Médiévales

Langues, Textes, Histoire

77 | automne 2019

Mathématiques. Savoirs et enseignements (Orient-Occident)

À propos d'algorithmes mathématiques élémentaires dans un corpus de textes arabo-latins du Moyen Âge

*About Elementary Mathematical Algorithms in a Corpus of Arabic-Latin Texts
from the Middle Ages*

Marc Moyon

Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/medievales/10321>

DOI : 10.4000/medievales.10321

ISSN : 1777-5892

Éditeur

Presses universitaires de Vincennes

Édition imprimée

Date de publication : 5 décembre 2019

Pagination : 57-74

ISBN : 978-2-37924-061-4

ISSN : 0751-2708

Référence électronique

Marc Moyon, « À propos d'algorithmes mathématiques élémentaires dans un corpus de textes arabo-latins du Moyen Âge », *Médiévales* [En ligne], 77 | automne 2019, mis en ligne le 01 janvier 2022, consulté le 22 avril 2022. URL : <http://journals.openedition.org/medievales/10321> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/medievales.10321>

Tous droits réservés

Marc Moyon

À propos d’algorithmes mathématiques élémentaires dans un corpus de textes arabo-latins du Moyen Âge

Dans notre enquête sur les géométries de la mesure au sein de la tradition arabo-latine médiévale¹, nous avons découvert, après les premières éditions de H. L. L. Busard², une série de trois textes géométriques (*‘ilm al-misāḥa*) présente dans cinq *codices* – et dans l’état actuel de nos connaissances, exclusivement dans ces cinq-là –, assemblée toujours dans le même ordre. Poussant l’étude codicologique, il apparaît que ces trois textes sont systématiquement et directement suivis d’un même texte qui appartiendrait plutôt à la science du calcul (*‘ilm al-ḥisāb*)³. Dans la présente contribution, nous souhaitons d’abord présenter l’environnement codicologique de cet ensemble de quatre textes. Nous nous attachons ensuite à montrer leur contenu mathématique, qui semble relativement complet pour quiconque voudrait résoudre des problèmes mathématiques élémentaires. Enfin, nous tentons de donner quelques éléments sur les raisons qui ont pu pousser un éditeur-traducteur à regrouper ces textes et un copiste à les conserver en l’état.

---

1. M. MOYON, *La Géométrie de la mesure dans les traductions arabo-latines médiévales*, Turnhout, 2017.

2. H. L. L. BUSARD, « L’algèbre au Moyen Âge, le “Liber mensurationum” d’Abu Bakr », *Journal des Savants*, 2 (1968), p. 65-125 ; ID., « Die Vermessungstraktate “Liber Saydi Abuothmi” und “Liber Aderameti” », *Janus*, 56 (1969), p. 161-174.

3. Cet ensemble est déjà repéré dans P. TANNERY, « Sur le “Liber augmenti et diminutionis” compilé par Abraham », *Biblioteca mathematica*, 3.F/2 (1901), p. 45-47.

Présentation du corpus

Quatre textes, deux familles manuscrites pour un corpus

Le corpus arabo-latin dont il est question ici est composé de quatre textes traduits dans l'environnement andalousien du XII^e siècle à partir de textes arabes⁴ aujourd'hui perdus. Les trois premiers appartiennent à la science du mesurage (*ilm al-misāḥa*) et sont connus dans l'historiographie par leur *incipit*. Le premier est le *Liber mensurationum* [*Livre de la mesure*] (LM dans la suite) attribué à un certain Abū Bakr, le second est le *Liber Saydi Abuothmi* [*Livre de Saʿīd Abū ʿUthmān*] (LSA) et le dernier est le *Liber Aderameti* [*Livre de ʿAbd-al-Raḥmān*] (LA). Aucun de ces trois auteurs, exclusivement connus par la transcription latine de leur nom, n'a encore été identifié⁵. Le dernier des quatre textes ne traite pas de géométrie, mais propose diverses résolutions de problèmes qu'on qualifierait aujourd'hui de récréatifs. Par la nature des problèmes et notamment le recours à l'algèbre, il appartiendrait plutôt à la science du calcul (*ilm al-ḥisāb*). Il s'agit du *Liber augmenti et diminutionis* [*Livre de l'augmentation et de la diminution*] (LAD), attribué à un Abraham ou Ibrāhīm⁶ qui aurait composé ce livre à partir de sources indiennes⁷. Ces quatre traductions arabo-latines

4. Ici, l'arabité renvoie uniquement à l'utilisation de la langue arabe, langue de travail partagée dans tous les pays d'Islam, langue d'édition scientifique et d'enseignement dès la fin du VIII^e s. et jusqu'au moins le XIII^e s. où, pour l'Occident, le latin et l'hébreu vont commencer à s'imposer : A. DJEBBAR, « La langue arabe aux VIII^e-XV^e siècles. Un outil scientifique et un vecteur interculturel », dans N. YAFI éd., *L'Arabe, langue du monde*, Paris, 2018, p. 21-32.

5. Nous avons émis plusieurs hypothèses ailleurs en reprenant celles déjà établies par H. Suter notamment ; M. MOYON, *La Géométrie de la mesure...*, p. 137-139. Nous n'y revenons pas ici.

6. Nous ne retenons pas l'attribution de ce texte à Abraham Ibn Ezra (m. 1167), connu entre autres, pour ce qui nous concerne, par son *Sefer ha-Mispar* [*Livre des nombres*] ou son *Sefer ha-Middot* [*Livre des mesures*] : voir, par exemple, B. B. HUGHES, « A Treatise on Problem Solving From Early Medieval Latin Europe », *Mediaeval Studies*, 63 (2001), p. 107-141 (p. 108-109), et J. HØYRUP, *Jacopo da Firenze's Tractatus Algorismi and Early Italian Abbacus Culture*, Berlin, 2007, p. 80-81. Par ailleurs, nous pensons que le LAD est bien le résultat d'une traduction de l'arabe au latin même dans l'hypothèse où l'auteur originel appartiendrait à une communauté juive. Nous connaissons ainsi plusieurs textes arabes rédigés par des auteurs d'al-Andalus de confession juive. C'est, par exemple, le cas pour les deux philosophes Solomon ibn Gabirol (m. 1058) et Abrahām ibn Dāūd (fl. 1160).

7. « Liber augmenti et diminutionis vocatus numeratio divinationis ex eo quod sapientes indi posuerunt, quem (h)abraham compilavit et secundum librum qui indorum dictus est composuit » [« Livre de l'augmentation et de la diminution appelée calcul par prédiction, à partir de ce que les sages de l'Inde ont mis en place, qu'Abraham a compilé et composé selon un Livre que l'on appelle <Livre> des Indiens »]. Nous avons achevé une nouvelle édition critique du *Liber* que nous accompagnons d'une traduction française et d'une analyse mathématique dans M. MOYON, *Le Liber augmenti et diminutionis. Contribution à l'histoire des mathématiques médiévales*, thèse d'habilitation à diriger des recherches, Université de Limoges, 2019. Ce travail étant encore non publié, pour les citations latines du LAD, nous renvoyons au travail de Barnabas B. Hughes. Même s'il est encore insuffisant, ce dernier complète l'*editio princeps* de Guillaume Libri : B. B. HUGHES, « A Treatise on Problem

sont rassemblées, systématiquement dans cet ordre, dans cinq *codices* (les principaux pour notre étude) et sont toujours, dans chacun d'entre eux, copiés par une seule et même main :

- Paris, BnF, lat. 9335 (fin XII^e, début XIII^e siècle),
- Paris, BnF, lat. 7377A (XIII^e siècle),
- Paris, BnF, lat. 7266 (fin XIII^e siècle),
- Cambridge, University Library, Mm 2.18 (XIV^e siècle),
- Dresden, Sächsische Landesbibliothek, C.80 (XV^e siècle).

