

---

## La géométrie dynamique pour éclairer l'usage du compas

*Mastering the use of a compass through dynamic geometry*

Francine Athias

---



### Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/educationdidactique/2396>

DOI : [10.4000/educationdidactique.2396](https://doi.org/10.4000/educationdidactique.2396)

ISSN : 2111-4838

### Éditeur

Presses universitaires de Rennes

### Édition imprimée

Date de publication : 16 décembre 2015

Pagination : 109-125

ISBN : 978-2-7535-4878-7

ISSN : 1956-3485

### Référence électronique

Francine Athias, « La géométrie dynamique pour éclairer l'usage du compas », *Éducation et didactique* [En ligne], 9-3 | 2015, mis en ligne le 15 décembre 2017, consulté le 22 juillet 2022. URL : <http://journals.openedition.org/educationdidactique/2396> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.2396>

---

## LA GÉOMÉTRIE DYNAMIQUE POUR ÉCLAIRER L'USAGE DU COMPAS

Francine Athias

ADEF (Laboratoire Apprentissage, Didactique, Évaluation, Formation)  
Aix-Marseille Université – ESPE Franche-Comté

La géométrie à l'école primaire consiste en une familiarisation avec des formes géométriques et leurs propriétés à travers l'utilisation des instruments de géométrie. L'accès aux objets géométriques repose sur les représentations graphiques. Cet article essaie de montrer comment les transactions entre le professeur et les élèves s'organisent pour donner à voir les propriétés que les instruments usuels de géométrie transportent avec eux. La présence de l'environnement dynamique (avec le logiciel de géométrie dynamique Tracenpoche) en est alors le révélateur. Nous proposons un éclairage à travers la modélisation en jeux d'apprentissage issus de la théorie de l'action conjointe en didactique.

Mots-clés : action conjointe professeur-élèves, géométrie, dessin-figure, contrat didactique, milieu didactique.

### *Mastering the use of a compass through dynamic geometry*

*Geometry in primary schools is a familiarization with geometric shapes and their properties through the use of geometrical instruments. Geometric objects are based on diagrams. This article attempts to show how the transactions between teacher and students are organized to let see the properties that the usual geometrical instruments carry with them. The presence of the dynamic environment (with dynamic geometry software Tracenpoche) enlightens these properties. We propose analyses drawing on the Joint Action Theory in Didactics, using in particular the concept of learning games.*

*Keywords: teacher-student joint action, geometry, diagram-figure, didactic contract, didactic milieu.*

## INTRODUCTION

Cet article tente d'éclairer l'usage d'un environnement informatique (ici il s'agit de l'utilisation du logiciel de géométrie dynamique Tracenpoche) dans l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie en cycle 3 de l'école primaire française (élèves de 10-11 ans).

Les élèves de cet âge sont déjà sensibilisés à la géométrie par une étude des formes, qui prend appui sur les instruments de géométrie, tels que le compas, la règle ou l'équerre. Les connaissances des élèves sont ainsi fortement liées aux représentations graphiques. La référence à l'objet géométrique est souvent implicite. Notre hypothèse de travail suppose que l'introduction d'un logiciel de géométrie dynamique<sup>1</sup> (Tracenpoche) contribuera à rendre explicites les objets géométriques et les relations qu'ils contiennent.

Dans notre travail de recherche, nous avons conçu des situations de géométrie, alternant l'environnement papier-crayon et l'environnement Tracenpoche. Des professeurs les ont mises en œuvre dans leurs classes en les adaptant en fonction de leurs contraintes et de leurs intentions propres. Comment le professeur peut-il prendre appui sur l'environnement Tracenpoche pour rendre nécessaires les explications des relations géométriques ?

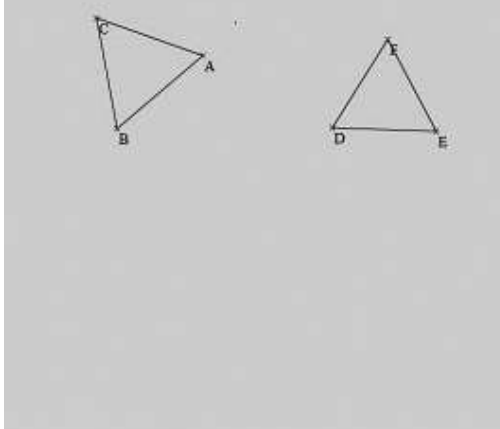
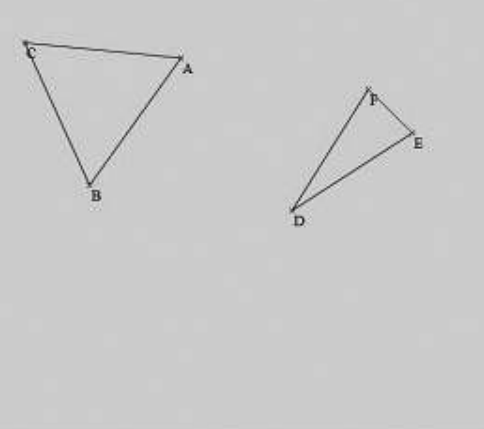
Dans cet article, nous développons cette question en la spécifiant aux propriétés géométriques du cercle portées habituellement par le compas. Dans une première partie, nous présentons le cadre théorique et méthodologique de l'étude. Dans une deuxième partie, nous spécifions les connaissances mathématiques potentielles dans le cas de la construction d'un triangle équilatéral. Dans une troisième partie, nous décrivons et analysons une mise en œuvre dans une classe, montrant ainsi comment l'environnement Tracenpoche peut devenir un révélateur des techniques de l'environnement papier-crayon au cours des transactions *in situ*. Puis nous concluons sur des conditions que nous estimons favorables à l'émergence de ces techniques justifiées par des propriétés mathématiques.

## ÉLÉMENTS THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES

## Dialectique dessin-figure

Les représentations graphiques sont essentielles dans l'enseignement de la géométrie. Ainsi, considérer un objet géométrique, par exemple un triangle équilatéral, c'est considérer un triangle qui est caractérisé à l'aide d'une relation « avoir trois côtés de même longueur ». Mais du point de vue de l'élève, il s'agit plutôt de voir ou de construire le triangle sur la feuille, placé d'une certaine manière. Il va prendre les instruments usuels de construction (règle, équerre, compas) et tracer quelque chose qui correspond à ce qui est attendu. L'élève sait ce qu'est un triangle équilatéral, il construit un triangle qui a les caractéristiques visuelles du triangle équilatéral, à savoir trois côtés de même longueur. Du point de vue du professeur, ce qui est attendu, c'est d'utiliser les instruments adéquats (compas), porteurs des propriétés géométriques, pour réaliser la représentation graphique, conforme aux propriétés mathématiques, ici trois côtés de même longueur. Pour le dire autrement, lorsque le professeur donne une tâche de construction, il suggère que l'élève doit utiliser les instruments adéquats et les raisons de cette construction. Il place donc la construction au niveau de l'objet géométrique ayant des propriétés géométriques déclarées. *A contrario*, l'élève cherche à obtenir une représentation graphique qui ressemble à ce qui est attendu sans penser nécessairement aux éléments caractéristiques. C'est pour faire expliciter le rôle des instruments et les propriétés qu'ils contiennent que nous avons choisi d'introduire un logiciel de géométrie dynamique (Tracenpoche). En effet, ce qui est construit dans l'environnement Tracenpoche sans tenir compte des propriétés géométriques ne peut pas être validé par un déplacement. Un triangle à l'écran (le triangle ABC ou DEF de l'illustration 1) doit rester un triangle équilatéral quel que soit le déplacement des points déplaçables. Ainsi, pour le triangle ABC après un déplacement du point B (cf. illustration 2), l'orientation et les dimensions sont modifiées, ces dernières restant égales entre elles. La seule manière de parvenir à ce résultat est de déclarer explicitement des propriétés géométriques pendant la construction du triangle équilatéral. Dans ce cas, nous pouvons parler de figure<sup>2</sup> (Laborde et Capponi, 1994). Au contraire, le triangle DEF (cf. illustration 2) n'est pas validé, puisque le triangle n'est plus équilatéral suite

à un déplacement du point B. Dans ce dernier cas, il s'agit d'un dessin.

