèse, si l'ordre des sous-thématisations (homogènes) est indifférent, il importe en revanche à l'enseignant que chacune s'achève sur une décision explicite, avant d'entamer la suivante. Et ces résolutions sont archivées, à « S », au tableau noir, mémoire de la classe. La mise en page de celui-ci rappelle de plus l'appartenance des informations relevées à telle ou telle catégorie : sa géographie est structurante. L'enseignant est neutre au plan cognitif, mais il n'est pas indifférent aux acquis cognitifs de ses élèves, bien au contraire. Les effets mésogénétiques sont ainsi obtenus par l'intrication de la régulation des moments adidactiques de mise en commun avec les

institutionnalisations fragmentaires et passagères qui clôturent chaque sous-transaction.

On peut s'interroger ensuite sur la « carrière » d'un objet appartenant au milieu pour apprendre. Bien souvent, il passe tout d'abord inaperçu. À l'enseignant, à travers son dispositif didactique, de le rendre saillant aux yeux des élèves. Il peut pour cela jouer sur la relation matériel / consignes, comme ici avec la question formulée dans l'énoncé qui accompagne la photographie. Il peut également apporter de l'information chemin faisant, comme dans le cas des exercices spécifiques, à « S » (voir annexe 2). Si l'on retient ce dernier exemple, il apparaît que l'enseignant a extrait de la situation initiale ce qui la rendait analogue à d'autres problèmes de proportionnalités, plus classiques sans doute. Ce qui en retour a poussé les élèves à actualiser certaines de leurs compétences disciplinaires pré-acquises, dont le produit en croix finalement retenu comme procédure de résolution. Une fois qu'un objet est devenu sensible, il peut être discuté, soit en relation au monde physique, soit entre pairs. Le problème du géant favorise cette seconde voie de validation. L'influence mésogénétique de l'enseignant peut alors s'exercer par le choix du *next speaker* : ayant observé les écrits des différents groupes lors de la transaction précédente, il peut facilement en convoquer le contenu lors de la mise en commun. Par exemple, lors de la transaction 2.3, à « S », M : « Oh, certains ont dit huit fois, hein, certains ont dit sept fois, bon. », M : « Bon. Alors moi, j'ai vu beaucoup de gens, beaucoup faire ceci. Et me dire : ah, mais c'est une règle de trois, ça va marcher. » Le débat collectif vise à identifier les propriétés de l'objet (est-ce une donnée empirique ? le résultat d'un calcul ? une hypothèse à tester ?), à repérer les relations dans lesquelles il est pris (notamment s'agissant d'une situation de proportionnalité), et enfin à concevoir les actions futures auxquelles il pourra être associé, en particulier dans la procédure, complexe, de résolution de ce problème. Cet objet, stabilisé, devient élément du paysage. Il ne requiert plus l'attention critique des uns et des autres, il n'attend que d'être réinvesti dans la suite de la séquence.

Dans les cas moins favorables, définis par la présence simultanée d'objets non homogènes, les tours de paroles s'enchevêtrent, plusieurs thématiques se poursuivent de front. Quand les élèves respectent la parole d'autrui, et c'est le cas dans les deux classes étudiées, on a l'impression d'une discussion qui progresse. Mais d'une intervention à l'autre,

le contenu propositionnel est susceptible de changer du tout au tout. Un apprenant répond alors en réalité à un énoncé qui remonte à plusieurs tours de parole. Ainsi, lors de la transaction 2.3 à « O », pour la seule proposition n° 2, la question du rapport multiplicatif entre la longueur de la botte et la taille du géant revient en cinq moments distincts, séparés les uns des autres par des sous-thématisations qui traitent alternativement de la taille réelle des deux hommes, de la taille hypothétique du géant, de l'opportunité de se servir de la présence de ces deux hommes sur la photo, du pantalon, qui cache peut-être une partie de la botte, etc. L'autre difficulté engendrée par des situations confuses au plan mésogénétique est celle des dénivellations. Nous entendons par là que le débat change sans cesse de niveau d'abstraction, passe du phénoménologique au scientifique et inversement, glisse du registre empirique à celui des modèles et retour. Les élèves ne savent plus s'ils traitent du cas présent dans ce qu'il a de spécifique, ou s'ils inventent (ou réinvestissent) des procédures valables pour toute une famille de situations, ici, les problèmes de dilatation. Par exemple, en transaction 2.3 à « O », lors de l'examen de la production d'élève n° 4 (voir annexe 3) :