Nous ne connaissons aucun autre *codex* transmettant tout ou partie du corpus géométrique (LM, LSA et LA), dont la traduction est attribuée pour les trois textes à Gérard de Crémone⁸. Quant au LAD, nous connaissons deux autres *codices* (ici, les secondaires), qui en transmettent une partie :

- Paris, BnF, lat. 15120 (fin XII^e, début XIII^e siècle),
- Greifswald, Universitätsbibliothek, 742 (XV^e siècle).

Si l'étude du manuscrit allemand est difficile à cause de l'état de conservation du manuscrit⁹, celle du manuscrit Paris, BnF, lat. 15120 est déjà importante. Son étude codicologique, en effet, réalisée par Jacques Sesiano¹⁰, nous informe de la perte d'un certain nombre de cahiers entre les folios 50r-58v et 62r-77v du manuscrit original, le texte acéphale du LAD se trouvant aux folios 78r-92r¹¹. Il est donc tout à fait possible d'imaginer que les folios numérotés de 62r à 77v correspondent aux trois livres de géométrie LM, LSA, LA et à la partie du LAD manquante¹². Il est donc

Solving...» ; G. LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques en Italie, depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du XVII^e siècle*, vol. 1, Paris, 1838, p. 304-371.

8. M. MOYON, *La Géométrie de la mesure...*, p. 135.

9. Hughes l'a déjà repéré : « Most unfortunately the ink of at least item (9) [celui qui nous concerne] has suffered decay over the centuries with the result that the microfiche copy of the manuscript is impossible to read or print legibly » (B. B. HUGHES, « A Treatise on Problem Solving... », p. 135). Nous remercions chaleureusement Dr. Jürgen Geiß-Wunderlich, responsable de la base *manuscripta mediaevalia*, et Dr. Ivo Asmus, conservateur des livres médiévaux de l'université de Greifswald, pour leur aide précieuse. Nous sommes en train d'étudier en détail le manuscrit de Greifswald et celui de Dresde, tous les deux écartés par Hughes, pour fournir une nouvelle étude du texte. Nous pouvons d'ores et déjà préciser que le manuscrit de Greifswald reproduit le LAD en entier entre les f. 68r et 76r (et non 83 comme indiqué par Hughes). Par ailleurs, après vérification, le ms. Greifswald, UB 742 ne contient aucune copie, totale ou partielle, du corpus géométrique LM, LSA et LA.

10. J. SESIANO, « Un recueil du XIII^e siècle de problèmes mathématiques », *SCIAMVS*, 1 (2000), p. 71-132.

11. L'extrait du LAD dans le ms. Paris, BnF, lat. 15120 débute avec le chapitre consacré aux problèmes de rencontre (*Capitulum de obviatione*). Voir *infra* (n. 36) pour le détail du contenu du LAD.

12. En effet, un calcul statistique, sur les nombres de lignes des mss Paris, BnF, lat. 9335, 7377A, 7266 et Cambridge, University Library, Mm 2.18, montre que la partie du LAD présent dans le Paris, BnF, lat. 15120 correspond, dans lesdits mss., *grosso modo* à 20% de tout le corpus. Nous retrouvons cette même proportion dans le BnF Lat. 15120 entre

possible de croire que notre corpus ait pu être rassemblé dans au moins six manuscrits et non cinq.

Dans quatre des manuscrits principaux (à l'exception du BnF, lat. 7266), notre corpus est précédé d'une version arabo-latine de l'algèbre d'al-Khwārizmī. Dans trois d'entre eux, il s'agit de la version de Gérard de Crémone (1114-1187)¹³ ; elle précède directement notre corpus et est de la même main. Dans le quatrième – celui de Dresde –, c'est celle de Robert de Chester¹⁴, mais elle est séparée de notre corpus par une quarantaine de folios.

Manuscrits	L'algèbre d'al-Khwārizmī	Le Liber mensurationum (LM)	Le Liber Saydi Abuothumi (LSA)	Le Liber Aderameti (LA)	Le Liber augmenti et diminutionis (LAD)
Paris, BnF, lat. 9 335, fin xiii ^e /début xiiii ^e s.	110vob.1–116vob.30 (Gérard de Crémone)	116vob.31–125vob.40	125vob.40–126vob.21	126vob.21–126vob.20	126vob.20–133vob.37
Paris, BnF, lat. 7 377A, xiii ^e s.	34ro.1–43vo.7 (Gérard de Crémone)	43vo.8–56vo.32	56vo.32–57vo.2	57vo.2–58vo.15	58vo.16–68ro.23
Cambridge, University Library, Mm 2.18, xiv ^e s.	65vob.13–69vob.34 (Gérard de Crémone)	69vob.35–76vob.22	76vob.23–77roa.54	77roa.54–77vob.1	77vob.1–82vob.50
Paris, BnF, lat. 7 266, fin xiii ^e s.		117(113) r ^a .1–127(123) r ^a .10	127(123) r ^a .11–127(123) v ^a .6	127(123) v ^a .7–128(124) r ^b .26	128(124) r ^b .27–135v ^b .43
Dresde, Sächsische Landesbibliothek, C.80, xv ^e s.	340r ^a –348v ^a (Robert de Chester)	385r ^a .1–396r ^a .15	396r ^a .16–396v ^a .15	396v ^a .16–397v ^a .7	397v ^a .8–406r ^a .18
Paris, BnF, lat. 15 120, xiii ^e s.		[62r ^a –77v ^a ?]			53(78)r ^a –57(82) v ^a
Greifswald, Universität Greifswald, 742, xiv ^e s.					68r ^a .1–76r ^a .36

Figure 1 : Synthèse de présentation du corpus.

Dans ce tableau, nous avons utilisé les normes suivantes : les niveaux de gris de fond repèrent les *codices* appartenant à la même famille (le gras montre l'original possible) ; les folios sont ainsi numérotés : 110v^b.3 (f. 110, verso, 2^e colonne, ligne 3) ; nous indiquons entre parenthèses la deuxième numérotation existante des folios lorsqu'elle est différente.

les f. manquants (62r-77v) et les f. existants (78r-82v). La lecture des f. 82v-92r offre des problèmes n'appartenant pas à la tradition textuelle du LAD (J. SESIANO, « Un recueil du xiii^e siècle... »).

13. B. B. HUGHES, « Gerard of Cremona's Translations of al-Khwarizmi's al-jabr », *Mediaeval Studies*, 48 (1986), p. 211-263.

14. B. B. HUGHES, *Robert of Chester's Translation of al-Khwarizmi's al-jabr*, Stuttgart, 1989.

Histoire des textes

Les contextes de production des *codices* sont très mal connus. Le manuscrit BnF, lat. 9335 comporte exclusivement des traductions arabo-latines dont la grande majorité est attribuée à Gérard de Crémone¹⁵. Il semble être le plus ancien de tous, avec une copie, d'une seule main, datée de quelques années avant 1200¹⁶ et réalisée en Italie du Nord à partir d'un modèle tolédan¹⁷ ou directement à Tolède avant d'être ramenée en Italie du Nord¹⁸. Ce *codex* vénérable pourrait éventuellement provenir de la bibliothèque de Richard de Fournival (1201-1260) et s'être trouvé parmi les « manuscrits de grand format » mentionnés par la *Biblionomia*¹⁹. De nombreuses gloses, d'une main postérieure à celle du copiste principal, apparaissent dans les marges du LM et du LAD. La plupart d'entre elles transcrivent, sous forme symbolique, les calculs menés dans le texte en utilisant des chiffres indo-arabes (xiv^e siècle au plus tôt). Ce *codex* est aujourd'hui considéré comme le modèle (ou une copie du modèle) ayant servi à l'élaboration du BnF, lat. 7377A et du manuscrit de Cambridge. Le premier est un recueil copié en France par plusieurs mains dans le troisième quart du xiii^e siècle²⁰. Il

15. Le fait que notre corpus soit présent dans le ms. Paris, BnF, lat. 9335 est un des arguments pour attribuer à Gérard de Crémone la paternité des traductions des textes de géométrie. Jusqu'à aujourd'hui, aucune hypothèse n'est avancée concernant l'éventuel traducteur du LAD.