	
<p><i>Illustration 1</i></p>	<p><i>Illustration 2</i></p>
<p>ABC et DEF semblent des triangles équilatéraux à l'écran.</p>	<p>Le point B est déplacé : le triangle ABC est toujours équilatéral. Le triangle ABC est donc « une figure », objet géométrique dont la propriété d'égalité des longueurs résiste au déplacement.</p> <p>Le point D est déplacé : le triangle DEF n'est plus équilatéral. Le triangle DEF est donc « un dessin », la propriété d'égalité des longueurs ne résiste pas au déplacement.</p>

Le résultat à l'écran est sans appel : le dessin du triangle DEF (des illustrations 1 et 2) ne correspond pas à ce qui est attendu. La tâche de construction du triangle ABC (celui qui résiste au déplacement) revient à faire en sorte que le déplacement des points donne à voir un triangle qui reste équilatéral, c'est-à-dire la tâche de construction doit être faite en déclarant les propriétés géométriques du triangle équilatéral. Autrement dit, étant donné un segment  $[AB]$ , le point C doit être à égale distance du point A et du point B et il doit vérifier  $CA = CB = AB$ . C'est uniquement dans ces conditions que le « dessin » du triangle ABC devient « la figure » du triangle équilatéral ABC. Ce changement de « voir le dessin comme une figure » est intégré à la programmation du logiciel. La question est de savoir comment il est partagé dans la classe : comment le « voir le dessin comme une figure » est-il rendu accessible aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves pour une situation autour du triangle équilatéral ?

### Outils théoriques et méthodologiques pour la construction des séances

De nombreuses recherches sur l'introduction de la géométrie dynamique ont été menées, que ce soit au niveau de l'école primaire (Assude et Gelis, 2002, Grugeon-Allys, 2008) ou au niveau liaison école-collège (Gousseau-Coutat, 2006, Restrepo, 2008). Nous nous situons à la suite de ces travaux qui prennent en compte la complexité de l'intégration des TICE dans l'enseignement, notamment la dimension instrumentale et conceptuelle (Rabardel, 1999). Afin d'étudier les effets provoqués par l'introduction de l'environnement Tracenpoche, nous avons conçu une ingénierie didactique, au sens de méthodologie dans une première expérimentation (Perrin-Glorian, 2009). Cette ingénierie comprend cinq situations de géométrie, chacune incluant des séances dans l'environnement Tracenpoche et dans l'environnement papier-crayon. Un document décrivant les situations est proposé aux enseignants, mais ils peuvent adapter chacune d'elles en fonction de leurs intentions et de leurs contraintes propres.

### Modes d'intégration

Dans une recherche sur l'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique (avec un autre logiciel de géométrie dynamique Cabri géomètre), menée dans deux classes de CM2, Assude a défini les « modes d'intégration [...] » comme « les manières dont l'intégration se fait et qui expriment l'état ou l'action de cette intégration dans les pratiques des élèves et des professeurs » (2007, p. 122). Ces modes d'intégration permettent d'observer et d'analyser différentes manières d'intégrer un logiciel de géométrie dynamique dans la classe, *a posteriori*. L'auteure en présente quatre, les modes d'emploi, les modes d'action, les modes de relations et les modes d'étude.

Les modes d'emploi sont « les manières dont l'intégration exprime la prise en compte des connaissances relatives à l'outil, les façons dont l'outil se transforme en instrument, les façons dont on organise et on accompagne la genèse instrumentale » (*ibid.*, p. 124). Assude présente trois modes d'emploi, initiation instrumentale, renforcement instrumental et symbiose instrumentale. Les deux premiers modes permettent de tenir compte de la transformation de l'outil en instrument pour les élèves. Le troisième rend compte d'un lien fort entre l'environnement Tracenpoche et l'environnement papier-crayon.

Les modes d'action « expriment les manières dont l'intégration prend en charge l'organisation mathématique du travail de l'élève » (*ibid.*, p. 128). À partir de ces indicateurs relativement aux types de tâches et aux différentes techniques, que ce soit dans l'environnement papier-crayon ou Tracenpoche, Assude (*ibid.*, p. 129) décrit trois modes d'action de l'environnement informatique : un mode d'action indépendant, un mode d'action dépendant et un mode d'entrelacement. Dans le premier mode, les tâches et les types de techniques sont totalement indépendantes et dans le second mode, ils sont totalement dépendants. Le troisième mode, le mode d'entrelacement consiste en une imbrication entre les tâches et les techniques dans les deux environnements.

Les modes de relation « sont les manières dont l'intégration prend en charge certaines relations de ce qu'on fait avec le logiciel de géométrie dynamique et ce qu'on faisait sans le logiciel de géométrie dynamique et correspondent donc à la dialectique ancien/nouveau » (*ibid.*, p. 131). Assude présente trois modes de relation, le mode ancien, le mode nouveau et le mode juste distance. Pour le premier, les spéci-

ficités de l'environnement Tracenpoche ne sont pas prises en compte. Pour le deuxième, les tâches sont exclusivement dans l'environnement Tracenpoche. Pour le troisième, les spécificités de l'environnement sont prises en compte, de sorte que les tâches ou les techniques aient un lien plus ou moins grand dans les deux environnements.

Les modes d'étude « sont les manières dont l'intégration prend en charge l'organisation de l'étude de l'élève » (*ibid.*, p. 132). Ces différentes manières correspondent aux différents moments didactiques (Chevallard, 1998).

### Présentation de l'ingénierie et modes d'intégration

À la différence du travail de recherche de Assude, les modes d'intégration ont été vus comme indicateurs *a priori* des situations que nous avons élaborées pour les enseignants. Ainsi, nous avons construit les cinq situations de sorte que l'intégration du logiciel soit dans un mode d'action d'« entrelacement », sachant que cette intégration se place dans un moment didactique particulier, celui des activités d'étude et de recherche (Chevallard, 1998). Par ailleurs, nous avons choisi une imbrication entre les tâches et techniques anciennes ou nouvelles de sorte à maintenir une relation de « juste distance » (quatre situations sur les cinq) et une progression dans la prise en compte de l'outil (« mode d'emploi »), avec deux situations relatives à une « initiation instrumentale », une situation dans un but de « renforcement instrumental » et les deux dernières avec l'objectif de « symbiose instrumentale ». Nous pouvons résumer l'organisation des cinq situations sous la forme suivante :

Situations	Mode d'action	Mode de relation	Mode d'emploi	Figure
<b>Situation 1</b> objectifs mathématiques : droites perpendiculaires	Entrelacement	Juste distance	Initiation instrumentale	
<b>Situation 2</b> objectifs mathématiques : rectangle et cercle	Entrelacement	Juste distance	Initiation instrumentale	
<b>Situation 3</b> objectifs mathématiques : reconnaitre des quadrilatères particuliers	Entrelacement	Nouveau	Renforcement instrumental	
<b>Situation 4</b> objectifs mathématiques : le cercle en tant qu'ensemble de points équidistants du centre	Entrelacement	Juste distance	Symbiose instrumentale	
<b>Situation 5</b> objectifs mathématiques : les éléments caractéristiques du cercle	Entrelacement	Juste distance	Symbiose instrumentale	

Après avoir conçu les situations en tenant compte des modes d'intégration (cf. ci-dessus), nous avons mené une analyse *a priori* de manière à analyser le savoir supposé être l'enjeu mathématique (Assude et

Mercier, 2007). Cet article s'intéresse spécifiquement à la situation 4.

