Calculer une machine au XVIII^e siècle

Designing a Machine in the 18th Century

Bernard Delaunay

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/ephaistos/5545>

DOI : 10.4000/ephaistos.5545

ISSN : 2552-0741

Éditeur

IHMC - Institut d'histoire moderne et contemporaine (UMR 8066)

Édition imprimée

Date de publication : 1 juin 2013

Pagination : 73-83

ISSN : 2262-7340

Référence électronique

Bernard Delaunay, « Calculer une machine au XVIII^e siècle », *e-Phaïstos* [En ligne], II-1 | 2013, mis en ligne le 15 janvier 2019, consulté le 19 juin 2020. URL : <http://journals.openedition.org/ephaistos/5545> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/ephaistos.5545>

Calculer une machine au XVIII^e siècle

Bernard Delaunay

Centre d'Histoire des Techniques

(CH2ST/EA127),

Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

Les machines sont omniprésentes au XVIII^e siècle, dans les forges avec les soufflets et les martins, dans les papeteries avec les moulins à papier, dans les mines avec les pompes d'exhaure des mines, dans l'urbanisme pour pomper et distribuer l'eau parmi d'autres nombreux ouvrages. Maurice Daumas intitule d'ailleurs son tome 2 de *l'Histoire générale des techniques : 1725-1860, l'expansion du machinisme*. L'énergie hydraulique est alors essentielle pour mettre ces machines en mouvement et, dépassant le simple moulin de meunerie, la roue hydraulique est le moteur de ces machines ; et les mécaniciens automobiles continuent aujourd'hui de désigner le moteur par le nom familier de « moulin », le mot anglais *mill* désigne aussi bien un moulin qu'une usine. Les « mécaniciens » qui construisent, règlent, mettent en œuvre ces machines recherchent naturellement, pour des raisons économiques évidentes, le meilleur fonctionnement possible et ne partent pas « à l'aveugle » dans la conception et la réalisation des roues hydrauliques mais lorsque l'académicien Parent les observe au tout début du siècle (1704), il stigmatise néanmoins leur routine et leur manque de raisonnement.

« Toute la perfection que les plus habiles machinistes ont pu atteindre s'est bornée à les mettre d'abord en équilibre avec la charge qu'il s'agissait de faire monter et à diminuer ensuite au hasard cette charge ou à augmenter le rayon de quelqu'une des roues, ou raccourcir celui de quelqu'une des lan-

ternes ou à faire enfin quelque chose d'équivalent afin que la puissance motrice l'emportant sur la charge, elle mit la machine en mouvement ; encore le nombre de ces savants machinistes est-il très petit.¹ »

C'est exprimer un lieu commun des élites qui ne cherchent pas à entrer dans une pensée technique qui leur échappe, où se conjugue la répétition de « ce qui marche », les variations ou extrapolations, l'avancée pragmatique par l'itération « essayer-erreur » suivi de « correction-essai », et qu'Anne-Françoise Garçon désigne sous l'expression de « régime pratique de la pensée opératoire »². À cette « routine », les savants que sont les académiciens vont opposer, dès le début du siècle, une démarche qu'ils veulent rationnelle car fondée sur le calcul mathématique.

Dans l'analyse d'une expertise³ conduite par les commissaires de l'Académie royale des Sciences en 1732 un autre régime de la pensée technique peut être mis en évidence. Devant le projet qui leur est soumis les académiciens fondent leur jugement sur un calcul « théorique » de la machine sans oublier des aspects plus qualitatifs comme l'opinion qu'ils ont de l'inventeur. Cette analyse préalable leur permet de conclure à la faisabilité de l'installation. Cette expertise se situe dans un contexte de maturité de l'Académie, qui procède selon des procédures, elles aussi arrivées à maturité, et qu'il convient de présenter dans une première partie. Nous entrerons ensuite plus avant dans le détail de cette expertise

pour y retrouver le calcul de la machine sur lequel les commissaires vont décider de sa faisabilité.