16. M. FOLKERTS et R. LORCH, « Some Geometrical Theorems Attributed to Archimedes and their Appearance in the West », dans C. DOLLO éd., *Archimede : mito, tradizione, scienza*, Florence, 1992, p. 61-79 (p. 71) ; THÉODOSE DE TRIPOLI, *Sphaerica : arabic and medieval latin translations*, éd. P. KUNITZSCH et R. LORCH, Stuttgart, 2010, p. 5.

17. M.-T. D'ALVERNY, « Translations and Translators », dans R. L. BENSON et G. CONSTABLE éd., *Renaissance and Renewal in the Twelfth Century*, Cambridge (MA), 1982, p. 421-462 (p. 458-459).

18. R. LEMAY, « Gerard of Cremona », dans C. C. GILLIPSIE éd., *Dictionary of Scientific Biography*, vol. 15, suppl. 1, New York, 1978, p. 173-192, (p. 173). Pour Charles Burnett, ce *codex* fait partie d'une collection tolédane de traductions mathématiques dont les ms. frères sont le Paris, BnF, lat. 15461 (première moitié du xiii^e s.) et le Vatican, BAV, Ross. Lat. 579 : C. BURNETT, « The Strategy of Revision in the Arabic-Latin Translations from Toledo », dans J. HAMESSE éd., *Les Traducteurs au travail. Leurs manuscrits et leurs méthodes*, Turnhout, 2001, p. 51-113.

19. Les *codices* Paris, BnF, lat. 9335 et lat. 15461 évoqué dans la note précédente (ce dernier ayant appartenu avec certitude à Richard de Fournival puis à Gérard d'Abbeville [ca 1225-1272]) pourraient tous deux se trouver dans la catégorie des « manuscrits grand format » de la *Biblionomia*. Mais aucun argument décisif ne permet de l'affirmer : R. ROUSE, « Manuscripts Belonging to Richard de Fournival », *Revue d'histoire des textes*, 3 (1974), p. 253-269 (p. 256-257) ; A. BIRKENMAJER, « La bibliothèque de Richard de Fournival, poète et érudit français du début du xiii^e siècle, et son sort ultérieur », dans Id., *Études d'histoire des sciences et de la philosophie du Moyen Âge*, Wrocław, 1970, p. 117- 215 (p. 200).

20. R. HISSETTE, « Guillaume de Luna a-t-il traduit Abu Kamil ? », dans G. ENDRESS et J. A. AERTSEN éd., *Averroes and the Aristotelian Tradition : Sources, Constitution and Reception of the Philosophy of Ibn Rushd (1126-1198). Proceedings of the Fourth Symposium Averroicum (Cologne, 1996)*, Leyde/Boston/Cologne, 1999, p. 300-315.

est majoritairement composé de traductions arabo-latines andalouses et est complété par une partie du *Liber Mahameleth*, texte original composé en latin dans un contexte arabe²¹. Selon Barnabas Hughes²², la partie correspondant à notre corpus pourrait être l'œuvre d'un copiste parisien de la sphère universitaire. Le manuscrit Cambridge, University Library, Mm 2.18, quant à lui, est une anthologie pour érudits réalisée au milieu du xiv^e siècle par le frère franciscain Geoffrey de Wighton (fl. 1358-1365)²³. Ce dernier fait partie, au sein du couvent d'Oxford, de ces hommes qui « ne sont pas simplement éduqués mais à la pointe de l'éducation dans leurs générations respectives²⁴ ». Ainsi, « ce *codex* présente les caractéristiques de la compilation typique du quatorzième siècle, un *florilegium* de matériel d'érudition faisant autorité²⁵ ». Il n'est par ailleurs pas étonnant de trouver sur le chemin de transmission de notre corpus, à Oxford, un franciscain désireux de faire connaître les sciences exactes à l'image de sa confrérie²⁶.

Les deux autres *codices* rassemblant notre corpus semblent liés. En effet, dans l'état actuel de nos connaissances, le manuscrit de Dresde serait une copie du Paris, BnF, lat. 7266, sur lequel nous n'avons aucun renseignement quant à sa fabrication, ses propriétaires ou sa circulation, excepté le fait qu'il compte parmi les manuscrits de la bibliothèque du cardinal Guidi di Bagno (1578-1641)²⁷. L'histoire du manuscrit de Dresde est davantage documentée. Quelques années après la réalisation de la partie principale (dans les années 1470), le mathématicien Johannes Widmann von Eger (m. 1498) y introduit des notes, des ajouts et des commentaires. Après une longue série d'études²⁸, le manuscrit Dresden, Sächsische Landesbibliothek, C.80 doit aujourd'hui être considéré comme une pièce maîtresse de l'enseignement des mathématiques à l'université de Leipzig dans le dernier quart de xv^e siècle. C'est à partir

21. J. SESIANO, *The Liber mahameleth : A 12th-century Mathematical Treatise*, Cham, 2014.

22. B. HUGHES, « Gerard of Cremona... », p. 226.

23. D. SUMITHRA J., *Looking East and West : The Reception and Dissemination of the Topographia Hibernica and the Itinerarium ad partes Orientales in England [1185-c.1500]*, University of St. Andrews, 2008, p. 102-103, 248-249.

24. D. SUMITHRA J., *Looking East and West...*, p. 132-133.

25. *Ibid.*, p. 114.

26. À ce sujet, Guy Beaujouan fait remarquer la différence entre les franciscains dont l'influence est forte à Oxford, par rapport aux dominicains, beaucoup moins versés de mathématiques, à Paris : G. BEAUJOUAN, « L'enseignement de l'arithmétique élémentaire à l'université de Paris au xiii^e et xiv^e siècles : de l'abaque à l'algorisme », dans *Homenaje a Millás-Valllicrosa*, Barcelone, 1954, p. 93-124 (p. 98).

27. A. LESAGE, « Les manuscrits du cardinal Guidi di Bagno », *Scriptorium*, 51/1 (1997), p. 104-151 (p. 146). Lesage note que la majorité des manuscrits provient de « collections privées ou d'institutions religieuses du Midi de la France et d'Italie ». Elle n'écrit rien de plus à propos du ms. Paris, BnF, lat. 7266 et le passe même sous silence parmi les quelques manuscrits « scientifiques » de ladite bibliothèque.

28. La synthèse la plus complète est celle de M. FOLKERTS, « Die Handschrift Dresden, C 80, als Quelle der Mathematikgeschichte », dans R. GEBHARDT éd., *Verfasser und Herausgeber mathematische Texte der frühen Neuzeit*, Annaberg/Buchholz, 2002, p. 353-378.

des textes de ce *codex* que Widmann aurait rédigé la première conférence universitaire entièrement consacrée à l'algèbre. Parmi les questions sans réponse que pose ce manuscrit, il reste celle de la responsabilité de Widmann dans l'élaboration du *codex* tel qu'il nous apparaît aujourd'hui. Quoi qu'il en soit, notre corpus de cinq textes y est conservé dans le même ordre que dans les quatre *codices* précédents. Des gloses marginales, d'une autre main que celle du copiste principal, mentionnent entre autres l'utilisation explicite de l'algèbre pour la résolution de problèmes, ou celle implicite des *Éléments* d'Euclide (pour le LM).