## Outils théoriques pour l'analyse des situations

Notre propos concerne maintenant la mise en œuvre effective de ces situations. Pour décrire les transactions, nous modélisons l'action conjointe du professeur et des élèves à l'aide du modèle du jeu (Sensevy, 2012). D'un point de vue générique, le premier niveau de jeu, le jeu didactique spécifie l'action conjointe en didactique. Il rend compte du paradoxe du professeur : ce dernier sait, mais il ne peut pas dire directement ce qu'il sait aux élèves. Il doit faire en sorte que les élèves finissent par savoir, de leur propre mouvement (clause *proprio motu*). D'un point de vue spécifique, le deuxième niveau de jeu, le jeu d'apprentissage, modélise l'action conjointe en didactique rapportée à un enjeu spécifique inhérent de la relation didactique. C'est précisément ce deuxième niveau de jeu qui va nous intéresser dans cet article. Dans cette modélisation, pour jouer à ce jeu spécifique (un moment de la situation 4), le professeur propose un certain nombre de règles pour jouer (règles définitoires). Par exemple, le professeur a expliqué que dans l'environnement Tracenpoche, il faut déplacer les points pour valider la construction. Par ailleurs, les élèves vont jouer à ce jeu dès lors qu'ils en connaissent un enjeu (investissement dans le jeu). Nous nommons enjeu du jeu d'apprentissage ce que fait faire le professeur aux élèves. Pour reprendre le même exemple, le professeur fait tracer un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche qui ne sera validé que s'il reste équilatéral au cours du déplacement des points. Dans le déroulement de l'action, le jeu est déterminé par la confrontation des élèves à un certain milieu sous un certain contrat, en constante évolution pour atteindre cet enjeu (Brousseau, 1998, Sensevy, 2011).

Décrire le contrat didactique, c'est décrire les attentes réciproques du professeur et des élèves. Il représente ainsi ce sur quoi le professeur et les élèves peuvent prendre appui : ce qu'il y a à faire et les moyens sur lesquels s'appuyer pour pouvoir le faire. Décrire le milieu, c'est décrire les éléments matériels ou symboliques qui posent problème ou qui nourrissent l'action et sur lesquels agissent le professeur et les élèves pour gagner au jeu d'apprentissage. Dans le même exemple, décrire des éléments du contrat c'est préciser que les élèves savent ce qu'est un triangle équilatéral, qu'ils sont capables d'utiliser un certain nombre de fonctions dans le logiciel. Décrire des éléments du milieu, c'est noter

que la construction du triangle se fait à l'écran au fur et à mesure des fonctions sélectionnées dans l'environnement Tracenpoche et que le déplacement des points déplaçables va indiquer si la construction est juste ou fautive (rétroactions du logiciel). Nous modélisons l'action conjointe du professeur et des élèves à l'aide de ce modèle pour rendre visible la manière dont s'organisent les transactions autour de l'environnement Tracenpoche.

Dans cet article, à l'aide de ces éléments théoriques et méthodologiques, nous proposons d'analyser un moment de la situation 4 de l'ingénierie (cf. tableau § *Outils théoriques et méthodologiques pour la construction des séances*), qui représente un extrait de notre travail de thèse (Athias, 2014).

## ÉLÉMENTS DE PRÉSENTATION DE LA SITUATION ÉTUDIÉE

À la suite d'une description rapide de la situation, nous explicitons les choix de conception à l'aide des modes d'intégrations (cf. § *Outils théoriques et méthodologiques pour la construction des séances*). Nous présentons ensuite une analyse *a priori* concernant la construction du triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche puis nous décrivons un moment de classe à des fins d'analyse.

### Description rapide de la situation

Les élèves, par binômes, ont à construire un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche. Le professeur va ensuite faire une reprise collective avec l'ensemble des élèves afin de rendre publiques les difficultés, les erreurs rencontrées.

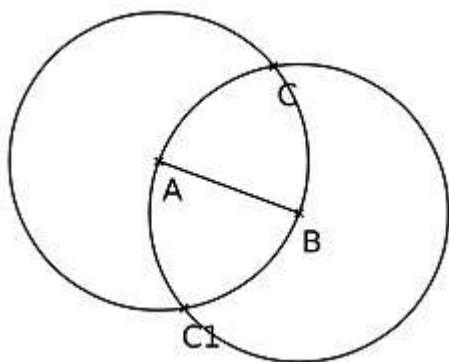
### Les choix de conception

Les élèves ont à construire un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon, puis dans l'environnement Tracenpoche. Nous sommes dans un mode d'action d'entrelacement (Assude, 2007). Quand les élèves ont à tracer un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche, ils savent ce que c'est et ils en ont déjà tracés dans l'environnement papier-crayon : il s'agit d'un mode de rela-

tion de juste distance (*ibid.*), dans la mesure où des connaissances mathématiques sont déjà là (triangle équilatéral, cercle), mais elles sont décontextualisées par l'usage de l'environnement Tracenpoche. Ce sont les propriétés mathématiques du cercle qui permettent de résoudre le problème de construction dans cet environnement. Il s'agit d'un mode d'emploi symbiose instrumentale (*ibid.*).

### Analyse *a priori* concernant la tâche de construction d'un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche

Comme nous l'avons précisé plus haut, nous présentons maintenant une analyse *a priori* du point de vue des enjeux mathématiques. Dans l'environnement Tracenpoche, pour réaliser un triangle équilatéral qui résiste au déplacement, il faut s'appuyer sur la définition du cercle, en tant qu'ensemble de points à une distance donnée d'un point donné. La construction d'un triangle équilatéral passe par la définition du cercle. Un segment  $[AB]$  étant tracé, le point  $C$  est un point du cercle de centre  $A$  et passant par  $B$ , il vérifie l'égalité :  $CA = AB$ .



Par ailleurs, le même point  $C$  est un point du cercle de centre  $B$  et passant par  $A$ , il vérifie également l'égalité  $CB = AB$ . Ainsi, les trois points  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont tels que  $CA = AB = BC$ . Le triangle  $ABC$  est donc équilatéral. Par ailleurs, le point  $C1$ , qui est l'autre point d'intersection des deux cercles permet de construire un autre triangle équilatéral  $ABC1$ .

Cette analyse *a priori* met en évidence la distinction entre la tâche annoncée aux élèves « construire un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche » et un enjeu mathématique, qui consiste à travailler la notion de cercle, en tant qu'ensemble de points équidistants du centre.

### MISE À L'ÉPREUVE DE LA CLASSE

Nous avons choisi de montrer à travers cet exemple spécifique comment l'environnement Tracenpoche peut conduire les élèves à expliciter les propriétés géométriques portées par les instruments usuels (règle et compas, plus spécifiquement) dans l'environnement papier-crayon.

### Contexte de la classe

Dans cette classe, les élèves en binômes ont eu à construire un triangle  $ABC$  équilatéral dans l'environnement Tracenpoche. Collectivement, le professeur fait maintenant construire conjointement le triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche et dans l'environnement papier-crayon. C'est un extrait de cette séance (11 min.) qui va être modélisé à des fins d'analyse.

### Moments choisis : description et analyse

Nous modélisons ces onze minutes sous forme d'un jeu d'apprentissage, dont l'enjeu est de faire expliciter le rôle du compas dans l'environnement papier-crayon en s'appuyant sur les nécessités d'explicitation dans l'environnement Tracenpoche. Notre regard se porte uniquement sur cette explicitation. Nous avons identifié huit phases, notées de  $a$  à  $h$  en fonction des tâches à réaliser<sup>3</sup>.

a	b	c	d	e	f	g	h
---	---	---	---	---	---	---	---

Après avoir défini le jeu de comparaison (phase  $a$ ), le professeur laisse les élèves tracer un segment (phase  $b$ ). Il fait ensuite identifier le cercle dans l'environnement Tracenpoche au compas de l'environnement papier-crayon (phase  $c$ ). Il fait alors construire par les élèves le premier cercle dans les deux environnements (phase  $d$ ) et demande la comparaison (phase  $e$ ). Il procède de même pour le deuxième cercle (phases  $f$  et  $g$ ) avant de faire construire le point d'intersection (phase  $h$ ). Nous allons maintenant analyser plus précisément chacune de ces phases.