L'Académie royale des sciences de Paris et l'examen des techniques

Fondée en 1666, comme une académie « privée » mais soutenue dès le début par le pouvoir royal (Colbert), « renouvelée » en 1699 et dotée d'un règlement royal, l'Académie Royale des Sciences est devenue une institution de la monarchie absolue. Elle concourt au bon fonctionnement de l'administration royale en fournissant l'expertise nécessaire à l'attribution des privilèges, simples ou exclusifs, nécessaires à l'exploitation d'une invention :

« L'Académie examinera, si le Roi l'ordonne, toutes les machines pour lesquelles on sollicitera un privilège auprès de Sa Majesté. Elle certifiera si elles sont nouvelles et utiles et les inventeurs de celles qui seront approuvées seront tenus de lui en laisser un modèle.⁴ »

Dès le début de son « renouvellement », l'Académie a également été sollicitée par l'administration pour procéder à des expertises plus générales par exemple :

« L'Académie ayant été chargée en 1720, par ordre de S.A.R. M. le Régent et sur demande de S.A.S. M. le comte de Toulouse Amiral de France, Chef du Conseil de la Marine, de déterminer une méthode pour le jaugeage des navires ou d'examiner entre celles qui sont le plus connues quelle était la plus sûre et la plus utile pour la pratique et ayant reçu à cette occasion plusieurs mémoires et pièces instructives, avec les méthodes pratiquées jusqu'ici dans les différents ports du Royaume et chez les Étrangers, elle nomma pour cet examen deux commissaires qui furent

M. Varignon et moi.⁵ »

En 1732, l'Académie a accumulé une expérience collective d'examen des inventions de 32 ans et a réalisé plusieurs expertises au profit de l'administration. De plus les académiciens mènent des travaux sur des sujets purement techniques en effectuant des recherches sur le fonctionnement de dispositifs techniques, en modélisant des phénomènes, en formulant des hypothèses, en calculant et en vérifiant par des expérimentations maîtrisées le bien fondé de ces calculs et de ces hypothèses.

Citons deux exemples de cette démarche de recherche technique, l'un bien connu, l'autre moins. Le premier est le mémoire d'Antoine Parent « Sur la plus grande perfection possible des machines » en 1704 où pour la première fois, semble-t-il, la machine est analysée en mouvement, il calcule alors, à partir des dimensions de la roue hydraulique et de la vitesse du courant d'eau qui entraîne les pales, le rapport entre la vitesse de la roue et la vitesse du courant afin d'obtenir (pour un train d'engrenages donné) le poids maximum que peut élever cette machine et cela dès 1704 en utilisant le calcul différentiel pour trouver le maximum d'une fonction. Et il détermine le maximum accessible en utilisant le calcul de la dérivée de la fonction liant le poids soulevé à la vitesse du courant :

« En prenant la différentielle de cette valeur afin de l'égaliser à zéro (selon la méthode des infiniment petits) il en résulte l'égalité $\sqrt{P} = 3/2\sqrt{p}$ d'où l'on tire $2/3\sqrt{P} = \sqrt{p}$ et enfin $4/9P = p^6$ »

L'autre, peut-être moins connu, est le mémoire d'Henri Pitot, où celui-ci expose le principe d'un appareil permettant de mesurer la vitesse d'un courant d'eau. Appareil appelé à une longue postérité, le loch à « tube de Pitot » était encore installé sur des bâtiments de guerre à la fin du XX^e siècle et la « sonde de Pitot » équipe les avions actuels pour mesurer la vitesse relative par rapport à l'air⁷. Le principe en est simple, la comparaison des hauteurs d'eau dans deux tubes, l'un perpendiculaire au courant, l'autre placé dans le sens du courant donne la

vitesse du courant ou réciproquement la vitesse de déplacement par rapport au fluide (eau ou air), la vitesse étant proportionnelle au carré de la différence des hauteurs.

C'est dans ce contexte d'un renouvellement de la pensée technique que se place l'expertise de 1732.

Le déroulement de l'expertise

La demande du conseil de la ville de Paris

La formulation exacte de la demande faite par le corps de ville de Paris ne nous est pas connue, c'est dans la séance où les commissaires rendent compte de leur travail qu'apparaît l'origine de la demande :

« Mrs Donsenbray, Nicole et Pitot ont parlé ainsi d'une nouvelle pompe de Mr Le Brun.