Nous avons très tôt précisé un des points communs aux quatre entités textuelles que sont les LM, LA, LSA et LAD : ce sont toutes des traductions arabo-latines réalisées en al-Andalus, probablement au cours du XII^e siècle, dont les textes arabes originels n'ont pas encore été retrouvés. En outre, aucun de leur prétendu auteur arabe n'a été identifié. Il est donc légitime de se demander si ces textes arabes ont bel et bien existé, et sous quelle forme. En effet, si nous ne pouvons pas mettre en doute l'existence de sources arabes, on ne peut assurer que chaque texte qui nous est parvenu est la traduction exacte d'un texte particulier. Comme l'histoire des textes médiévaux nous le montre souvent²⁹, ils peuvent avoir été remaniés à plusieurs moments de leur histoire – par un/des auteur(s) arabe(s) avant d'être traduits, par leur(s) traducteur(s) arabo-latin(s), par des copistes³⁰ – pour répondre à une demande particulière. Il est difficile, à ce stade de notre étude, de faire des hypothèses raisonnables sur les auteurs d'éventuels remaniements et sur leurs motivations. En conséquence, cela étant précisé, lorsque nous mentionnerons ci-après les « auteurs » de ces textes, ce sera pour désigner le(s) responsable(s) des textes tels qui nous sont parvenus aujourd'hui.

Les mathématiques du corpus

Pour décrire les mathématiques de ce corpus, nous devons nous appuyer aussi bien sur la forme des textes que sur leur contenu scientifique. Les quatre textes qui le constituent sont très inégaux dans leur structure, leur qualité scientifique et les savoirs qu'ils transmettent. Ces textes

29. Même si on se limite aux seules mathématiques, les références sont si nombreuses, en particulier pour le corpus euclidien, qu'il est impossible de toutes les mentionner ici. Nous nous limiterons, pour des raisons évidentes, à l'étude éclairante de Danielle Jacquart sur les manuscrits des traductions de Gérard de Crémone : D. JACQUART, « Les manuscrits des traductions de Gérard de Crémone : quelques caractéristiques formelles », dans J. HAMESSE éd., *Les Traducteurs au travail. Leurs manuscrits et leurs méthodes*, Turnhout, 2001, p. 207-220.

30. À ce sujet, le « recueil de problèmes extraits de plusieurs traités » (XIII^e s.), contenu dans le ms. Paris, BnF, lat. 15120, est intéressant. Largement nourri par les problèmes du LAD, il correspond au résultat d'un remaniement opéré par un compilateur ou des compilateurs successifs : J. SESIANO, « Un recueil du XIII^e siècle... ».

sont complémentaires et le corpus transmet les principales méthodes de résolution de problème du Moyen Âge.

Une organisation en séries de problèmes

Deux d'entre eux – le LM et le LAD – sont incontestablement les plus importants, tant par leur longueur, par leur contenu que par leur organisation interne. Les deux textes présentent des caractéristiques communes. Ils consistent en des compilations de problèmes dont plusieurs sont présentés comme des dialogues fictifs sous la forme de questions-réponses entre l'auteur et ses lecteurs. Le style de rédaction est identique dans les deux textes, avec entre autres un mode prescriptif utilisant la seconde personne du singulier (avec l'utilisation massive du datif *tibi*) et l'impératif pour décrire les algorithmes à mettre en œuvre. L'auteur s'adresse directement à son lecteur³¹. Aussi retrouve-t-on des formules semblables pour introduire une question : « cum aliquis tibi dixerit », « si tibi dixerit » ou simplement « quod si dixerit », qui correspond à l'énoncé du problème. Nous avons montré ailleurs³² que le LM était structuré en séries de problèmes de plusieurs niveaux³³ : des séries thématiques en fonction de la figure géométrique étudiée³⁴, et à l'intérieur de ces séries de premier niveau, des sous-séries (ou séries de second niveau) dont la hiérarchie dépend de la variation des paramètres mathématiques des problèmes liés à la figure de référence : telle(s) mesure(s) étant donnée(s), calculer telle(s) autre(s). La figure géométrique de référence apparaît comme structurante pour les deux niveaux de sérialité. Hughes et Sesiano ont analysé l'ensemble des problèmes du LAD³⁵, et il est facile de repérer là encore une compilation de problèmes organisée en séries thématiques³⁶, puis l'auteur de

31. Ce style n'est pas propre à ces deux textes. En effet, on le retrouve, par exemple et pour rester dans la période médiévale, dans l'épître d'Ibn 'Abdūn au x^e siècle : A. DJEBBAR, « Ar-Risāla fī t-taksīr li Ibn 'Abdūn, shāhid 'alā al-mumārasāt as-sābiqa li t-taqlīd al-jabrī al-'arabī [L'épître sur le mesurage d'Ibn 'Abdūn, un témoin des pratiques antérieures à la tradition algébrique arabe] », *Suḥayl*, 5 (2005), p. 7-68 (partie arabe).

32. M. MOYON, « Comprendre les géométries de la mesure par les “séries de problèmes”. L'exemple des pays d'Islam et de l'Occident latin du ix^e au xiv^e s. », *SHS Web of Conferences*, 22 (2015), « Les séries de problèmes, un genre au carrefour des cultures ».

33. En effet, il est important dans l'étude de ces textes d'aborder leur structure à, au moins, deux niveaux, d'abord par le texte en entier et ensuite par les sections dont il est constitué. Voir à ce sujet A. BERNARD, « Les séries de problèmes, un genre au carrefour des cultures : une première synthèse », *SHS Web of Conferences*, 22 (2015), « Les séries de problèmes, un genre au carrefour des cultures », (p. 10-11).

34. Abū Bakr traite d'abord des figures planes (carré, rectangle, losange, parallélogramme, trapèze, triangle, cercle et figures circulaires) puis des figures solides (parallélépipède, pyramide et tronc de pyramide, divers prismes, cylindre, cône et tronc de cône, sphère).

35. B. B. HUGHES, « A Treatise on Problem Solving... » ; J. SESIANO, « Un recueil du xiii^e siècle... ».

36. Les différentes catégories sont réparties en chapitres (*capitulus*) rassemblant des problèmes : de calcul de biens (*de censibus*), de voyage (*de negotiatione*), de cadeaux et de

la compilation joue sur les paramètres mathématiques du type de problèmes pour varier les énoncés. Les deux autres textes – le LSA³⁷ et le LA – sont mineurs par leur brièveté (moins de quatre folios pour les deux). Ils offrent à leurs lecteurs un *vade-mecum* de considérations élémentaires sur l'aire d'une surface, le volume d'un corps et des définitions de quelques figures planes ou solides, et un formulaire de règles pour calculer les aires et volumes de ces figures. Contrairement aux deux textes principaux, aucun problème n'est posé, aucun exemple numérique n'est proposé. En outre, le LSA et le LA ne présentent aucune connaissance supplémentaire par rapport au LM, mais semblent plutôt se présenter comme des résumés de ce dernier³⁸. On se limitera donc, pour l'étude du contenu mathématique, aux deux traités principaux.

Les procédures mathématiques

En plus des calculs élémentaires sur les nombres entiers et fractionnaires, les calculs liés aux figures circulaires avec $\pi = 3 + \frac{1}{7}$, l'utilisation de rapports simples, de la valeur approchée d'une racine carrée, et de la relation dite « de Pythagore », la lecture du LM et du LAD permet aussi de prendre connaissance des principales méthodes de résolution de problèmes connues au Moyen Âge. L'algèbre, nouvelle discipline venue d'Orient avec le *Mukhtaṣar fī l-ḥisāb al-jabr wa-l-muqābala* [Abrégé du calcul par la restauration et la comparaison] d'al-Khwārizmī (fl. 813-833) et traduite plusieurs fois en latin en Andalus³⁹, occupe naturellement une place fondamentale dans ce corpus⁴⁰. Les procédures algébriques apparaissent, dans les deux textes, comme des procédures alternatives à celles plus anciennes pour résoudre des problèmes géométriques ou arithmétiques. Si les auteurs de ces textes semblent attachés

---

dots (*de donationibus*), de pommes cueillies au centre d'un verger (*de pomis*), de rencontre (*de obviatione*), de change (*de cambitione*), de froment et d'orge (*de decenis et frumento et ordeo*), de troc (*de mercatis*), d'objets cachés (*de anulis*). Les termes latins sont ceux renseignés dans le prologue de l'ouvrage : G. LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques...*, p. 304-305.