Phase a : définir le jeu de comparaison

Description

Les élèves se retrouvent ensemble dans la salle de classe après avoir construit en binômes, un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche. Le professeur explique qu'ils vont collectivement tracer deux triangles équilatéraux, l'un sur le tableau de droite, avec les instruments usuels et l'autre sur Tracenpoche dont l'écran est projeté au tableau (P : « Ce que j'attends de votre part, c'est qu'on fasse

en parallèle un tracé au tableau et le tracé avec Tracenpoche »). Tout en disant cela, il prépare les instruments. Il explique alors ce qu'il demande aux élèves (P : « Pour voir ce qui est pareil et ce qui est différent entre les deux tracés »). Une élève, Eva, est au tableau pour tracer (un espace est prévu à cet effet sur la partie droite du tableau, le professeur a préparé les instruments usuels) et une autre élève, Amélie, est sur l'ordinateur, l'écran de l'ordinateur est vidéoprojeté plus à gauche (cf. illustration 3).



Analyse

Modéliser la situation consiste pour nous ici à expliciter des éléments du contrat. Nous savons que les élèves ont déjà travaillé sur le triangle équilatéral :

ils savent ce que c'est. Ils savent également en tracer un avec un compas et une règle (cf. illustrations de 4 à 6).

<p>Illustration 4:</p>	<p>Illustration 5:</p>	<p>Illustration 6:</p>
<p>Le segment [AB] étant tracé, l'élève sait faire un arc de cercle « vers le haut » en prenant un écartement sur le compas égal à la distance AB à partir de A.</p>	<p>L'élève sait faire un second arc de cercle à partir de B.</p>	<p>L'élève trace les deux segments [AC] et [BC]. Il sait que le triangle ABC est équilatéral.</p>

Par ailleurs, les élèves viennent de tracer un triangle équilatéral dans l'environnement Tracenpoche. Ils ont rencontré des difficultés. Ils savent que les boutons de Tracenpoche permettent de faire des constructions et que la validation passe par la conservation des propriétés au cours du déplacement.

Eva est au tableau avec les instruments usuels et Amélie est sur Tracenpoche.

Par ailleurs, du point de vue du professeur, il sait que les élèves ont effectivement construit le triangle dans l'environnement Tracenpoche et qu'ils ont déjà tracé un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon (à un autre moment). Il s'est rendu compte des difficultés rencontrées.

Dans cette phase, le professeur définit les règles de ce nouveau jeu : il explique ce qu'il veut, à savoir construire en même temps un triangle équilatéral dans les deux environnements. Il précise que dans ce nouveau jeu de double tracé, l'enjeu pour les élèves, est de repérer les différences entre les deux environnements. Il ajoute d'emblée que la distance entre les deux manières de construire n'est pas très

le professeur ne rappelle pas les règles définitives de l'environnement Tracenpoche (le déplacement) ou de l'environnement papier-crayon (usage des instruments). Le jeu s'adresse à tous les élèves (« Ce que j'attends de votre part »), même si seuls deux élèves sont concernés à chaque étape du tracé, l'un sur l'ordinateur l'autre au tableau avec les instruments. Le professeur renforce ainsi l'idée que l'investissement dans le jeu est collectif et que les élèves peuvent intervenir.

### Phase b : tracer un segment

Eva trace le segment  $[AB]$  dans la partie droite du tableau (cf. illustration 7<sup>4</sup>), puis Amélie trace également un segment  $[AB]$  dans la partie centrale du tableau (cf. illustration 8<sup>5</sup>).

Nous présentons ce moment, car chronologiquement, il est important dans la construction du triangle. Mais les échanges entre le professeur et les élèves ne concernent pas directement l'usage du compas.

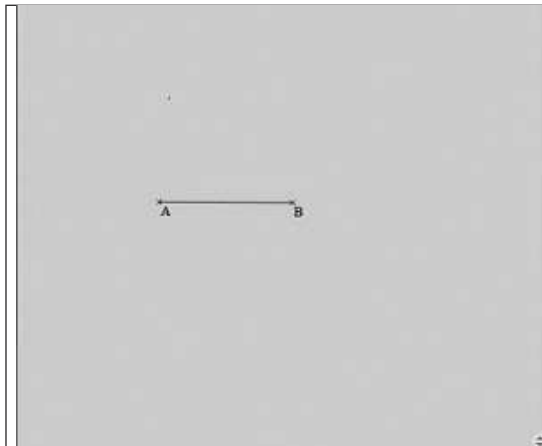


Illustration 7

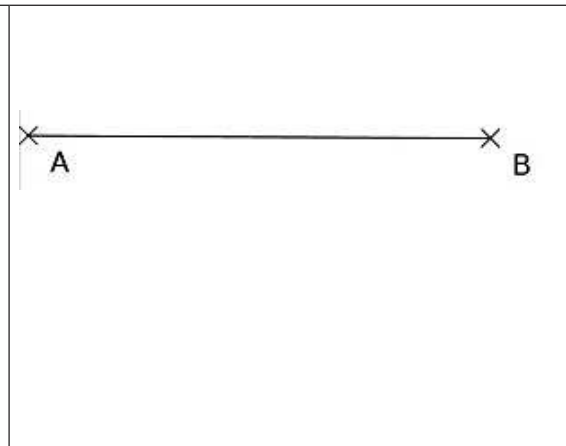


Illustration 8

grande, voire inexistante (« ce qui est pareil et ce qui est un peu différent »). Il rapproche ainsi deux manières de faire, sachant que les élèves ont réalisé ces tâches mais dans des temps différents. Autrement dit, les éléments du milieu auxquels sont confrontés les élèves offrent peu de résistance, les difficultés ayant été résolues au fur et à mesure des tâches précédentes (tracer un triangle équilatéral dans l'environnement papier-crayon ou dans l'environnement Tracenpoche). On peut noter qu'à ce moment,

### Phase c : le cercle vu comme un compas

#### Description

Le professeur demande à Eva comment continuer après le tracé du segment  $[AB]$  (P : « Que va-t-on faire pour tracer un triangle équilatéral si on est sur le papier ? »). Sans hésiter, cette dernière parle du compas et s'en saisit (Eva : « Ben on va utiliser le compas »). Le professeur se tourne vers Amélie et lui demande si elle peut prendre le compas (P : « On va

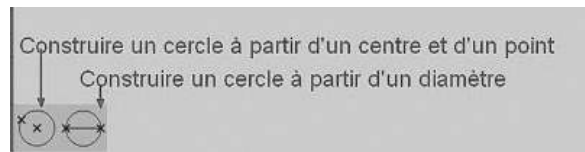
utiliser le compas. Amélie tu vas utiliser le compas ? Est-ce que tu as des compas là sur Tracenpoche ? ». Amélie confirme qu'elle dispose du compas (Amélie : « Oui »). Le professeur demande des précision (P : « Oui, c'est quoi ? »). Amélie répond « Tracer un cercle ».

### Analyse

Les règles définitoires du jeu étant posées, le professeur et les élèves commencent à comparer les deux manières de faire. Nous voyons ici le professeur orienter l'attention des élèves successivement sur ce qu'il y a à faire dans l'environnement papier-crayon puis dans l'environnement Tracenpoche. C'est ainsi que l'élève Eva, qui dispose des instruments usuels, sait comment continuer (elle prend le compas sans hésiter). Elle explique quel instrument elle va choisir (Eva : « Ben on prend le compas »), mais elle ne définit pas comment elle va l'utiliser. Autrement dit, par effet de contrat didactique, elle a l'intention de reproduire ce qu'elle sait déjà faire. À la suite, la deuxième élève, Amélie, qui est dans l'environnement Tracenpoche répond aux sollicitations du professeur concernant la présence du compas. C'est donc à l'initiative du professeur que la comparaison des deux environnements est déclenchée (P : « Est-ce que tu as des compas là sur Tracenpoche ? »). Autrement dit, le professeur essaie de déclencher un problème en évoquant le compas (instrument réel permettant de tracer un cercle) dans l'environnement Tracenpoche, logiciel qui ne peut pas contenir un tel instrument. Il cherche à rendre explicite une différence entre les deux manières de faire. Mais, pour le deuxième élève, cette différence n'existe pas, le compas est « dans Tracenpoche ». Autrement dit, pour cet élève, l'instrument utilisé dans l'environnement papier-crayon, le compas, est assimilé au résultat du tracé à savoir le cercle dans l'environnement Tracenpoche, ce que confirme la dernière assertion de l'élève. Comme nous l'avons déjà noté dans la phase a, les éléments du milieu ne posent pas de problème : la comparaison entre les deux environnements apparaît comme une simple juxtaposition.

