

LODEWIJK ET CHRISTIAAN HUYGENS :
LA DISTINCTION ENTRE VIE MOYENNE ET VIE PROBABLE*

Jacques VÉRON¹ et Jean-Marc ROHRBASSER¹

RÉSUMÉ – Dans la correspondance qu'ils échangent en 1669, les frères Huygens établissent la distinction entre «*espérance*» et «*apparence*», c'est-à-dire entre *vie moyenne* (ou *espérance de vie*) et *vie probable* (ou *vie médiane*). À la différence de Lodewijk, Christiaan adopte une démarche probabiliste, ce qui le conduit à raisonner plus en termes de «*chances*» d'atteindre différents âges que de «*reste de vie*» à ces âges. La *vie probable* lui semble avoir plus de sens que la *vie moyenne*.

MOTS-CLÉS – Mortalité, Probabilité, Durée de vie moyenne, Durée de vie probable.

SUMMARY – Lodewijk and Christiaan Huygens: mean length of life versus probable length of life.

*In their correspondence of 1669, Huygens brothers introduce the distinction between «*espérance*» and «*apparence*», that is to say between mean length of life (or life expectancy) and probable length of life (or median length of life). Unlike Lodewijk, Christiaan adopts a probabilistic approach; he considers more meaningful the probabilities to reach specific ages and the probable length of life than the «*reste de vie*», computed by his brother, which is only a mean.*

KEYWORDS – Mortality, Probability, Mean length of life, Median length of life.

De 1654 date la naissance du calcul des probabilités avec les travaux de Pascal et de Fermat². Quelques années plus tard, John Graunt³, avec la publication de ses *Observations...* en 1662, pose les bases de la science démographique.

À partir des données de Graunt, Lodewijk Huygens, dans une correspondance qu'il échange avec son frère Christiaan en 1669, propose un premier calcul de la durée de vie moyenne. À ce «*résumé*» de la mortalité, Christiaan en préfère un autre qu'il juge chargé véritablement de sens : la *vie probable*.

* Une étude générale de cette correspondance de 1669 est à paraître dans la revue de l'INED, *Population*. Le propos de cet article est autre il vise essentiellement à expliciter la façon dont les frères Huygens introduisent la distinction fondamentale entre *vie moyenne* et *vie probable*.

¹ Institut national d'études démographiques – 133 boulevard Davout, 75980 Paris Cedex 20, veron@ined.fr et rohrbass@ined.fr

² Adresse à l'Académie de Pascal et correspondance échangée avec Fermat.

³ John Graunt, *Observations naturelles et politiques [...] sur les Bulletins de mortalité*, 1662, traduction É. Vilquin, Paris, INED, 1977.

C'est Christiaan Huygens, auteur du traité *Du calcul dans les jeux de hasard*, paru en 1657⁴, qui établit réellement un lien entre science des probabilités et science démographique naissantes. Ses raisonnements appliqués à la mortalité se fondent sur une comptabilité des «chances» de survie.

UN MILIEU ÉCLAIRÉ

La famille Huygens est au cœur de la vie politique et intellectuelle hollandaise du XVII^e siècle. Constantin Huygens, père de Christiaan et de Lodewijk, né à La Haye en 1596, est dignitaire de la cour des princes d'Orange. Il occupe des postes diplomatiques à Londres et à Venise. Également poète et mathématicien, il correspond en particulier avec Mersenne et Descartes.

En 1627, Constantin Huygens épouse Suzanne Van Baerle dont il a cinq enfants. Christiaan et Lodewijk, deuxième et troisième fils, naissent à La Haye, l'un en 1629 et l'autre en 1631.

D'après un biographe de Christiaan Huygens⁵, ce dernier passe pour peu développé dans son enfance et semble avoir mauvaise mémoire. Sa mère s'intéresse davantage à son frère Lodewijk, qui manifeste très tôt un caractère agressif et sauvage. Orgueilleux et entêté, celui-ci est mêlé, lorsqu'il est maire, à des histoires de fraude. Il ne doit qu'à l'influence de son père de ne pas être licencié et même davantage menacé.