37. Dans les cinq *codices* connus, le LSA est tronqué de sa fin ; les copies dont nous disposons s'arrêtent brutalement à la classification des quadrilatères : M. MOYON, *La Géométrie de la mesure...*, p. 272-279, 507-508.

38. Ibn al-Haytham propose ce type de formulaire, condensé du traité principal, à la fin de son traité *Fī uṣūl al-misāḥa* [Sur les fondements du mesurage]. Son ambition est de regrouper « les pratiques dont les arpenteurs ont besoin dans leur art » : R. RASHED, *Les Mathématiques infinitésimales du IX^e au XI^e siècle : Ibn al-Haytham - théorie des coniques, constructions géométriques et géométrie pratique*, vol. 3, Londres, 2000, p. 626-636.

39. Sur ce sujet, voir notre récente étude : M. MOYON, « La restauration et la comparaison, ou l'art de résoudre des équations quadratiques dans l'Europe latine », *Revue d'histoire des mathématiques*, 23/2 (2017), p. 233-299.

40. C'est d'ailleurs précisément pour ce sujet que Busard s'est intéressé, le premier, au LM : H. L. L. BUSARD, « L'algèbre au Moyen Âge... ».

à former leur lecteur à l'art de l'algèbre⁴¹, ils n'en sont pas moins désireux de les former à d'autres procédures⁴².

Parmi ces autres procédures, Abū Bakr, pour la géométrie, utilise principalement des algorithmes où sont calculées, pas à pas, les grandeurs inconnues à partir des connues. Ce sont ces mêmes algorithmes utilisés dès l'époque paléobabylonienne que Jens Høyrup et Ahmed Djebbar appellent respectivement « quasi-algébriques » et « pré-algébriques »⁴³. Ces procédures reposent essentiellement sur les relations métriques des grandeurs entre elles ; des connaissances géométriques sont alors nécessaires. De nombreux problèmes sont quadratiques, c'est-à-dire qu'ils correspondent à la résolution d'équations du second degré.

L'auteur du LAD offre, quant à lui, un grand nombre de procédures pour résoudre uniquement des problèmes linéaires, c'est-à-dire qu'ils correspondent à des résolutions du premier degré. La plus utilisée⁴⁴ est sans aucun doute la méthode de double fausse position, qui d'ailleurs donne son nom à l'ouvrage : *Liber augmenti et diminutionis*, littéralement « Livre de l'augmentation et de la diminution »⁴⁵, probablement en référence à l'expression arabe consacrée : *ziyāda wa nuqṣān*⁴⁶. Dans le texte, la référence à la méthode des plateaux [*tarīqat al-kaffāt*], telle qu'elle apparaît dans les mathématiques de l'Occident musulman, est explicite, du fait de l'utilisation du terme latin *lanx* pour déterminer les fausses positions, mais aucune représentation graphique n'accompagne les calculs comme ce sera le cas, par exemple, chez le maghrébin Ibn al-Bannā (m. 1321)⁴⁷. C'est une réflexion de type algorithmique qui est menée suivant les différents cas possibles, en fonction de la nature des deux erreurs (par excès ou par défaut)⁴⁸ obtenues

41. M. MOYON, « Algèbre & *Practica geometriæ* en Occident médiéval latin : Abū Bakr, Fibonacci et Jean de Murs », dans S. ROMMEVAUX, M. SPIESSER, M. R. MASSA ESTEVE éd., *Pluralité de l'algèbre à la Renaissance*, Paris, 2012, p. 33-65.

42. Ce n'est pas ici le lieu d'analyser en détail les procédures mathématiques en jeu. Nous renvoyons aux ouvrages et articles spécialisés : pour le LM, voir M. MOYON, *La Géométrie de la mesure...*, p. 417-505, et pour le LAD, voir B. B. HUGHES, « Problem-Solving by Ajjūb al-Baṣrī, an Early Algebraist », *Journal for the History of Arabic Science*, 10 (1994), p. 31-39, et Id., « A Treatise on Problem Solving... ».

43. Par exemple, J. HØYRUP, *L'Algèbre au temps de Babylone : quand les mathématiques s'écrivaient sur de l'argile*, Paris, 2010, p. 87-100 ; A. DJEBBAR, « La circulation de l'algèbre arabe en Europe et son impact », dans *The Impact of Arabic Sciences in Europe and Asia*, Florence, 2016, p. 95-119.

44. Au total, 24 problèmes du LAD sont résolus par la méthode de double fausse position.

45. G. LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques...*, p. 324.

46. Cette expression est aussi utilisée par Abū Bakr mais pour désigner le cas où une équation algébrique admet deux racines distinctes (type 5, chez al-Khwārizmī) : M. MOYON, *La Géométrie de la mesure...*, p. 152-153.

47. IBN AL-BANNĀ AL-MARRĀKUSHI, *Talkhiṣ al-māl al-ḥisāb* [L'abrégé des opérations du calcul], éd. M. SOUISSI, Tunis, 1969, p. 70-71.

48. C'est pour cela qu'en Orient, cette méthode de résolution est caractérisée par le calcul des deux erreurs [*ḥisāb al-khaṭaʿayn*] qui sera transcrit à l'aide du terme *elchatayn* par

par le choix des deux fausses positions. Si les erreurs sont toutes les deux par excès (ou par défaut), il faut calculer le produit de la première erreur par la seconde fausse position et le produit de la seconde erreur par la première fausse position, calculer la différence entre le plus petit et le plus grand, calculer la différence de la plus petite erreur à la plus grande, et enfin diviser la différence des produits par celle-ci⁴⁹. Mais, si une des deux erreurs est par défaut et l'autre par excès, il est nécessaire de calculer la somme des deux erreurs, calculer le produit de la première erreur par la seconde fausse position, et le produit de la seconde erreur par la première fausse position, calculer la somme des deux et, enfin, diviser celle-ci par la somme des deux erreurs⁵⁰. Cette méthode permet de résoudre tout problème linéaire qui s'écrirait en termes modernes $ax + b = c$ (a, b, c rationnels positifs, b pouvant être nul). Elle permet aussi de résoudre des systèmes de plusieurs équations linéaires à autant d'inconnues⁵¹.

La seconde procédure importante du LAD est celle qui reprend un algorithme de calcul à l'envers, en partant du résultat⁵². Il est alors nécessaire d'inverser les opérations au fur et à mesure qu'on les rencontre : addition/soustraction, multiplication/division, etc. Cette procédure, bien connue dans d'autres traditions⁵³, est baptisée ici « *regula transversa*⁵⁴ » et attribuée à un

les Latins, notamment par Fibonacci dans son *Liber Abaci* : FIBONACCI, *Il liber abbaci*, éd. B. BONCOMPAGNI, Rome, 1857, p. 318. Ce terme n'apparaît pas dans le LAD.

49. Par exemple : « Multiplica ergo hunc secundum errorem in lancem primam [...]. Deinde multiplica errorem lancis prime [...] in lancem secundam. [...] Minue ergo minorem duorum numerorum ex majore eorum [...]. Deinde minue minorem duorum errorum ex majore eorum [...]. Hic ergo est per quem dividitur. » (G. LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques...*, p. 330). Ce cas est largement majoritaire, plus de 80% des problèmes résolus par la méthode de double fausse position.

50. Par exemple : « Multiplica igitur errorem secundum [...] in lancem primam [...]. Deinde multiplica errorem primum [...] in lancem secundam [...]. Postea conjunge simul duos numeros eo quod unus eorum est diminutus et alter additus [...]. Deinde aggrega simul duos errores [...]. » (G. LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques...*, p. 358).

51. Voir, par exemple, G. LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques...*, p. 329-331, 352-353, 355-357.

52. « Incipe igitur cum questione ab ejus postremitate » (G. LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques...*, p. 312).