Mrs les Prévôts des Marchands et Échevins de la ville ayant demandé l'avis de l'Académie au sujet d'une nouvelle pompe présentée par le Sr. Le Brun et qu'on aurait dessein de faire construire sous la dernière arche du Pont au Change du côté du Palais pour donner de l'eau dans plusieurs quartiers de Paris.

Nous avons examiné par ordre de l'Académie les mémoires et le modèle de cette pompe mais avant d'entrer dans les détails de sa construction il est bon de faire observer que le Sr. Le Brun fit construire l'année dernière une pompe au moulin de Sève, de l'examen de laquelle nous fûmes chargés par l'Académie. La construction de cette pompe de Sève nous parut entièrement nouvelle et sur les expériences que nous en fîmes faire et le compte que nous en rendîmes à la Compagnie du résultat des expériences, elle mérita l'approbation de l'Académie. »

Fig. 1 : Tube de Pitot
(source, MARS 1732, après p. 373)

L'inventeur a d'abord proposé sa pompe directement à la municipalité et celle-ci s'est adressée à l'Académie pour obtenir un avis « éclairé », « technique ». La machine est présentée par un mémoire et un modèle (on ne sait rien de l'échelle de cette maquette). Avant même de donner un avis détaillé les commissaires expriment un avis favorable sur le concepteur de la machine, le sieur Le Brun, dont ils ont déjà approuvé une invention l'année précédente. Disons quelques mots de ces commissaires, Donsenbray est académicien honoraire mais très actif dans le domaine mécanique, souvent chargé d'examen d'invention (en 1732 il totalise 40 commissions) ; inventeur lui-même, Nicole est pensionnaire mécanicien et mathématicien reconnu, plusieurs fois directeur ou sous-directeur de l'Académie (en 1732 il totalise 23 commissions) ; Pitot enfin est un académicien de premier plan auteur de nombreux mémoires sur des sujets techniques (les roues hydrauliques et les pompes en particulier, en 1732 il totalise 40 commissions).

Ces commissaires expérimentés réunissent donc les compétences nécessaires à cette expertise.

Le compte rendu de l'expertise débute par une description détaillée et cotée de la machine (cf figure 2)

En elle-même cette installation n'a rien de « révolutionnaire » sauf à imaginer une combinaison de mouvements assez ingénieuse et une construction qui fait place aux problèmes d'entretien puisque les équipages mobiles de pompe sont doublés, un seul

étant actif, l'autre en attente. Comme on peut le voir une roue à aubes entraîne deux lanternes, qui fonctionnent comme des cames pour actionner quatre leviers, communiquant un mouvement alternatif aux pistons de quatre pompes.

La deuxième étape de l'expertise consiste ensuite à effectuer des mesures sur une installation existante, celle du pont Notre-Dame, vitesse du courant,

Fig. 2 : Projet de pompe à installer sous le pont au change
(source : *Machines et inventions approuvées par l'Académie royale des Sciences*, Tome 6, p.15)

nombre de tours des roues, diamètre et jeu des pistons et quantité d'eau réellement débitée. Ces mesures sont accompagnées de calculs.

« Pour nous assurer de l'effet qu'on devait espérer de cette machine nous avons fait toutes les expériences que nous avons cru nécessaires, tant au Pont au Change qu'au Pont Notre-Dame ; nous nous sommes assurés de l'effet de la pompe du Pont Notre-Dame par la vitesse du courant et le nombre des tours de roues, par le diamètre et le jeu des pistons et enfin par la quantité d'eau dégorgée par les tuyaux à la décharge.

Il serait trop long de rapporter ici le détail de ces expériences et de tous les calculs que nous avons faits mais pour asseoir son jugement sur l'effet qu'on doit espérer de cette nouvelle pompe, nous croyons qu'il est absolument nécessaire de rapporter le petit calcul suivant. »

La machine étant décrite, il s'agit alors de justifier par le calcul la faisabilité de la machine. L'idée directrice de ce calcul est de vérifier que – en employant un vocabulaire contemporain – la puissance disponible fournie par le courant de la Seine au niveau des piles du Pont au Change est suffisante pour élever l'eau vers un réservoir de dégorgement d'où partira une distribution. Il y a donc des grandeurs d'entrée qui, soit résultent de la configuration physique de l'installation (la hauteur), soit résultent du lieu d'installation choisi. Ainsi en est-il pour la vitesse du courant pour laquelle il faut faire une hypothèse car l'aménagement du coursier ou au moins du quai auprès duquel sera installée la machine n'est pas encore fait. Le deuxième ensemble de données d'entrée du calcul est constitué par les dimensions retenues par le concepteur de la machine. À partir de ces données, en posant – implicitement – comme « équation de la machine » que la puissance motrice est égale à la puissance résistante

on peut calculer le débit théorique, abstraction faite des frottements⁸.