À ce niveau, précisons les éléments mathématiques suivants. Dans l'environnement Tracenpoche, tel qu'il est configuré dans cette classe, nous avons deux boutons disponibles, le bouton « cercle de centre donné passant par un point » et le bouton « cercle de diamètre donné » (cf. cf. illustration 9).

Illustration 9



L'absence de discours sur la manière d'utiliser le compas (où met-on la pointe sèche ? où met-on la pointe du crayon?) va rendre difficile le choix du bouton « cercle » de Tracenpoche en fonction de ses éléments caractéristiques. Ce sont, en effet, les éléments caractéristiques qui permettent à l'utilisateur du logiciel de choisir l'un d'eux. Mais lorsque l'élève assimile le cercle au compas, il ne se rend pas compte de cette nécessité. Le professeur accepte momentanément cette formulation incomplète, alors qu'il sait qu'elle est insuffisante. Il demandera une explicitation dans la phase suivante.

### Phase d : construire un premier cercle

#### Description

Le professeur se retourne alors vers Eva et lui demande d'explicitier ce qu'elle va faire avec le compas, en prenant appui sur ce que va devoir faire l'autre élève Amélie (P : « Dis-nous ce que tu fais pour qu'Amélie puisse le faire »). Eva s'explique (Eva : « Ben, je fais un cercle. Je prends la mesure et je fais ça »). Le professeur insiste (P : « Pourquoi tu piques en B ? »). Eva montre ce qu'elle va faire, mais ne parvient pas à expliquer (Eva : « Parce que, je ne sais pas »). Collectivement, avec les élèves de la classe, avec une guidance forte du professeur, Eva conclut que B est le centre du cercle (P : « Le B va être quoi ? », Eva : « Le centre ») et AB est le rayon du cercle (P : « Et donc, Amélie, elle va avoir quoi, elle ? On va l'appeler comment AB, pour son travail à Amélie ? » ; Eva : « Le rayon »). Eva trace alors le premier cercle avec le compas. Puis le professeur revient vers Amélie (P : « Amélie t'es prête ? T'as vu, elle, elle va faire un arc de cercle, toi tu vas faire un cercle. Elle a dit de centre B, de centre B. »). Un élève complète en précisant le rayon (E : « Et de rayon AB »). Amélie trace alors le cercle dans l'environnement Tracenpoche.

### Analyse

C'est précisément à partir de cette phase que les éléments du milieu sont rendus visibles. En effet, le professeur reprend la question d'un autre point de vue. Dans l'environnement papier-crayon, la description de la manière de faire est inutile puisque Eva sait le faire (par effet de contrat, elle sait que tracer un cercle revient à prendre le compas). Pour faire expliciter les actions d'Eva, le professeur oriente le regard des élèves vers l'environnement Tracenpoche (P : « Amélie, elle va avoir quoi, elle ? »). Il justifie sa requête par la construction future (certes proche) dans l'environnement Tracenpoche. Autrement dit, en rendant nécessaires les explicitations pour l'environnement Tracenpoche, le professeur donne à voir aux élèves les relations géométriques, contenues implicitement dans l'usage du compas. Nous notons qu'à ce moment il suffit au professeur de faire appel à la juxtaposition des deux environnements pour rendre nécessaires les explicitations. Ainsi, du point de vue des mathématiques, le vocabulaire des cercles est aussi mis à l'épreuve lors de l'explicitation de la technique dans l'environnement papier-crayon, le lieu de la pointe sèche du compas est le centre du cercle, l'écartement des branches représente son rayon. C'est précisément ce vocabulaire qui est nécessaire pour permettre (ici, à Amélie) de construire dans l'environnement Tracenpoche. La présence des deux environnements n'est plus une simple juxtaposition, mais un milieu où les explicitations des éléments caractéristiques du cercle sont nécessaires.

Nous notons que si, les deux élèves (Eva et Amélie) ont un rôle privilégié dans la classe, puisque

ce sont elles qui disposent du logiciel ou des instruments, c'est bien le professeur qui oriente l'action : il retarde l'action d'Eva pour faire mettre en évidence les éléments caractéristiques du cercle. Ces derniers sont explicités dans un dialogue entre le professeur et des élèves (autres qu'Amélie ou Eva). Nous pouvons décrire les différentes positions dans la classe de la façon suivante. Le professeur sait, il ne dit pas ce qu'il sait et oriente l'attention des élèves en prenant appui sur la juxtaposition des deux environnements. Les élèves déchiffrent le milieu et produisent des réponses pertinentes concernant l'usage du compas à travers l'usage (futur) du logiciel.

### Phase e : Comparer le résultat dans les deux environnements

#### Description

Les deux tracés sont terminés (cf. cf. illustrations 10 et 11<sup>6</sup>).

Le professeur demande alors de comparer les résultats obtenus (P : « Est-ce qu'elle a le même genre de travail sur le tableau et sur Tracenpoche ? Quelle est la différence ? »). Un premier élève parle de l'absence de compas dans l'environnement Tracenpoche (« En réel, on doit prendre le compas et sur Tracenpoche on ne doit pas le prendre »). Un deuxième élève évoque la différence de ce qui est affiché (« On trace à peine le cercle, que sur Tracenpoche, on le trace entièrement »). Le professeur demande aux élèves de revenir sur la question du vocabulaire (P : « Ça ne s'appelle pas un "à-peine

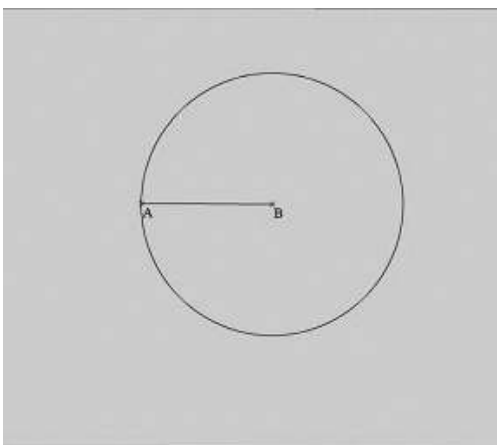


Illustration 10

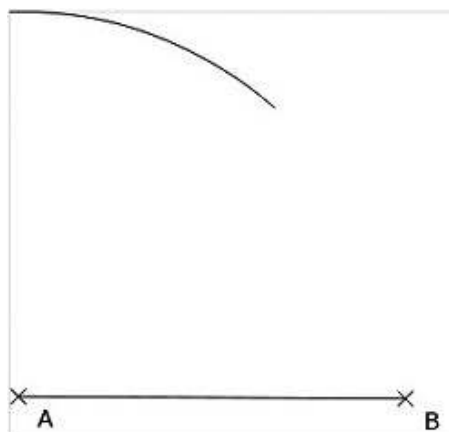


Illustration 11

de cercle". Ça s'appelle un... »). Un troisième élève complète « Un arc ».