53. En particulier dans les mathématiques indiennes, qui peuvent ne pas être sans rapport avec notre texte (si l'on se fie à son *incipit*). Āryabhaṭa (v^e/vi^e s.), dans son *Gaṇitapāda* – la partie mathématique du *Āryabhaṭīya* –, écrit les vers suivants : « In a reversed [operation], multipliers become divisors and divisors, multipliers. And an additive [quantity] becomes a subtractive [quantity], a subtractive [quantity] and additive [quantity] » (A. KELLER, *Expounding the Mathematical Seed*, Bâle/Boston/Berlin, 2006, p. 118). Un autre exemple vient du *Brāhmasphuṭasiddhānta*, écrit au vi^e s. par Brahmagupta : « [...] beginning from the end, make the multiplier divisor, the divisor multiplier ; [make] addition subtraction and subtraction addition; [make] square square-root, and square-root square; this give the required quantity » (B. DATTA et A. SINGH, *A History of Hindu Mathematics*, New Delhi, 2001, p. 232).

54. L'historiographie retient à tort « *regula infusa* ». Une lecture attentive des manuscrits nous a amené à proposer la nouvelle lecture « *regula transversa* » : voir M. MOYON, « *Le liber augmenti et diminutionis...* », p. 118-122.

certain « Job, fils de Salomon le diviseur », qualificatif qui fait référence⁵⁵ à la fonction de *qassām*, chargé de répartir un bien comme des terres ou un butin selon des règles fixées par le droit musulman ou l'usage⁵⁶.

Enfin, deux problèmes⁵⁷ sont résolus par la méthode de simple fausse position, qui repose sur la proportionnalité : il s'agit de corriger la fausse position choisie en fonction du résultat obtenu et le résultat désiré. Dans les deux cas, la procédure est donnée comme alternative à la résolution par double fausse position.

Ce corpus de résolution de problèmes ne se veut pas propédeutique à l'étude des mathématiques. Aucune discussion ontologique n'apparaît, les règles et autres procédures utilisées ne sont ni expliquées, ni justifiées. La lecture de cet ensemble semble plutôt devoir se faire à un moment où le lecteur connaît les bases élémentaires (opérations arithmétiques et algorithmes de calcul) et théoriques (notamment euclidiennes et alkhwarizmiennes) des mathématiques médiévales. Nous pouvons conclure pour l'ensemble du corpus comme Hughes l'a fait à propos d'un remaniement du LAD : « [...] the full rank of methods in the treatise provided the student with quite adequate tools for becoming a proficient problem solver⁵⁸ ».

La transmission du savoir en œuvre sur le long terme

Qui a pu construire un tel corpus ? et pour quelles raisons ?

Chacun de ces quatre textes, indépendamment les uns des autres, est l'œuvre d'un auteur. La question que nous posons ici est celle de la responsabilité de leur assemblage. En effet, nous ne croyons pas au hasard matériel de l'assemblage des cahiers et de la fabrication des *codices*. Pour nous, il y a une intention délibérée de réunir ces textes rédigés dans un contexte scientifique de langue arabe afin d'en faire un ensemble cohérent. Ce corpus fait sens. Mais plusieurs questions se présentent alors à l'historien. Entre

55. Une note marginale ne laisse aucun doute à ce sujet : « Dicitur divisor qui res a defuncto relicta partitur, et hoc apud Arabes. » En plus des manuscrits signalés par Hughes, cette note apparaît aussi dans le manuscrit de Greifswald (f. 68v, sans « partitur »), et probablement aussi dans celui de Dresde (f. 398r), mais sans aucune certitude (le folio, usé sur les bords, laisse apparaître une note illisible). Précisons ici qu'avec l'expression « apud Arabes », l'auteur de cette note ne se revendique pas de la communauté des Arabes ; cette dernière a sans doute été introduite par le traducteur pour expliciter le terme « diviseur ». Sur l'identité probable de « Job », voir J. F. RUSKA, *Zur ältesten arabischen Algebra und Rechenkunst*, Heidelberg, 1917, p. 21-23.

56. Sur la fonction du *qassām* en pays d'Islam, voir A. DJEBBAR, « Les techniques de découpage dans un ouvrage géométrique d'al-Andalus », dans A. BOUZARI éd., *Actes du 11^e colloque maghrébin sur l'histoire des mathématiques arabes* (Alger, 26-28 octobre 2013), Alger, 2016, p. 109-138 (p. 114-116).

57. G. LIBRI, *Histoire des sciences mathématiques...*, p. 306, 368-369.

58. B. B. HUGHES, « A Treatise on Problem Solving... », p. 139.

autres : qui est à l'origine d'une telle entreprise ? quand a-t-elle bien pu avoir lieu ? et évidemment pour quelle(s) raison(s) ? Malheureusement, comme souvent en histoire médiévale, il est vain d'espérer formuler des réponses définitives à ces questions. Nous pouvons au mieux formuler des hypothèses et au plus espérer des éléments de réponse.

Nous avons détaillé plus haut le contexte d'élaboration de ces quatre textes : celui du mouvement des traductions arabo-latines du XII^e siècle (sans doute autour du milieu du siècle), avec, au moins pour trois d'entre eux, Gérard de Crémone comme traducteur. Pour mieux comprendre les raisons d'être de ces textes, gardons en tête ce que Richard Lemay précise dans son étude des traductions andalusiennes : « Le mouvement de translation n'est plus dominé, dirigé ou inspiré par les préoccupations des savants mozarabes ou juifs. D'ailleurs, aurait-il pu en être autrement, au-delà des premiers enthousiasmes, plus ou moins éclairés, qui suivirent la Reconquista ? Désormais, c'est le public savant des écoles de l'Occident qui alimentera la demande et orientera les activités⁵⁹ ». L'apport des savoirs des pays d'Islam, notamment *via* les traductions arabo-latines, à l'Europe latine est immense dans tous les domaines de la connaissance⁶⁰. Les mathématiques ne font pas exception. Le corpus euclidien s'enrichit considérablement de nombreuses traductions, commentaires, réarrangements, qui écrasent les extraits boétiens connus. Nous avons aussi montré ailleurs⁶¹ comment les Latins s'approprient la science arabe de la mesure, domaine pratique de la géométrie, pour transformer définitivement l'épistémologie même de la *Practica geometriae* proposée à l'origine par Hugues de Saint Victor (m. 1141). Les Latins découvrent l'algèbre arabe, non seulement à partir des traductions du *Mukhtaṣar* d'al-Khwārizmī réalisées par Gérard de Crémone et Robert de Chester (fl. 1140-1150), mais aussi par l'intermédiaire de quelques autres textes ou extraits dont le LM et le LAD ici présentés⁶². En effet, nous avons montré auparavant que, dans ces deux textes, dont la traduction est naturellement contemporaine à celle du *Mukhtaṣar*, l'algèbre apparaît bien comme un art pour résoudre des problèmes (qu'on sait, par ailleurs, résoudre par des méthodes plus archaïques). Le LM offre la possibilité à son lecteur de se frotter à la résolution de problèmes quadratiques, tandis que, dans le LAD,

59. R. LEMAY, « Dans l'Espagne du XII^e siècle : les traductions de l'arabe au latin », *Annales. ESC*, 18/4 (1963), p. 639-665 (p. 661).

60. Les références sont nombreuses. Nous ne renvoyons ici qu'au travail collectif le plus récent : « The Impact of Arabic Sciences in Europe and Asia », *Micrologus*, 24 (2016).