M : « Donc là, il y avait la mesure de l'homme qui faisait 8 cm sur la photo. On le reporte sur le corps de l'élève. Douze fois... Mathieu ? »

E : « Euh, on avait dit, ça n'a rien à voir, le corps de l'élève n'a rien à voir le problème. »

M : « Avec les 8 cm, donc celle-là, on la met de côté aussi. »

Ces trois tours de parole mêlent des données contextuelles (les 8 cm) et des hypothèses (faut-il recourir à un objet réel extérieur à l'énoncé, par exemple le corps d'un enfant de la classe ?). Le commentaire conclusif du maître semble rejeter l'utilisation de la mesure faite sur la photo. Il ne statue pas explicitement sur la pertinence de faire appel au monde réel.

Cette analyse de la mésogénèse reprend ainsi ce que topogénèse et surtout chronogénèse nous avaient déjà laissé pressentir. Dans sa préparation préalable (et donc dans la compréhension qu'il retient du problème) et dans sa gestion de l'avancée de la séquence, un enseignant, en retrait sur le plan cognitif, se doit néanmoins d'être extrêmement vigilant aux objets évoqués par ses élèves et aux statuts successifs qu'ils leur confèrent. Ses interventions semblent indispensables, autant lorsqu'il s'agit de

clure un épisode (transaction ou sous-transaction) que pour stabiliser certains acquis partiels chemin faisant.

CONCLUSION

Notre étude visait à comparer deux enseignements, parmi les six observés, dans la gestion d'une séquence de résolution d'un problème ouvert de modélisation. À l'issue de ce travail, plusieurs questions se posent. Sommes-nous parvenus à objectiver des éléments de caractérisation de ces deux enseignements ? En quoi la spécificité de ce problème intervient-elle dans cette caractérisation ? Dans quelle mesure cette dernière est généralisable aux six enseignants observés ? Enfin, est-il possible de lier l'enseignement ainsi caractérisé avec l'apprentissage ?

Le problème du géant présente plusieurs particularités qui sont autant d'obstacles à son traitement. Résumons-les ici. Il mélange tout d'abord imaginaire et visuel informatif, le premier pouvant contrarier voire inhiber le second, mais surtout le risque d'amalgame entre opinions, faits et arguments s'en trouve accentué. Sa résolution repose sur des hypothèses forcément abusives bien que nécessaires, sur la numérisation de grandeurs utiles laissée à la charge des élèves et sur la prise en compte de nombreux rapports. Sa solution enfin, assortie d'une incertitude, est inconnue de tous les acteurs. Nous avons vu que cette forte spécificité était déterminante dans le choix d'au moins un des cadres théoriques retenus. Elle est présente tout au long des éléments de caractérisation des enseignements que nous récapitulons à présent.

Le professeur de « S » commence par ancrer les élèves dans les éléments visibles de l'énoncé (texte et photo) : ce qu'on voit / ce qu'on ne voit pas ; ce qu'on sait / ce qu'on cherche ; ce qu'on mesure / ce qu'on calcule. Il n'aborde pas initialement les relations entre ces données perceptibles, et encore moins le processus complet de résolution de problème. Ce n'est que plus tard (T 1.5) que la classe formule des relations entre ces grandeurs, passant ainsi d'objets phénoménologiques à des objets scientifiques.

À « O » en revanche, dès la première mise en commun, les éléments perçus sur la photo sont accueillis de la même façon que les propositions de solution, de la même façon que les opinions : les élèves ont l'impression que tout se joue sur un même plan phénoménologique. La position du maître demeure

constante par la suite. Le statut des assertions avancées par la classe reste indifférencié, quelle que soit leur origine. La validation des faits, des mesures, des procédures est alors quasi impossible, les mêmes questions resurgissent de façon récurrente.

Au plan topogénétique, les deux styles d'enseignement présentent une même volonté de dévolution du problème à la classe, un même accueil bienveillant des propositions des élèves, pour les soumettre ensuite à l'examen critique du groupe. L'enseignant de « S » se singularise cependant par le droit qu'il se donne d'analyser le problème en ses éléments constitutifs, d'organiser ensuite leur étude progressive à travers une série d'exercices de transfert de son cru, et d'en opérer une mise en commun structurante au tableau noir. Les mêmes intentions reçoivent ainsi une traduction différente qui induit des déroulements divergents.