**Analyse**

Comme précédemment, le professeur oriente l'attention des élèves sur l'arc de cercle et le cercle, comme éléments pertinents du milieu. Ainsi, il revient à la question initiale de la comparaison des deux environnements et pose d'emblée la question des différences. Le premier élève pointe une différence de technique, l'usage ou non du compas. Nous notons donc ici une évolution par rapport au discours initial : Amélie avait expliqué qu'il y avait un compas dans l'environnement Tracenpoche (phase c). Le second note une différence sur le résultat de cette technique, la présence des cercles ou des arcs de cercle. Là encore, la juxtaposition des deux environnements ne contribue pas à elle seule à faire expliciter les relations géométriques. C'est le professeur qui oriente l'attention des élèves de manière à mettre en évidence une relation entre le cercle et l'arc de cercle. Du point de vue des élèves, cette relation entre cercle et arc de cercle nécessitait une explication.

**Phase f : construire un deuxième cercle**

Rapidement, le deuxième cercle est tracé dans les deux environnements (cf. cf. illustrations 12 et 13).

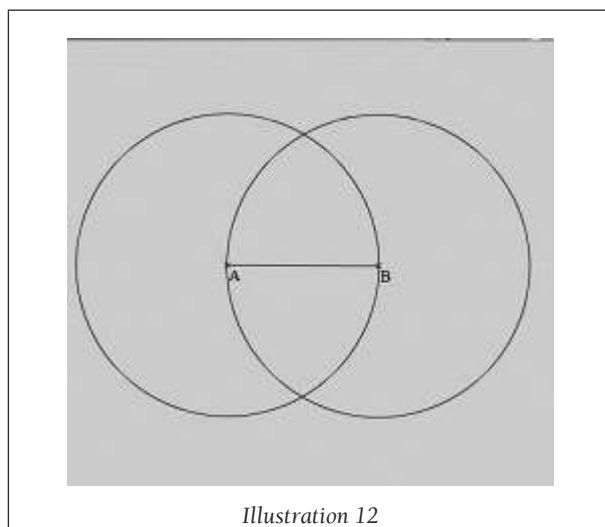


Illustration 12

La construction du deuxième cercle est faite dans les deux environnements. Nous n'insistons pas sur cette phase, qui n'apporte pas d'éléments d'analyse supplémentaires.

**Phase g : Comparer le résultat dans les deux environnements**

**Description**

Le professeur demande aux élèves de comparer les résultats dans les deux environnements (P : « Est-ce qu'on obtient la même chose au tableau et sur Tracenpoche ? »). D'un commun accord, les élèves répondent par un « Non » collectif. Le professeur insiste (P : « Non, mais qu'est-ce qui va être important sur Tracenpoche ? On peut montrer ce qui est important sur Tracenpoche »). Il pointe la différence et cherche cependant à rapprocher les deux résultats (P : « Et où ça se trouve la petite chose, les deux arcs de cercle-là ? Valentin, tu peux me les montrer au tableau ? »). Il demande à un élève de faire en sorte de voir la même chose (P : « T'imagines tu fais comme un cache, puis ce cache tu le poses pour qu'on voit la même chose »). Valentin délimite une zone avec son doigt (cf. cf. illustration 14) de sorte à montrer que cette zone correspond aux arcs de cercle (cf. cf. illustration 15). Immédiatement, le professeur pointe une différence (P : « Bien entendu, avec Tracenpoche, qu'est-ce qu'on obtient aussi ? »). Un élève répond « celui du bas ». Le professeur montre alors le point d'intersection des deux cercles situés vers le bas du tableau. Il rappelle aux élèves que ce deuxième point les avait perturbés au moment de la construction par binômes.

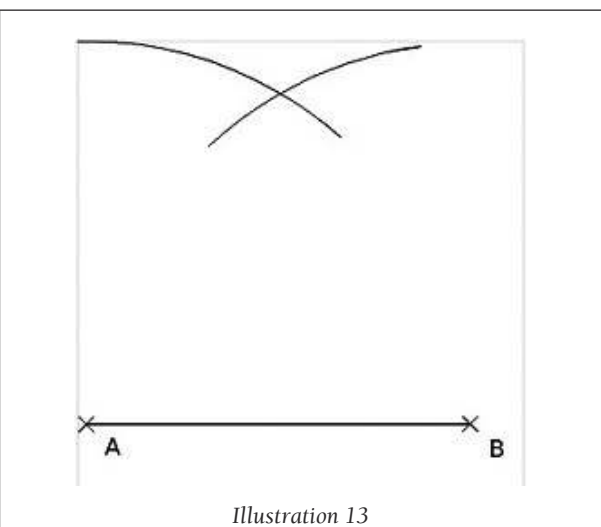


Illustration 13

**Analyse**

Au fur et à mesure de l'avancée dans le temps, nous voyons le professeur prendre appui sur les

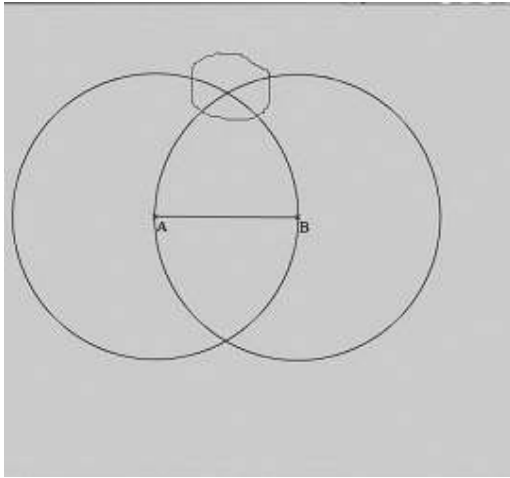


Illustration 14

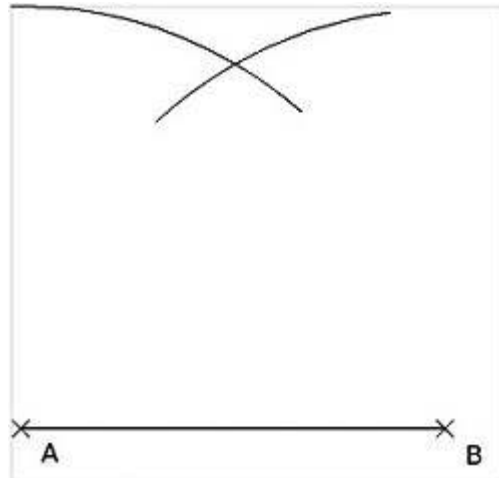


Illustration 15

éléments issus de la juxtaposition des environnements pour rendre saillantes certaines notions mathématiques. Il donne à voir aux élèves des différences entre l'environnement Tracenpoche et l'environnement papier-crayon. Les élèves sont tous d'accord pour le dire. Mais là encore c'est le professeur qui, en prenant appui sur ces différences évidentes, demande des explicitations. L'effet de « cache » sur l'écran, proposé par un élève à la demande du professeur, donne à voir une des intersections des arcs de cercle. Le professeur donne ainsi à voir aux élèves comment les arcs de cercle (ce qu'ils ont l'habitude de faire) sont en fait des portions de cercles définies par un centre et un rayon (ce qu'ils viennent d'apprendre à faire dans l'environnement Tracenpoche).

Notons la prise en compte de connaissances mathématiques de la part du professeur. Il revient sur la présence d'un deuxième point, qu'un élève signale comme étant « celui du bas ». Ce deuxième point permet de construire un autre triangle équilatéral. Le fait de tracer des arcs de cercle dans l'environnement papier-crayon conduit implicitement à un choix de l'un de ces deux triangles (« vers le haut »).

### *Phase h : construction effective du point d'intersection*

#### **Description**

Le professeur demande à Eva d'expliquer ce qui va suivre (P : « Que fait-on maintenant, jeune fille ? », Eva : « Là, à l'intersection, on met le point C »). Elle

montre et place le point C. Le professeur se tourne alors vers Amélie (P : « Donc Amélie, qu'est-ce que tu fais, toi ? »). Cette dernière cherche à sélectionner le bouton « point ». Le professeur lui signale qu'elle ne tient pas compte de ce qu'Eva a expliqué (P : « Oui, mais t'as oublié le mot qui était super important »). Un élève dévoile le mot "magique" (E : « Point d'intersection »). Amélie sélectionne alors le bouton « point d'intersection », sélectionne et valide les deux cercles. À l'écran apparaissent deux points C et C1.