61. M. MOYON, *La Géométrie de la mesure...*, p. 102-116.

62. À ces deux textes, il faudrait aussi ajouter les *Exceptiones de libro qui dicitur gebla et mucabala* [Extraits du livre qui est dit gebla et mucabala] de Jean de Tolède (fl. ca. 1145), qui ne correspondent pas vraiment à une traduction mais plutôt à un remaniement de l'algèbre d'al-Khwārizmī, et qui prolongent le *Liber alchorismi de practica arismetice* [Livre d'al-Khwārizmī sur la pratique de l'arithmétique] : B. BONCOMPAGNI, *Trattati d'arimetica*, II. *Ioannis Hispalensis Liber algorismi de practica arismetice*, Rome, 1857.

seuls les problèmes linéaires sont démêlés. Nous y voyons là une importante raison pour les réunir. Ils fournissent à eux deux les principaux domaines d'application de l'algèbre déjà proposés par al-Khwārizmī lui-même : la géométrie de la mesure pour le LM⁶³ et les problèmes de donation et de commerce, entre autres, pour le LAD. Ainsi, le LM et le LAD prolongeraient naturellement les problèmes pratiques de l'algèbre. Si nous acceptons cet argument, il reste à s'interroger sur la (les) personne(s) qui a (ont) pu opérer une telle réunion. Elle a pu se faire à différents niveaux : par un (des) auteur(s) arabe(s) avant la traduction, par un éditeur commanditaire des traductions, ou par un traducteur lui-même. Nous optons ici pour la troisième possibilité. Dans ce cas, Gérard de Crémone est explicitement visé, et on lui attribuerait alors aussi la traduction du LAD. La similarité de l'utilisation de la numération indo-arabe dans la graphie occidentale dans le LM et dans le LAD, déjà repérée par Danielle Jacquart⁶⁴, plaiderait en ce sens. Les principales caractéristiques des traductions de Gérard de Crémone vérifiées pour le LM, le sont aussi pour le LAD : « absence de préface propre au traducteur ; absence de commanditaire ou de dédicataire connus ; littéralité dans laquelle la phrase se coule dans le moule arabe sans veiller à l'élégance du latin ». D'autres caractéristiques présentent un argument supplémentaire pour notre hypothèse : la « [...] pratique fréquente des remaniements successifs ; [la] présence d'annotations⁶⁵ ». Concernant l'étude de notre corpus, si nous ne sommes pas en mesure de repérer formellement de telles caractéristiques (notamment à cause de l'absence des textes originaux), nous avons néanmoins montré pour le LM certaines ruptures inexpliquées dans le texte⁶⁶, et la note marginale dans le LAD sur « le diviseur⁶⁷ » s'expliquerait aussi de cette façon. En outre, il nous paraît raisonnable de penser que Gérard a conçu un tel corpus dans la cohérence de son programme de traductions, « sous-tendue par un probable projet intellectuel précis⁶⁸ ». Nous sommes donc tentés, finalement, d'avoir les mêmes conclusions que Lynn Thorndike qui, à propos d'un corpus d'al-Rāzī présentant des similarités codicologiques avec le nôtre, précise : « It would seem that we have to do with a group of texts which appeared in Latin together and were translated at the same time and place, and by the same man, presumably Gerard of Cremona, working

63. Le LM, à la suite de l'algèbre d'al-Khwārizmī dans trois manuscrits sur cinq, pourrait remplacer le *bāb al-misāha* [chapitre sur la mesure] de l'original arabe, absent des versions latines de Gérard et de Robert.

64. D. JACQUART, « Les manuscrits des traductions... », p. 219.

65. *Ibid.*, p. 208.

66. M. MOYON, « Comprendre les géométries... » ; *Id.*, *La Géométrie de la mesure...*, p. 425, 438-439.

67. Voir *supra* n. 55.

68. D. JACQUART, « Les manuscrits des traductions... », p. 207.

at Toledo⁶⁹. » Dans ce cas, pour notre corpus, l'autographe de Gérard serait l'archétype commun aux cinq *codices* connus. Le manuscrit BnF, lat. 9335 est la plus ancienne copie encore disponible dont sont directement issus le BnF, lat. 7377A et le Cambridge, University Library, Mm 2.18. Dans l'état actuel de notre étude du manuscrit de Dresde, nous pouvons adopter le même *stemma* pour l'ensemble du corpus que pour les seuls textes géométriques⁷⁰ : il aurait alors été copié sur le BnF, lat. 7266⁷¹.

Il est difficile de répondre aux questions posées par Danielle Jacquart à propos des traductions tolédanes de Gérard de Crémone, à savoir : « [...] étaient-elles destinées à être “publiées”, à sortir du milieu qui les avait conçues, sous une forme consciemment élaborée à cet effet, ou, au contraire, n'étaient-elles que des instruments de travail réservés à l'usage d'un milieu restreint de lettrés, sans vocation première à sortir de ce milieu⁷² ? » Nous désirons néanmoins apporter ici quelques éléments concernant les possibles utilisations de notre corpus à partir, notamment, de l'histoire des *codices* qui les renferment. Si ces éléments ne nous renseignent pas précisément sur les ambitions de leur éditeur original, qu'il soit Gérard ou pas, ils décrivent ce que les milieux qui les reçoivent en ont fait. En l'état actuel de nos connaissances, aucune information ne nous permet d'affirmer l'existence de *lectiones* qui auraient pu être données à Tolède à partir de notre corpus, comme celles décrites justement pour le *quadrivium* par Daniel de Morlay (m. 1210)⁷³. Nous pouvons néanmoins avancer quelques hypothèses sur l'utilisation ultérieure de notre corpus.

Un corpus pour apprendre et enseigner les mathématiques ?

S'intéresser aux éventuelles utilisations de notre corpus ne peut pas se faire sans étudier la circulation des *codices* qui le transmettent, leurs commanditaires et propriétaires successifs, et bien sûr les renseignements internes aux *codices* eux-mêmes, comme les notes marginales et leur contenu. Inévitablement, le BnF, lat. 9335 occupe là encore une place prépondérante. Il se trouve très tôt en Italie au XIII^e siècle : soit il y est transporté après la mort de Gérard de Crémone, soit il y a été copié. Quoi qu'il en soit, son contenu est disponible pour nourrir les réflexions mathématiques des érudits locaux. Il pourrait notamment être à l'origine

69. L. THORNDIKE, « Latin Manuscripts of Works by Rasis at the Bibliothèque Nationale, Paris », *Bulletin of the History of Medicine*, 32/1 (1958), p. 54-67 (p. 67).

70. M. MOYON, *La Géométrie de la mesure...*, p. 137.

71. Contrairement à ce qu'écrit Hughes, le LAD est entièrement contenu dans le ms. Paris, BnF, lat. 7266 et débute précisément au f. 128rb (et non au f. 132ra). Dans le ms. Dresden, Sächsische Landesbibliothek, C.80, le LAD occupe les f. 397v à 407r : B. HUGHES, « A Treatise on Problem Solving... », p. 134-136.

72. D. JACQUART, « Les manuscrits des traductions... », p. 208.

73. Cité dans J. LE GOFF, *Les Intellectuels au Moyen Âge*, Paris, 2004, p. 23-24.

des sources de Fibonacci pour l'écriture de ses deux ouvrages majeurs : son *Liber Abaci* (1201/1202, 1228) et sa *Practica geometriae* (1220/1221). On pourrait même imaginer Michael Scott – archidiacre de Tolède (quelques décennies après Gérard de Crémone), avant de rejoindre la cour sicilienne de Frédéric II de Hohenstaufen, et fin connaisseur des traductions tolédanes – comme intermédiaire entre le manuscrit et le mathématicien pisan⁷⁴. On expliquerait ainsi, par la circulation des manuscrits, l'importance de notre corpus comme source de Fibonacci. Le BnF, lat. 9335 est aussi important pour ses copies. Les deux seraient réalisées dans des sphères proches de contextes d'enseignement (au sens large) : à Paris et à Oxford. Nous ne pouvons pas affirmer ici que ces textes aient été utilisés à l'université comme autorités ou dans le cadre d'un enseignement régulier⁷⁵. Ils n'ont d'ailleurs pas les caractéristiques formelles des *Quaestiones* scolastiques propices aux *lectiones* ou aux *disputationes*⁷⁶. Nous ne pouvons néanmoins nier le caractère didactique de ces textes. Nous faisons ici l'hypothèse que ces florilèges de problèmes mathématiques ont servi de supports à la transmission d'un nouveau savoir, issu des pays d'Islam, intégré au *quadrivium*, dont seuls certains érudits du XIII^e, et même du XIV^e siècle, ont connaissance. Il nous semble, en effet, que nous sommes précisément à la limite de la scolastique médiévale décrite par Jacques Verger⁷⁷, où les sciences exactes restent bien souvent marginales, réservées à des enseignements facultatifs alors même que le *quadrivium* est en pleine transformation⁷⁸. À Paris, par

74. Une dédicace dans la seconde édition du *Liber abaci* nous confirme des liens scientifiques entre Fibonacci et Michael Scot : « Scripsistis mihi domine mi magister Michael Scotte, summe philosopho, ut librum de numero, quem dudum composui, vobis transcriberem [...] » (FIBONACCI, *Il liber abbaci*..., p. 1).