Les étapes du calcul⁹

Calcul de la puissance disponible

Cette puissance est obtenue en multipliant la force exercée sur une aube par la vitesse de la roue, grandeur effectivement « homogène » à une puissance, mesurée aujourd'hui en watt¹⁰. La force exercée sur les aubes est considérée, suivant l'hypothèse retenue à cette époque, comme proportionnelle au carré de la vitesse du courant¹¹. S'appuyant sur les hypothèses de Mariotte, utilisées par Parent, ils prennent comme point de départ du calcul la valeur optimale de la force exercée par le courant, correspondant à une vitesse relative du courant par rapport à la roue des $\frac{2}{3}$ de la vitesse de ce courant, toujours conformément au calcul de Parent de 1704. Dans ces conditions la vitesse des aubes est de $\frac{1}{3}$ de la vitesse du courant et ce qu'ils désignent par la « quantité de mouvement de la machine » est le produit de la force exercée par la vitesse de l'aube frappée par le courant. Grâce aux mesures et aux observations ou expérimentations effectuées sur une pompe en fonctionnement la valeur retenue pour le courant au niveau du Pont au Change est de 7 pieds et demi par seconde. On arrive à une puissance disponible, suivant le calcul des commissaires, qui est un chiffre sans unité, ce qui est compréhensible, la définition du travail mécanique n'étant pas encore établie, pas plus que celle de la puissance mécanique.

Calcul du débit d'eau théorique accessible avec la puissance disponible

Dans le calcul d'une machine la règle de base est d'égaliser ce que nous appelons le travail moteur (ici le travail fourni par la roue à aube) au travail résistant (ici la montée de l'eau pompée) additionné du travail des forces de frottement. Dans un premier

temps les commissaires négligent les frottements, ils ne les oublient pas, mais comme leur calcul est impossible, ils seront réintroduits plus tard. Il est normal de remplacer l'égalité travail moteur/travail résistante par l'égalité Puissance motrice = Puissance résistante si la grandeur recherchée est la vitesse de la charge résistante. La puissance fournie par la roue doit alors être égale à la puissance consommée pour monter la colonne d'eau haute de 84 pieds d'une hauteur additionnelle correspondant au volume d'eau dégorgé par seconde. Les commissaires effectuent ensuite un « court circuit » dans le calcul (justifiable) en calculant la valeur de la vitesse de montée de la colonne d'eau de 84 pieds et en tirant le volume d'eau débité par seconde.

Soit alors : ρ le poids volumique de l'eau en pieds cubique ($\rho = 55$ livres/pied cylindrique), H la hauteur en pieds de la colonne d'eau jusqu'à l'ouverture de dégorgement ($H = 84$ pieds), D le diamètre en pied des pistons ($D = 3$ pieds)¹², p le poids d'un cylindre d'eau de 84 pieds sur un diamètre de 3 pieds, on a $p = H \times \rho \times D^2$ soit 41 580 livres¹³.

La vitesse de montée est alors le quotient de la puissance motrice par la force (le poids) résistante. Puis en multipliant cette vitesse par la surface du piston et par le poids volumique de l'eau on a enfin le débit de 3090 livres 1 once d'eau par minute. L'unité de débit qui est coutumière au XVIII^e siècle est le pouce des fonteniers, unité dont l'appréhension physique nous échappe aujourd'hui, correspondant à environ 13 litres par minute et la dernière opération est donc de calculer le débit en « pouces d'eau » soit 110. La dernière étape correspond alors à la prise en compte forfaitaire des frottements (pistons, engrenages etc.) et les commissaires concluent que la machine ainsi dimensionnée fournira 70 à 80 « pouces d'eau »¹⁴.