#### **Analyse**

Les arcs de cercle étant tracés, Eva sait continuer. Sous l'effet des demandes successives du professeur, elle explique maintenant ce qu'elle va faire, tout en montrant le point d'intersection des deux arcs de cercles. Le professeur accepte la formulation proposée.

Jusqu'à présent, les éléments du milieu permettaient au professeur d'engager les élèves vers une explicitation de l'usage du compas, l'environnement Tracenpoche servant de prétexte à l'explicitation. Le nouveau (l'environnement Tracenpoche) permet de faire expliciter l'ancien (l'environnement papier-crayon). Par contre, ici, dans cette phase, c'est l'ancien qui permet de faire comprendre le nouveau (une connaissance instrumentale de l'environnement Tracenpoche). En effet, la construction étant faite dans l'environnement papier-crayon, le professeur se tourne du côté de l'environnement Tracenpoche. Il sait qu'une connaissance instrumentale est en jeu : le point d'intersection des deux cercles doit être déclaré.

Autrement dit, pour placer le point C, il est nécessaire de sélectionner le bouton spécifique « point d'intersection » et non le bouton « point ». Cette distinction est une contrainte instrumentale, connue du professeur. Les élèves l'ont déjà rencontrée. Cette spécificité de l'environnement Tracenpoche n'est pas accessible à l'élève Amélie à ce moment-là : elle sélectionne le bouton « point ». Le professeur intervient immédiatement pour corriger cette erreur. Pour cela, il oriente alors l'attention d'Amélie vers les propos d'Eva, propos passés dont il convient de se souvenir. Il suggère de se rappeler spécifiquement d'un mot, mais il n'en dit pas plus, laissant ainsi un élève le rappeler. Il insiste alors sur la nécessité de sélectionner le bouton « point d'intersection ».

On note que le logiciel propose deux points d'intersection des deux cercles, C et C1 (cf. illustration 16).

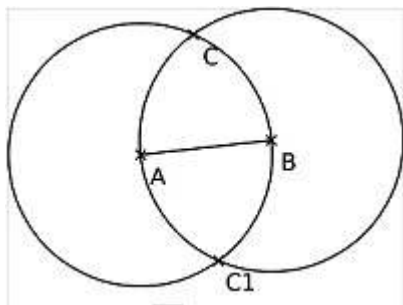


Illustration 16

Or, et bien qu'il l'ait évoquée dans la phase g, le professeur ne revient pas sur cette différence importante mise en évidence dans l'environnement Tracenpoche : dans l'environnement papier-crayon, tracer deux arcs de cercle avec le compas vers le haut sous-entend de choisir *a priori* un des deux points d'intersection des cercles.

## DISCUSSION- CONCLUSION :

Nous avons fait l'hypothèse que l'introduction d'un logiciel de géométrie dynamique était un moyen de rendre explicites les objets géométriques et les relations qu'ils entretiennent. Dans la situation que nous venons de présenter, l'environnement Tracenpoche est utilisé par le professeur comme tel, validant (localement) ainsi notre hypothèse.

Nous cherchions également à étudier comment voir le dessin (en tant que représentation graphique) comme une figure (en tant qu'objet géométrique dont les relations ont été explicitées) était rendu accessible

aux élèves par l'action conjointe du professeur et des élèves. À partir de la description et de l'analyse que nous venons de produire, nous souhaitons maintenant développer cette question.

## Retenir pour faire voir

Dans le jeu de comparaison des environnements juxtaposés, le professeur oriente l'attention des élèves de sorte à rendre nécessaires des explicitations quant à l'usage du compas. Il s'appuie ainsi sur les éléments du milieu pour rendre saillantes des propriétés géométriques qui, à première vue, ne posaient pas problème. Nous voulons revenir sur la manière dont le professeur organise les transactions. Il choisit de laisser des implicites pour mieux y revenir ensuite. Par exemple, dans la phase c, il accepte de la part d'Amélie de considérer le cercle comme un compas. Puis, dans la phase suivante d, il fait mettre en évidence par l'ensemble des élèves de la classe les éléments caractéristiques du cercle, permettant ainsi la distinction entre le compas (instrument réel) et le résultat obtenu avec le compas (le cercle). Pour y parvenir, il empêche Eva de tracer (le cercle) avec le compas, alors qu'elle sait le faire. Il lui demande d'expliquer ce qu'elle a l'intention de faire, non pas pour elle-même mais pour la construction dans l'environnement Tracenpoche. Autrement dit, le professeur contraint les explicitations en appui sur l'environnement Tracenpoche, établissant ainsi une distinction entre le dessin (le résultat obtenu par le compas) et la figure (le résultat explicité par des propriétés géométriques).

## Rendre explicite

Le professeur choisit également de faire expliciter des propriétés implicites. La présence des deux environnements ne se réduit pas à une simple juxtaposition. Le professeur s'appuie sur cette juxtaposition pour faire voir les éléments mathématiques. Par exemple, dans la phase e, il fait établir un lien entre le cercle et l'arc de cercle. Là encore, il tait l'enjeu réel et oriente l'attention des élèves sur les différences entre les deux environnements juxtaposés. C'est donc un élève qui explique qu'un arc de cercle est une portion de cercle, qui habituellement n'est pas tracé. De la même manière, le professeur rend expli-



cites les conséquences du choix du tracé des arcs de cercle de l'environnement papier-crayon. Mais comme précédemment, il tait d'abord l'enjeu de la question, à savoir le tracé des cercles dans l'environnement Tracenpoche qui donne à voir deux points d'intersection C et C1 (phase g). Puis c'est l'effet du « cache » proposé par un premier élève qui va mettre en évidence le point C, c'est un élève qui parlera d'un deuxième point vers le bas.

### Interrompre pour faire dire

Lorsqu'Amélie choisit le bouton « point » au lieu du point spécifique « point d'intersection », le professeur l'arrête immédiatement (phase h). Il sort ainsi de sa réserve. Puis, il prend appui sur l'environnement papier-crayon pour faire retrouver une connaissance instrumentale. Il suggère à l'élève de se souvenir de ce qui a été fait et dit dans l'environnement papier-crayon. Un élève intervient pour venir en aide à Amélie en rappelant que c'est un point d'intersection. Cette aide est suffisante pour permettre à Amélie de terminer. Autrement dit, là encore, la juxtaposition sert au professeur pour résoudre le problème du point d'intersection.

### Enjeu mathématique

Une question qui se pose concerne la distance entre notre analyse *a priori* et la mise en œuvre dans la classe. L'enjeu mathématique que nous avons identifié est de voir le cercle comme moyen de garantir l'égalité des longueurs des côtés du triangle. Si le cercle est bien utilisé comme outil et si le professeur met en évidence la parenté entre les techniques dans les deux environnements, il ne va pas jusqu'à utiliser une définition mathématique du cercle - ensemble de points équidistants d'un centre - pour garantir l'égalité des longueurs. Nous montrons que le professeur explicite certes des relations géométriques, mais il n'exploite pas toutes les potentialités de la situation. En cela, nous décrivons une limite d'une telle situation.

### CONCLUSION

Nous avons montré le rôle du professeur, qui organise les transactions autour de la juxtaposition des deux environnements. La juxtaposition à elle-seule ne pose pas de problème particulier : en effet, toutes les difficultés auxquelles ont été confrontés les élèves ont été résolues. Le milieu auquel sont confrontés les élèves est à première vue plutôt pauvre. La juxtaposition des deux environnements est rendue problématique par les exigences d'explicitation du professeur, qui se retrouvent contextualisées et justifiées du fait de la présence des deux environnements. Le professeur oriente l'attention des élèves en restant réticent sur l'explicitation des propriétés géométriques. Nous pouvons donc noter l'ingéniosité du professeur dans sa manière de rendre visibles les implicites de la situation. Mais cela nous montre aussi les limites d'une telle situation. La juxtaposition des deux environnements met en valeur les propriétés géométriques, mais elle n'a de sens pour les élèves que grâce à la qualité professionnelle du professeur. Par ailleurs, les propriétés géométriques sont celles que le professeur donne à voir et nous avons repéré qu'il était possible d'en faire étudier d'autres.