Christiaan fait des études de droit⁶ à l'Université de Leyde et de mathématiques à Breda. Il est très lié au mathématicien Van Schooten. En 1651, il a alors 22 ans, Christiaan publie à la Haye un mémoire de géométrie qui le fait remarquer par Descartes. Il s'oriente ensuite vers la physique et, en particulier, l'optique.

Il vient pour la première fois en France en 1655 et est alors reçu docteur en droit de la faculté d'Angers. Il se fixe à Paris en 1666 et y reste jusqu'en 1680, date à laquelle les persécutions contre les Protestants le décident à quitter la France. À Paris, il s'entretient avec Leibniz de diverses questions notamment de mécanique ; une correspondance régulière s'installe par la suite entre les deux savants. Christiaan Huygens rencontre aussi Newton, en Angleterre, en 1689.

Lorsque les deux frères Huygens s'intéressent à la durée de la vie humaine, les données de mortalité publiées par John Graunt constituent le seul «matériau» alors disponible.

LES DONNÉES DE MORTALITÉ

Les *Observations...* de Graunt paraissent fin janvier 1662. Christiaan Huygens a connaissance de l'ouvrage très peu de temps après sa parution. Un échange de lettres entre

⁴ Christiaan Huygens a écrit initialement ce traité en hollandais. Il le publie pour la première fois, en latin, en 1657, sous le titre *De ratiociniis in ludo alea*. Ce traité paraît en 1660 en hollandais sous le titre *Van Rekeningh in Spelen van Geluck*. Il est publié plus tard, en français, sous le titre *Du calcul dans les jeux de hasard*.

⁵ C.D. Andriessse, *Titan kan niet slapen*, traduction française sous le titre *Christian Huyghens*, Paris, Albin Michel, 1998.

⁶ Lodewijk fait également des études de droit.

Robert Moray⁷, premier secrétaire de la *Royal Society* naissante, et Christiaan Huygens l'atteste. Le 16 mars 1662, Moray commente ainsi l'envoi à Christiaan du livre de Graunt :

«[...] l'autre [ouvrage] est un tresiolly [très joli] recueil d'observations sur The weekly bills of Mortalitie, qui nous a donné envie de penser a des choses qui pourront estre fort utiles, dont Je vous advertiray quand elles seront meures⁸.»

Sans réponse de Huygens, Moray lui réécrit deux mois plus tard□

«Il est vray que J'attends de vous quelque mot de réflexion sur ces Observations de Monsieur Graunt. Je crois que vous n'en serez point mal satisfait [*sic*]. Si l'on tenoit compte, dans toutes les villes de l'Europe, des Maladies dont on meurt, avec les autres choses qui s'observent dans les Weekly Bills of Mortality, qui se font depuis plusieurs annees, à Londres, et qu'il s'y adioustast d'autres remarques qu'on taschera de faire observer icy (dont vous sçauvez les particularitez dans quelque temps) ce seroit une chose de grande utilité en plusieurs egards. faites [*sic*] moy sçavoir, s'il se fait de telles observations du nombre des Morts &c. en vos villes d'Hollande ou non⁹.»

Christiaan Huygens lui répond alors très rapidement¹⁰ :

«Le discours de Graunt est très digne de consideration et me plait fort, il raisonne bien et nettement et j'admire comment il s'est avisé de tirer toutes ces consequences hors de ces simples observations, qui jusqu'à luy ne semblent avoir servi de rien. dans [*sic*] ce pais icy l'on n'en fait point, quoy qu'il seroit a souhaiter qu'on eust cette curiosité et que la chose soit assez aisée, principalement dans la ville d'Amsterdam, qui est tout divisée en quartiers, et dans chascun il y a des prefects qui scavent le nombre des personnes et tout ce qui s'y passe¹¹.»

En 1669, dans la correspondance que les deux frères échangent, ils se réfèrent aux données publiées par Graunt en 1662. Ils les utilisent sans regard critique sur leur collecte, sans se préoccuper de leur valeur intrinsèque, exclusivement à des fins de calcul.

LA CORRESPONDANCE DE 1669

La correspondance qu'échangent Lodewijk et Christiaan en 1669 fonde le «calcul des aages». Essentielles pour la science démographique, ces considérations restent marginales dans l'activité scientifique de Christiaan¹².