Il apparaît en effet que si nos deux professeurs prennent en charge l'avancée du temps didactique, principalement au travers d'opérations de clôture des transactions qui rythment la séquence, l'enseignant de « O » ne parvient pas à éviter que s'installent des circularités temporelles. Il favorise même parfois ces circularités, par exemple en appelant ses élèves à résoudre le problème à trois reprises, entre lesquelles s'intercalent des moments de mise en commun. En revanche, l'enseignant de « S » organise un écoulement du temps plus linéaire, notamment en abordant successivement les éléments constitutifs du problème.

Ce qui mène au niveau mésogénétique à repérer à « S » des objets dont le statut évolue progressivement, de donnée perçue à mesure validée, de relation hypothétique à procédure légitimée. Alors qu'à l'inverse, leur statut reste fluctuant à « O », par défaut de choix clairs au tournant des transactions et sous-transactions.

À l'issue de cette étude, deux variables majeures nous semblent déterminantes pour caractériser l'enseignement de cette séquence spécifique

- La différenciation du statut épistémique des propositions-élève
- L'organisation des propositions-élève

L'avancée dans ces deux directions peut s'analyser au moyen des trois genèses :

- Au niveau topogénétique : l'analyse du partage des responsabilités et des régulations, notamment les entreprises ou les attermoissements du professeur dans ce domaine

- Au niveau chronogénétique : l'analyse des ouvertures et clôtures, notamment lors des circularités, le pointage des avancées vers la résolution du problème

Au niveau mésogénétique : l'analyse des moyens qu'on se donne de discriminer, de retenir, de rendre visible, d'éliminer, d'organiser les éléments de solution

La réponse à nos deux premières questions est donc plutôt positive. Les variables dégagées, tout en étant bien spécifiques à ce problème très ouvert, ont néanmoins un bon degré de généralité. Nous faisons donc l'hypothèse qu'elles permettent de différencier des éléments majeurs de pratiques enseignantes dans des situations analogues. Il nous reste à mettre cette hypothèse à l'épreuve, des quatre autres enseignants observés lors de cette étude d'abord, puis à d'autres enseignants conduisant des séquences de résolution de problèmes ouverts. Cette mise à l'épreuve est une de nos perspectives. Bien entendu, d'autres variables pourraient compléter celles de cette première approche.

Quant à la question de l'impact sur l'apprentissage d'un enseignement ainsi caractérisé, nous avons annoncé en introduction qu'elle était une de nos questions de recherche pour le projet global mais qu'elle ne serait pas traitée ici. Contentons-nous de signaler cependant certains résultats encourageants. Pour cela, nous devons tout d'abord préciser un point de protocole : les élèves des six classes devaient produire deux écrits de résolution, l'un avant, l'autre après enseignement. Voici les résultats : à « O », sur 24 élèves, 13 réussissent avant, 12 réussissent après (-1), 2 passent de l'échec à la réussite, 3 de la réussite à l'échec (profil stable) ; à « S », sur 22 élèves, 6 réussissent avant, 13 réussissent après (+7), 7 passent de l'échec à la réussite, 0 élève passe de la réussite à l'échec (profil de progrès). Bien sûr, ces résultats très partiels demandent à être confirmés. Tout au plus peut-on relever qu'ils ne contredisent pas la possibilité d'un lien entre un type d'enseignement que nous avons caractérisé et l'apprentissage.