La présence des deux environnements, tels que nous venons de le voir, ne peut donc pas se résumer à deux manières de faire. Il n'y a pas d'un côté ce qu'on obtient dans l'environnement Tracenpoche (cf. illustration 14) et de l'autre côté l'environnement papier-crayon (cf. illustration 15). L'enjeu annoncé par le professeur (« ce qui est pareil et ce qui est un peu différent ») n'est pas l'enjeu réel. La juxtaposition des deux environnements permet au professeur de rendre visibles, nécessaires et explicites ce qui fait partie des habitudes. En effet, du point de vue de l'élève, il suffit de savoir faire une construction avec les instruments usuels (le triangle équilatéral avec le compas, cf. illustrations 4 à 6) ou il suffit de savoir faire une telle construction dans l'environnement Tracenpoche (cf. illustration 16). Le contrat du point de vue de l'élève se résume donc à obtenir un résultat conforme à ce qui est demandé (un triangle équilatéral). Du point de vue du professeur, il s'agit plutôt de justifier les raisons de la construction, en appui sur les propriétés mathématiques. La juxtaposition des deux environnements constitue un milieu (au sens des éléments matériels et symboliques qui posent problème) sur lequel le professeur peut



prendre appui pour faire évoluer le point de vue de l'élève. Soit la construction dans l'environnement Tracenpoche est le prétexte à rendre explicites des connaissances mathématiques nécessaires dans l'environnement papier-crayon (les éléments caractéristiques du cercle) (dans les phases b, c, d, e, f et g), soit la construction dans l'environnement papier-crayon conduit à finaliser la construction dans l'environnement Tracenpoche (phase h). Le professeur oriente le regard des élèves alternativement sur l'un ou l'autre des environnements, chacun d'eux conduisant à un éclairage de l'autre, à travers l'explicitation des propriétés géométriques.

Dans notre travail de thèse (Athias, 2014), nous avons décrit et analysé de nombreux exemples au cours des cinq situations mises en œuvre dans trois classes (cf. § *Outils théoriques et méthodologiques pour la construction des séances*), dans lesquels l'environnement Tracenpoche semble être un catalyseur pour donner à voir des propriétés géométriques, qui ne sont pas nécessairement explicitées. Nous avons décrit et analysé le rôle du professeur dans les transactions. Nous avons ainsi montré comment les notions de contrat et de milieu peuvent permettre de rendre compte des transactions. Par contrat, nous entendons ce sur quoi les élèves (et le professeur) peuvent s'appuyer pour s'engager dans le jeu. Par milieu, nous définissons ce qui pose problème aux élèves. L'environnement Tracenpoche et l'environnement papier-crayon forment un système stratégique virtuel (milieu résistant) sur lequel le professeur peut s'appuyer pour orienter le regard des élèves. Il ne s'agit pas seulement de résoudre des problèmes qui sont posés dans l'environnement Tracenpoche, mais de résoudre des problèmes géométriques, indépendamment de l'environnement.

Par ailleurs, nous avons également repéré des distances plus ou moins grandes entre l'analyse *a priori* et l'enjeu mathématique visé. Les résultats de cette étude appellent d'autres questions : comment peut-on modifier les conditions de l'introduction de l'environnement Tracenpoche ? Comment faire en sorte que les enjeux mathématiques soient davantage mis en évidence ? Les potentialités d'un environnement tel que Tracenpoche semblent réelles. Mais dans le même temps, comme nous avons pu le voir dans la situation du triangle équilatéral, ces potentialités peuvent s'arrêter à certaines limites.

Les enjeux mathématiques d'une situation sont plus ou moins atteints. Ils dépendent de la situation

elle-même, de la capacité du professeur à orienter l'attention des élèves dans telle ou telle direction, comme nous l'avons montré, mais cette capacité dépend elle-même de sa propre compréhension mathématique de la situation. Ces différents aspects pourraient être approfondis en associant professeurs et chercheurs dans la conception et l'analyse des situations, par exemple dans un dispositif de type ingénierie coopérative (Sensevy, Forest, Quilio & Morales, 2013).

## NOTES

1. Un logiciel de géométrie dynamique est un logiciel qui est programmé sur la base des propriétés géométriques qu'il représente. Il permet de construire à l'écran des formes géométriques, à partir de fonctions élémentaires telles que tracer un segment, une droite, une droite perpendiculaire à une autre droite passant par un point, un cercle de centre donné et passant par un point, etc. La particularité d'un tel logiciel est que les objets à l'écran sont déplaçables par un cliquer-déplacer (aspect dynamique). Dans un tel logiciel, seules les « figures » résisteront aux déplacements, ce que nous explicitons plus loin.
2. Nous reprenons les termes de ces auteurs, mais nous en modifions un peu le sens.
3. La longueur des rectangles est proportionnelle au temps.
4. Nous avons choisi de reproduire l'écran du logiciel Tracenpoche vidéoprojeté au tableau, par souci de lisibilité.
5. De la même manière, nous avons choisi de reproduire la construction de la partie droite du tableau.
6. De la même manière que précédemment, nous avons choisi de reproduire les deux parties du tableau de classe.

## RÉFÉRENCES

- Assude, T. (2007). Modes et degré d'intégration de Cabri dans des classes du primaire. Dans R. Floris & F. Conne (dir.), *Environnements informatiques, enjeux pour l'enseignement des mathématiques* (p. 119-134). Bruxelles, Belgique : De Boeck.
- Assude, T. & Gelis, J-M. (2002). La dialectique ancien-nouveau dans l'intégration de Cabri-géomètre à l'école primaire. *Educational Studies in Mathematic*, 50, 259-287.
- Assude, T. & Mercier, A. (2007). L'action conjointe professeur-élève dans un système didactique orienté vers les mathématiques. Dans G. Sensevy & A. Mercier (dir.), *Agir ensemble : L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (p. 153-185). Rennes, France : Presses Universitaires de Rennes.
- Athias, F. (2014). *La géométrie dynamique comme moyen de changement curriculaire*. Thèse de doctorat, Aix-Marseille université, France.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, France : La pensée sauvage.
- Chevallard, Y. (1998, juillet). *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique*. Cours donné à l'université d'été de didactique des mathématiques, La Rochelle.
- Gousseau-Coutat, S. (2006). *Intégration de la géométrie dynamique dans l'enseignement de la géométrie pour favoriser la liaison école primaire collège : une ingénierie didactique au collège sur la notion de propriété*. Thèse de doctorat, université Joseph Fourier Grenoble.
- Grugeon-Allys, B. (2008). Pratiques d'intégration d'un logiciel de géométrie dynamique à l'école élémentaire. *Carrefours de l'éducation*, 25, 75-90.
- Laborde, C. & Capponi, B. (1994). Cabri géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(1/2), 165-210.
- Perrin-Glorian, M.-J. (2009). L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Dans C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck & F. Wozniak (dir.), *En amont et en aval des ingénieries didactiques*, (p. 57-78), XV<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques, Clermont-Ferrand, France.
- Rabardel, P. (1999). Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques. Dans M. Bailleul (dir.), *Évolution des pratiques des enseignants de mathématiques ; Rôle des instruments informatiques et de l'écrit* (p. 203-213), X<sup>e</sup> école d'été de didactique des mathématiques, Houlgate, France.
- Restrepo, A.-M. (2008). *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6<sup>e</sup>*. Thèse de doctorat, université Grenoble, France.
- Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles, Belgique : De Boeck.
- Sensevy, G. (2012). Le jeu comme modèle de l'activité humaine et comme modèle en théorie de l'action conjointe en didactique. Quelques remarques. *Nouvelles Perspectives en Sciences Sociales*, 7(2), 105-132.
- Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S. & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as a specific design-based research. *ZDM, The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 1031-1043.