Discussion des résultats

Il n'a pas échappé aux commissaires que la donnée d'entrée fondamentale du calcul est la vitesse

du courant et que leur supposition de 7 pieds 6 pouces par seconde est peut être optimiste puisqu'ils ont en fait mesuré 6 pieds par seconde précisément au Pont au Change. Ils en déduisent alors un débit moindre de 40 pouces avec frottement et constatent que si la vitesse baisse encore la machine sera incapable d'élever l'eau et se bloquera. Il est donc impératif de mesurer la vitesse du courant après l'aménagement du quai, cependant, comme ils ont confiance en l'inventeur ils soulignent qu'il sera alors possible de diminuer le diamètre des pistons des pompes avant de poursuivre la construction.

Conclusion

Dans la conduite de cette expertise, les académiciens ont une approche marquée par la rationalité, par le raisonnement logique, on peut utiliser le mot « technologique » au sens de discours raisonné sur la technique. Cette approche incorpore les caractères de la science moderne qui se construit depuis le XVII^e siècle. Le recours à l'observation des phénomènes et à l'expérience est posé, presque comme un préalable, en donnant au mot « expérience » les deux sens possibles, de mémoire de ce que l'on a acquis comme connaissance et d'expérimentation du phénomène. Avant d'entamer le calcul, les hypothèses sont formulées et la machine est mise en équation, ensuite, comme l'exprime Fontenelle à propos d'un autre projet technique : « ce n'est plus que du calcul », formule que nous retrouverions facilement sous la plume de tout ingénieur contemporain :

« On voit assez que dans tous les cas qui ont été supposés et qui sont tous les cas possibles la théorie de Mr Parent lui donne un moyen sur de trouver telle grandeur qu'il voudra qui entre dans la force motrice ou dans la charge opposée quand les autres grandeurs seront données ou connues. Ce n'est plus que du calcul mais ce calcul

demande quelquefois de l'art et de la finesse dans l'application et par là il vient à avoir sa beauté particulière.¹⁵ »

Les mathématiques sont d'un usage courant dans la technique de l'époque moderne mais essentiellement la géométrie et la trigonométrie pour l'art des fortifications ou l'architecture. Dans le déroulement de cette expertise on constate une autre utilisation des mathématiques et de la physique, encore mêlées sous le nom de « mathématiques mixtes » selon l'expression de Fontenelle :

« La géométrie et surtout l'algèbre sont la clé de toutes les recherches que l'on peut faire sur la grandeur. Ces sciences qui ne s'occupent que de rapports abstraits et d'idées simples peuvent paraître infructueuses tant qu'elles ne sortent pas, pour ainsi dire, du monde intellectuel, mais les mathématiques mixtes, qui descendent à la matière et qui considèrent les mouvements des astres, l'augmentation des forces mouvantes, les différentes routes que prennent les rayons de lumière dans différents milieux [...]»¹⁶ »

Il s'agit d'une approche nouvelle de la technique, de la technique des machines en particulier, qui pose le calcul comme un préalable à la construction de la machine. Rien n'atteste que le sieur Lebrun a fait ces calculs préalables mais le conseil de la ville de Paris, en demandant l'expertise de l'Académie sur le projet, a permis de remettre le calcul préalable à sa place et la considération manifestée par les académiciens à l'égard du sieur Lebrun montre que cette expertise a dû se dérouler en commun avec lui.

Nous sommes partis des considérations peu aimables exprimées en 1704 par Antoine Parent à l'égard des machinistes et de leur peu de réflexion. La transmission probablement uniquement orale des règles de construction de la machine dans le milieu des « mécaniciens » les conduit en effet à une approche essentiellement expérimentale, per-

mettant de « régler » la machine après sa construction. Dans l'examen de cette expertise la démarche est en quelque sorte inversée. Le calcul est un préalable, associé à la mesure des données physiques de l'installation (ici la vitesse du courant et la hauteur de dégorgeement) il permet la prévision du débit et le dimensionnement des éléments de la machine. Dans une autre expertise de machine, cette fois en 1717, les académiciens peuvent négliger les contraintes de construction, la définition de la machine étant acquise par le calcul il ne reste plus qu'une exécution et pour cela :