75. Il faut dire que nos connaissances sur l'enseignement mathématique à l'université de Paris sont très pauvres. En particulier, les mathématiques disparaissent des programmes d'examen de la faculté des arts de Paris à partir des statuts de 1255, et jusqu'au XIV^e s. Il ne semble pas en être de même à Oxford où le *quadrivium* garde une certaine place : J. VERGER, *Culture, enseignement et société en Occident aux XII^e et XIII^e siècles*, Rennes, 1999, p. 131.

76. O. WEIJERS, *La « Disputatio » à la Faculté des arts de Paris (1200-1350 environ)*, Turnhout, 1994, p. 11-40, et plus généralement EAD., *La « Disputatio » à les Facultés des arts au Moyen Âge*, Turnhout, 2002. Voir, par exemple, la contribution de S. ROMMEVAUX dans le présent recueil, « L'unité et le nombre dans les *Questiones mathematicae* de Raoul le Breton » (p. 111-117), à propos des *Questiones mathematicae* de Raoul Le Breton, maître ès arts à Paris au tournant du XIV^e s.

77. C. CHARLE et J. VERGER, *Histoire des universités. XII^e-XXI^e siècle*, Paris, 2012, p. 42-43.

78. Une « importante ouverture philosophique et scientifique du savoir entre la fin du XII^e et le début du XIII^e s. aboutit à une réélaboration des relations entre les disciplines scientifiques de la basse latinité, classées par Boèce dans son *Quadrivium* (arithmétique, géométrie, astronomie, musique), en y introduisant la physique d'Aristote et les nouvelles disciplines mathématiques élaborées par les savants arabes des VIII^e et IX^e s. : l'astrologie, l'algèbre, la trigonométrie et la géométrie pratique. [...] » (G. F. VESCOVINI, « La transformation des arts du *Quadrivium* dans l'enseignement des Facultés des arts au commencement du XIII^e siècle », dans J. VERGER et O. WEIJERS éd., *Les Débuts de l'enseignement universitaire à Paris (1200-1245 environ)*, Turnhout, 2013, p. 359-372 (p. 361-362).

exemple, notre corpus a pu servir à certains maîtres comme support à leurs leçons extraordinaires, indépendantes des programmes officiels, les jours de fêtes⁷⁹. Enfin, si nous acceptons l'idée de ranger le BnF, lat. 9335 sur les étagères de la bibliothèque du chanoine amiénois Richard de Fournival, à côté des nombreux ouvrages de Jordanus de Nemore, on peut formuler la même hypothèse sur l'utilisation de ce *codex* dans le cadre de leçons privées⁸⁰.

Nous avons vu précédemment que l'objectif principal du manuscrit Dresden, Sächsische Landesbibliothek, C.80 est l'enseignement du calcul et, plus particulièrement, de l'algèbre, dans les sphères universitaires allemandes comme à Leipzig où Johannes Widmann enseigne les mathématiques⁸¹. Ce sont donc sans aucun doute à nouveau les qualités scientifiques (avec l'utilisation de l'algèbre) et didactiques de notre corpus qui rendent indispensable sa présence, au xv^e siècle encore, dans un *codex* lié à l'enseignement des mathématiques.

Le corpus que nous avons présenté revêt une double unité : codicologique et scientifique. Rassemblé systématiquement dans le même ordre dans cinq *codices*, il permet à tout lecteur d'apprendre à résoudre les principaux problèmes mathématiques (linéaires et quadratiques, géométriques et arithmétiques) délivrés dans les nombreuses compilations médiévales de *subtilitates*, *enigmata*, ou encore *cautele*⁸². Nous avons tenté de lever le voile sur les modalités de diffusion de notre corpus et de réfléchir ainsi sur le statut des traductions arabo-latines en jeu. Il n'y a aucun doute sur l'importance du corpus pour les mathématiques médiévales latines, bien au-delà du contexte tolédan du xii^e siècle qui l'a vu naître. Entre autres, Fibonacci s'en inspire au xiii^e siècle pour rédiger sa *Practica geometriae* et son *Liber abaci*. Johannes Widman, quant à lui, l'exploite très probablement pour ses leçons universitaires au xv^e siècle. Enfin, nous avons aussi émis l'hypothèse que notre corpus a été utilisé comme support de leçons, en dehors du champ institutionnel de l'université, pour les érudits guidés par la volonté de s'instruire de nouveaux savoirs venus des pays d'Islam.

79. G. BEAUJOUAN, « Le Quadrivium et la faculté des Arts », dans O. WEIJERS et L. HOLTZ éd., *L'Enseignement des disciplines à la faculté des arts (Paris et Oxford, XIII^e-XIV^e siècles)*, Turnhout, 1997, p. 185-194.

80. M. MOYON, « Arithmétiques et géométries au XIII^e siècle d'après la *Biblionomia* : des traductions arabo-latines à Jordanus de Nemore », dans J. DUCOS et C. LUCKEN éd., *Richard de Fournival et les sciences au XIII^e siècle*, Florence, 2018, p. 123-153.

81. W. KAUNZNER, *Über Johannes Widmann von Eger: ein Beitrag zur Geschichte der Rechenkunst im ausgehenden Mittelalter*, München, 1968.

82. À ce sujet, voir dans le présent recueil la contribution de S. LAMASSÉ, « Les *Cautelae* : un corpus de problèmes mathématiques entre collection, série et culture mathématique », p. 75-96.

Marc Moyon – Université de Limoges – CNRS, XLIM, UMR 7252

À propos d'algorithmes mathématiques élémentaires dans un corpus de textes arabo-latins du Moyen Âge

Les traductions arabo-latines, et particulièrement celles réalisées en Andalus au XII^e siècle, nourrissent l'Europe latine de nouveaux savoirs et méthodes. Ici, nous nous intéressons à l'art mathématique de la résolution de problèmes, qu'ils soient géométriques ou arithmétiques. Nous avons isolé, dans plusieurs *codices* datés entre le XIII^e et le XV^e siècle, un corpus de textes techniques et didactiques dont la stabilité, dans l'histoire des copies, interroge l'historien des mathématiques. Son étude nous permet non seulement de dévoiler la forme et le contenu d'un tel corpus mais aussi de montrer la cohérence entre l'entreprise probable du traducteur tolédan Gérard de Crémone et le devenir de ce corpus en termes de circulation et d'appropriation.

algèbre, circulation, géométrie, Gérard de Crémone, traduction

About Elementary Mathematical Algorithms in a Corpus of Arabic-Latin Texts from the Middle Ages

Arabic-Latin translations, particularly those made in Al-Andalus in the twelfth century, provide Latin Europe with new knowledge and methods. In this contribution, we focus on the mathematical art of problem solving, both in geometric and arithmetic fields. We have isolated, in several *codices* dated from the thirteenth to the fifteenth century, a corpus of technical and didactic texts, the stability of which, in the history of copies, challenges the historian of mathematics. Studying it allows us not only to reveal the form and content of such a corpus but also to show the coherence between the probable work of the Toledan translator Gerard of Cremona and the future of this corpus in terms of circulation and appropriation.

algebra, circulation, geometry, Gerard of Cremona, translation