NOTES

1. Se reporter à la bibliographie pour les trois premiers (Weisser 2012 ; Wozniak, 2012 ; Wozniak, à paraître)
2. Apprentissages en CONtextes DidactiqueS, composé de R. Adjage (IUFM-Université de Strasbourg/UDS, LISEC – EA 2310), T. Beliaeva (IUFM-UDS, IRMA-UMR 7501), R. Cabassut IUFM-UDS, LDAR - EA 1548), N. Gavens (UHA, LISEC – EA 2310), A. Jarlegan (Université de Nancy2, LISEC – EA 2310), J.-C. Rauscher (ER), M.-J. Rémy (ER), M. Weisser (UHA, LISEC – EA 2310), F. Wozniak (IUFM-UDS, LEPS-LIRDHIST- EA 4148).
3. Problème dit du géant présenté en annexe 1
4. En termes de tâches, techniques, justifications et/ou théorisations relatives en l'occurrence à la modélisation
5. Nous avons rajouté les parties entre crochets qui spécifient notre approche par rapport à celle qu'A. Robert expose dans cette citation.
6. Ces caractéristiques sont celles d'un problème dit de Fermi selon Peter-Koop (2004, p.457)
7. Environnement organisé pour permettre le travail d'un actant résolvant un problème de mathématiques. Cet environnement est structuré par trois genèses : instrumentale, sémiotique et discursive, cette dernière permettant de mettre le référentiel de connaissances de l'actant au service de la preuve.
8. Définies par Moeschler & Reboul (1994, p. 479) comme « le constituant maximal coextensif à l'interaction verbale entre les locuteurs » i.e. tous les échanges relevés sans rupture chronologique comme une pause, un autre cours, etc.
9. Définies comme « des domaines thématiques homogènes » (*ibid.*)
10. Les prises de parole du maître seront signalées par la lettre M et celles de tout élève par la lettre E
11. On peut aussi dire qu'on modélise les proportions du corps du géant par celles d'un homme
12. Voir annexe 3

RÉFÉRENCES

- Adjage, R. (2001). Maturations du fonctionnement rationnel. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*, 7, 7-48.
- Adjage, R., Cabassut, R. (2008). *La modélisation dans une perspective de formation et d'enseignement*. « Actes du 34^e Colloque de la COPIRELEM ». Troyes. France. Juin.
- Adjage, R., Rauscher, J.-C. (2013). Résolution d'un problème de modélisation et pratique écrite de l'écrit. *Recherche en didactique des mathématiques*.
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherche en didactique des mathématiques*, 9.3, 281-308.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 7.2, 33-115.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 9.3, 309-336.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée Sauvage.
- Brousseau, G. (2007). La didactique « spontanée » et le tracassin des réformes, http://www.ardm.asso.fr/didactique/brousseau_seminaire/didactique_spontanee.html
- Duval, R. (1998). Signe et objet, questions relatives à l'analyse de la connaissance. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 6, 165-196.
- Kuzniak, A. (2010). Un essai sur la nature du travail géométrique en fin de scolarité obligatoire en France. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 15, 75-95.
- Margolinas, C. (2005). Essai de généalogie en didactique des mathématiques. *Revue Suisse des Sciences de l'Éducation*, 3, 343-360.
- Mercier, A., Schubauer-Leoni, M.-L., Sensevy, G. (2002). Vers une didactique comparée. *Revue Française de Pédagogie*, 141, 5-16.
- Moeschler, J., Reboul, A. (1994). *Dictionnaire encyclopédique de pragmatique*, Paris : Seuil.
- Oange, C. (2005). Problématisation et conceptualisation en sciences et dans les apprentissages scientifiques. *Les Sciences de l'éducation, Pour l'ère nouvelle*, 38.3, p. 69-93.
- Peter-Koop, A. (2004). Fermi problems in primary mathematics classrooms : Pupils' Interactive Modelling processes. In *Mathematics education for the third millennium : Towards 2010* (Ed), *Proceedings of the 27th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Townsville (p. 454-461). Sydney : MERGA.
- Rauscher, J.-C., Adjage, R., Beliaeva, T. (2009). *Modélisation et écrits réflexifs : des outils pour apprendre ?* « Actes du 37^e Colloque de la COPIRELEM ». Auch. France. Juin.
- Robert, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouck F (Ed), *La classe*

- de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 31-68). Toulouse : Octares.
- Sensevy, G., Mercier, A., Schubauer-Leoni, M. L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur à propos de la course à 20. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 20.3, 263-304.
- Vandebrouck, F. (2008), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, Toulouse : Octares.
- Weisser, M. (2012). Régulations magistrales et effets mésogénétiques : des tensions entre dispositif et situation. *Revue Suisse de Sciences de l'Éducation*, 2, 327-349.
- Wozniak, F. (2012). Des professeurs des écoles face à un problème de modélisation : une question d'équipement praxéologique. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 32.1, 7-55.
- Wozniak, F. (Accepté à paraître). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématique à l'école : Une étude de cas. *Éducation et Didactique*.