« Pour ce qui est de l'assemblage, si celui-ci ne suffit pas pour donner la solidité requise à cette roue quand elle portera des aubes ou palettes, on aura recours à l'habileté de nos charpentiers qui sont très versés dans ce fait et on verra avec eux ce qu'il est convenable de faire.¹⁷ »

Dans cette forme de pensée technique la rationalité, portée par le calcul mathématique, l'expérimentation, l'observation, apparaissent des caractères de scientificité¹⁸. Cette pensée que nous pouvons qualifier de technologique va devenir celle des ingénieurs pour lesquels un enseignement formalisé se met en place au milieu du siècle, enseignement fondé sur les mathématiques et les « mathématiques mixtes » selon l'expression de Fontenelle et pour lequel le *Cours de mathématique* de Christian Wolff est un exemple représentatif¹⁹

¹ AADS (archives de l'Académie des Sciences), R (registre de séances), 29 novembre 1704.

² Anne-Françoise GARÇON, *L'Imaginaire et la pensée technique. Une approche historique, XVI^e-XX^e siècle*, Paris, éd. Classiques Garnier, coll. Histoire des techniques, 2012.

³ Le mot expertise n'est pas un anachronisme, dans une demande de privilège (AADS Pochette de Séance (PS) 1711) il est dit : *Messieurs de La Hire, Chazelles, Jaugeon, Amontons ex-*

perts de l'Académie royale des Sciences. La position d'expert est donc bien identifiée par ceux qui en attendent une décision.

⁴ Article 31 du règlement de 1699.

⁵ *Histoire de l'Académie Royale des Sciences avec les mémoires de Mathématiques et de Physique tirés des registres de cette Académie MDCCXXIV* (section Histoire, en abrégé HARS et section Mémoires en abrégé MARS suivi de l'année 1724), p. 227-240.

⁶ AADS, R 29 novembre 1704.

⁷ Mémoire présenté le 12 novembre 1732 (MARS 1732, p. 363-376).

⁸ Le texte du calcul des commissaires est en annexe 1.

⁹ Le tableau du calcul reconstitué à partir du compte rendu d'examen est en annexe 2. Nous utilisons un vocabulaire contemporain.

¹⁰ Le produit force x longueur donne un travail, divisé par le temps cela exprime une puissance (vocabulaire contemporain).

¹¹ Cette hypothèse n'est pas exacte (Borda le démontre 70 ans plus tard).

¹² Peu importe que le diamètre réel des tuyaux de montée soit plus petit, le raisonnement sur les pressions de l'eau montre que cette façon de calculer est justifiée, la pression sera bien celle d'une colonne de 84 pieds sur un cercle de 3 pied de diamètre. Cette façon de raisonner est bien attestée par Bélidor (*Architecture Hydraulique*, Volume 1 p. 138). En fait la vitesse de montée sera plus forte mais sur une section plus petite ce qui revient au même pour le débit.

¹³ Les académiciens trouvent 40540, ce que je ne m'explique pas.

¹⁴ Remarque sur les unités et méthode de calcul : nous l'avons signalé, les académiciens n'ont pas des idées parfaitement claires sur les grandeurs physiques de la mécanique rationnelle mais, si l'on admet la valeur de la force exercée par le courant sans justification, les autres calculs sont cohérents. On voudra bien ne pas s'attacher à la confusion force/poids qui pourrait heurter un physicien puriste mais qui dans ce cas est sans importance. Enfin le « court circuit » évoqué dans le calcul permettant de raisonner « en poids » et non comme il eût fallu, « en pression » peut être pardonné aux académiciens. Comme cela a été noté ils ont pris soin de valider leur calcul sur une installation existante au pont Notre-Dame.

¹⁵ HARS 1714, p. 98

¹⁶ Fontenelle, préface de l'*Histoire du Renouveau de l'Académie Royale des Sciences*, Paris, Boudot 1708 (la préface n'est pas paginée, le texte est aux pages 18-19 de la version électro-

nique disponible sur gallica).

¹⁷ Mémoire contenu dans le volume pour 1717 de l'*Histoire de l'Académie Royale des Sciences avec les mémoires de mathématiques et de physique tirés des registres de cette Académie* p.72. Remarquons que dans le registre de la séance du 8 mai 1717, la phrase est légèrement différentes et encore plus significative : *on le laisse à l'habileté de nos charpentiers qui sont très habiles et routinés dans ce fait.*

¹⁸ Nous empruntons cette expression de « caractère de scientificité » à François Russo qui consacre une partie de son *Introduction à l'Histoire des techniques* (Paris, Albert Blanchard, 1986) à la pensée technique (p. 203 et suivantes).

¹⁹ Chretien [Christian] WOLFF, *Cours de mathématique, qui contient, toutes les parties de cette science, mises à la portée des Commensans*, Paris, chez Charles-Antoine Jombert, 1747.

ANNEXE 1 : Calcul des commissaires (AADS, R 6 septembre 1732 extrait)

« Pour nous assurer de l'effet qu'on devait espérer de cette machine nous avons fait toutes les expériences que nous avons cru nécessaires, tant au Pont au Change qu'au Pont Notre-Dame ; nous nous sommes assurés de l'effet de la pompe du Pont Notre-Dame par la vitesse du courant et le nombre des tours de roues, par le diamètre et le jeu des pistons et enfin par la quantité d'eau dégorgée par les tuyaux à la décharge.

Il serait trop long de rapporter ici le détail de ces expériences et de tous les calculs que nous avons faits mais pour asseoir son jugement sur l'effet qu'on doit espérer de cette nouvelle pompe, nous croyons qu'il est absolument nécessaire de rapporter le petit calcul suivant.

Supposons, qu'après qu'on aura pris toutes les précautions nécessaires pour augmenter la rapidité de l'eau sur les roues de la machine, sa vitesse soit de 7 pieds et demi par seconde, il est démontré que dans ce cas la vitesse des aubes sera environ de deux pieds six pouces qui est le tiers de 7 pieds 6 pouces et la vitesse respective avec laquelle l'eau rencontrera les aubes sera de 5 pieds. Cette vitesse fait sur un pied carré de surface un effort de 31 livres 4 onces, les aubes ayant 18 pieds de long et 3 de large leur surface sera de 54 pieds, la force de l'eau sur cette surface sera de 1687 livres.^{1/2}. Multipliant cette quantité par la vitesse des aubes de 2 pieds et demi on aura la quantité de mouvement de la machine de 4218 ^{3/4}. Cette quantité doit être égale au produit du poids de la colonne d'eau de 84 pieds de hauteur sur trois pieds de diamètre multipliée par le jeu des pistons, or à raison de 55 livres le pied cylindrique d'eau cette colonne pèse 40540 livres pour donc avoir la vitesse avec laquelle la colonne d'eau monterait s'il avait partout trois pieds de diamètre il faut diviser la puissance de la machine 4218 ^{3/4} par 40540 pour avoir 16875/162150 d'un pied par seconde et 20250/3243 de pied par minute, il faut multiplier cette quantité d'eau par le poids d'un cylindre d'eau

de trois pieds de diamètre et d'un pied de hauteur ; ce poids est de 495 livres ce qui donne 3090 livres.¹ once pour la quantité d'eau que la pompe fournirait par minute mais une pinte pèse 2 livres et nous prenons 14 pintes par minutes pour un pouce d'eau, il faut donc diviser 3090 par 28 pour avoir la quantité des pouces d'eau que la machine fournirait si elle était absolument exempte de frottements, la division étant faite on trouvera 110 pouces. Mais, tant à cause des frottements que de plusieurs autres défauts d'exécution de la machine, nous avons jugé que la quantité moyenne d'eau que cette pompe pourra donner avec une seule roue sera de 70 à 80 pouces d'eau.

Il est très important d'observer qu'on doit avoir toutes les attentions possibles dans le temps de la construction de la machine et lors de la construction du quai que la Ville se propose de faire, de donner le plus qu'on pourra de chute ou de vitesse de l'eau sur les aubes de la roues. Car si la vitesse de l'eau au lieu d'être de 7 pieds ^{1/2} comme nous l'avons supposé, n'était que de 6 pieds par seconde, ce qui est à peu près celle que nous avons trouvée par nos expériences au Pont au Change sous l'arche destinée à la machine, la pompe au lieu de donner 110 pouces d'eau sans frottement ou de 70 à 80 avec frottement ne donnerait sans frottement que 56 pouces ^{1/2} et environ 40 pouces avec frottement. Il pourrait même arriver un inconvénient considérable c'est que le poids de la colonne d'eau de 40540 livres étant trop grand par rapport à la force de l'eau sur les aubes de la roue et au jeu des pistons, l'eau ne pourrait s'élever dans le tuyau montant jusqu'à la hauteur de la décharge et la pompe demeurerait sans effet. Mais le Sr. Le Brun nous a paru être en état de remédier à cet inconvénient en diminuant le diamètre de ces grands pistons dans le besoin à proportion de la force de l'eau quand le mur de quai sera fait. Car sans cela la construction de cette pompe nous paraîtrait trop hasardée. »