Annexe 1 : Le problème du géant¹

Cette photo a été prise dans un parc d'attraction en Angleterre. On y aperçoit une partie de la jambe d'un géant. Quelle est à peu près la taille de ce géant ?

Exemple de solution basée sur la stratégie 1

J'estime la taille d'un des hommes de la photo à 1,80 m ; cet homme arrive à peu près au mi-mollet du géant ; je fais l'hypothèse que le géant a les mêmes proportions que moi (je modélise le corps du géant par mon propre corps) ; en utilisant une baguette, je constate que je peux reporter 6,5 fois la hauteur de mon mi-mollet sur tout mon corps, des pieds à la tête ; j'en déduis qu'il en va de même pour le géant ; sous mes hypothèses, une approximation de la stature du géant est donc de :

$$6,5 \times 1,80 \text{ m} = 11,70 \text{ m}$$

Exemple de solution basée sur la stratégie 2

Je fais l'hypothèse que le géant a les mêmes proportions qu'un des hommes de la photo (je modélise le corps du géant par celui d'un de ces hommes) ; le corps du géant est donc semblable au corps de cet homme ; le rapport de cette similitude est égal au rapport de deux segments homologues, par exemple le rapport entre la semelle du

géant et celle de cet homme, soit en mesurant sur la photo : $\frac{12,4}{2} = 6,2$; J'estime la taille réelle de l'homme choisi comme modèle à 1,80 m ; sous mes hypothèses, une approximation de la stature du géant est donc de :

$$6,2 \times 1,80 \text{ m} \approx 11,20 \text{ m}$$

Ces deux solutions, basées sur des hypothèses et des approximations, conduisent naturellement à des résultats différents bien que proches.

¹ Photographie copiée de <http://www.problempictures.co.uk/>, avec l'aimable autorisation des auteurs.

Annexe 2 : tâches annexes classe de « S »

Exercices pour se préparer à résoudre
le problème du géant.

①

Parmi les 2 problèmes suivants,
quel est celui qui ressemble le plus
à celui du géant ?

a) Quelle est la taille
réelle de l'arbre ?

b) Quelle est la différence de
taille entre Caroline
et son papa ?

②

L'arbre est ... fois
plus grand que
le personnage

L'arbre est
... fois plus
grand que le
personnage

L'arbre est
... fois plus
grand que
le personnage

③

De quelle manière a-t-on agrandi la maison a, successivement pour les cas b, c, d ?

Annexe 3 : Les six productions sélectionnées, classe de « O »

Production 1

$15 \times 4 = 60 \text{ m}$
 J'ai regardé combien
 de fois on reportait le genou
 puis j'ai mesuré la botte
 et j'ai multiplié
 Il mesure 60 m

Production 2

Je présente maintenant ma solution (dessins, schémas, calculs...)
 Je me suis dit que 1,80 m
 était un peu près la taille
 d'un homme. Ensuite j'ai
 pensé que la botte faisait
 5 fois la taille du géant et
 j'ai trouvé 9 m.

$$\begin{array}{r} 1,80 \\ \times 5 \\ \hline 9,00 \end{array}$$

Production 3

J'estime qu'il fait 30 m

Production 4

$$\begin{array}{r} 1,80 \\ \times 12 \\ \hline 21,60 \end{array}$$

 1 m 80 est la taille de l'homme et de la
 botte. J'ai mesuré l'homme et j'ai vu
 qu'il faisait 8 cm, j'ai reporté cette
 distance sur moi et j'ai pu la mettre
 12 fois.
 Le géant fait 21 m 60.

Production 5

$12 \times 1,75 = 3,50$ (taille entière de la jambe
 du géant)
 $4 \times 1,75 = 7,00$ (taille du corps)
 $1 \times 1,75 = 1,75$ (taille de la tête)
 et $3,5 + 7 + 1,75 = 12,25$
 On additionne toutes les réponses des
 multiplications.
 Réponse: le géant mesure 12 m
 25 cm

Production 6

$$\begin{array}{r} 1,80 \\ \times 2 \\ \hline 3,60 \end{array}$$

 2 ← c'est les deux hommes qui sont
 devant le géant.

$$\begin{array}{r} 3,60 \\ \times 5 \\ \hline 18,00 \end{array}$$

 5 ← c'est une approximation
 d'un géant dans les
 dessins animés.
 Le géant fait 18 m.