ANNEXE 2 TABLEAU DE CALCUL DU DEBIT

Note : Il est bien évident que les chiffres très au-delà de la virgule ne doivent pas être pris comme une indication de précision ! Simplement ils manifestent de minuscules écarts entre les calculs pour lesquels nous n'avons pas d'explications.

	Grandeur	Unité	Calcul 1
1	Diamètre de la roue	pied	20
2	Longueurs des aubes (L)	pied	18
3	Largeur des aubes (l)	pied	3
4	Vitesse du courant (V_c)	pied/seconde	7,5
5	Vitesse des aubes (V_a)	pied/seconde	2,5
6	Vitesse eau sur aube (V_e)	pied/seconde	5
7	Surface d'une aube (S)	pied ²	54
8	Force eau par pied carré (f_m)	livres/pied ²	31,25
9	Force sur aube (F_m)	livres	1687,5
10	Quantité de mouvement de la machine P_m (ou puissance)	non définie (aujourd'hui en watts)	4218,75
11	Hauteur de la colonne d'eau refoulée par la pompe (H)	pied	84
12	Poids d'un pied cylindrique d'eau (p)	livres	55
13	Diamètre piston	pied	3
14	Poids de 1 pied d'eau dans la colonne montante (p_c)	livres	495
15	Poids de la colonne montante calculée (F_{rc})	livres	41580
16	Poids de la colonne montante calcul des académiciens (F_{ra})	livres	40540
17	Equation de la machine sans frottements		
18	Vitesse de la colonne d'eau (V_m) (calcul des académiciens)	pieds/seconde	0,10406389
19	Vitesse de la colonne d'eau (V_m)	pieds/min	6,24
20	Poids d'eau dégorgé par minute	livres/minute	3088,8
21	Volume d'eau dégorgé par minute	pinte/minute	1544,4
22	Débit sans frottements	pouce des fonteniers	110,314286
23	Débit avec frottements	pouce des fonteniers	70

	Commentaires ou formule
1	Donnée d'entrée
2	Donnée d'entrée
3	Donnée d'entrée
4	Donnée d'entrée (7 pieds 6 pouces par seconde)
5	Calculée d'après la formule de Parent, la vitesse optimale est $V_a = 1/3 V_c$
6	Donnée d'entrée
7	$S = L \times l$
8	Donnée d'entrée (hypothèses Mariotte/Parent de proportionnalité au carré de la vitesse donc en fait non homogène à une force) ici 31 livres 4 onces par pied carré pour $V_e = 5$ pieds/seconde
9	$F_m = f_m \times S$
10	Produit de la force par la vitesse de déplacement de l'aube : $P_m = F_m \times V_a$
11	Donnée d'installation pour élever l'eau au-dessus du pont
12	Poids d'un cylindre d'eau de 1 pied de diamètre sur 1 pied de haut
13	Donnée d'entrée
14	$p_c = 3^2 \times p$ (poids d'un pied cylindrique multiplié par le carré du rapport des diamètres)
15	$F_r = p_c \times H$
16	Différence entre F_{rc} et F_{ra} sans explication, sauf une phrase peu claire sur la multiplication par le jeu des pistons
17	$P_m = P_r$ (puissance motrice = puissance résistante) avec $P_r = F_r \times V_m$
18	$V_m = P_m / F_{ra}$ La valeur est approximée par une fraction dans le texte (16875/162150 soit 0,10407031)
19	$V_m = P_m / F_{ra}$ (Valeur arrondie, les chiffres derrière la virgule sont sans signification)
20	$p \times V_m$
21	1 pinte = 2 livres
22	1 pouce = 14 pintes par minutes
23	