Au cours de l'année 1669, Christiaan a une activité scientifique très riche. Il est alors à Paris. Du 1^{er} février 1669 date la Pièce «Lens composita hyperbolicæ æmula». Il en envoie l'anagramme à la *Royal Society* le 6 février. Le 13 février, commencent à l'Académie des Sciences, les expériences sur la force de l'eau ou de l'air en mouvement et sur les résistances éprouvées par des corps traversant ces milieux, et, le 16 février,

⁷ Robert Moray est l'un des dédicataires des *Observations...* de Graunt

⁸ *Œuvres...*, tome IV, p. 94-95. Robert Moray à Christiaan Huygens, 16 mars 1662.

⁹ *Ibid.*, p. 130-131, Robert Moray à Christiaan Huygens, 16 mai 1662.

¹⁰ Les deux frères s'étant exprimés en français, nous avons pris le parti de reproduire l'orthographe originale.

¹¹ *Ibid.*, p. 149, Christiaan Huygens à Robert Moray, 9 juin 1662.

¹² Celui-ci ne cherche qu'à appliquer ses raisonnements sur les jeux de hasard qu'il estime d'une portée universelle (cf Ernest Coumet□ «Sur «le calcul ès jeux de hasard» de Huygens□ dialogues avec les mathématiciens français (1655-1657)», in *Huygens et la France*, Paris, Vrin, 1981, p. 123-138).

Christiaan effectue une expérience sur l'écoulement de l'eau d'un cylindre par un trou dans la base.

Les «Regles du mouvement dans la rencontre des Corps» sont publiées dans le *Journal des Sçavans* de mars 1669. Huygens fait plusieurs communications à l'Académie des sciences sur l'invention de machines destinées à mesurer la force mouvante de l'eau et du vent.

À partir de mars, l'Académie s'occupe de la question de la coagulation. Le 27 avril, Duclos présente un rapport sur des expériences faites sur le lait de vache, de chèvre et d'ânesse, et, en juillet, il traite deux fois des causes de la coagulation. Mariotte s'intéresse aussi à ce sujet, de même que Huygens. Ce dernier présente un mémoire traitant de cette question le 3 août.

Au cours de ce même été, le 10 juillet, Christiaan Huygens parle pour la première fois de «l'invention du clavecin».

Le grand débat académique sur les causes de la pesanteur commence le 7 août et se prolonge jusqu'au 20 novembre. Outre Christiaan Huygens, Roberval, Frenicle, Buot, Mariotte, Du Hamel et Claude Perrault y prennent part. Huygens intervient sur ce sujet le 28 août, puis le 23 octobre, pour répondre aux observations de Roberval et de Mariotte. Ces derniers sont disposés à admettre l'attraction ; Huygens est d'un avis contraire, affirmant «que ce seroit dire autant que rien que d'attribuer la cause pourquoy les corps pesants descendent vers la terre, a quelque qualité attractive de la terre ou de ces corps mesmes¹³».

À l'automne 1669, il commence la rédaction de l'*Horologium oscillatorium*¹⁴. En octobre il effectue un séjour à Viry chez les frères Perrault : le 8, il y mesure la vitesse du son. Il publie en novembre un mémoire sur la «Maniere de tailler les verres, ordonnée a un Ouvrier», pour une lunette de 45 pieds.

La correspondance de 1669 entre les deux frères Huygens sur la durée de vie humaine ne se veut pas un échange scientifique en tant que tel. Mais, d'une manière quasi-incidente, dans une correspondance à caractère privé, les deux frères introduisent à l'occasion du «calcul des aages», les deux notions fondamentales de *vie moyenne* (ou *espérance de vie*) et de *vie probable* (ou *vie médiane*)¹⁵.

LE «CALCUL DES AAGES»

Les lettres échangées entre août et novembre 1669 contiennent l'ensemble des réflexions des deux frères sur ce «calcul des aages». Le ton de ces lettres est personnel. Les sujets évoqués sont variés et relèvent autant de la vie courante que de la réflexion scientifique.

Dans sa première lettre sur cette question, datée du 22 août et adressée à Christiaan alors à Paris, Lodewijk commence ainsi par se soucier de l'achat d'une perruque¹⁶ :

«Le desordre qui est dans les postes est cause que depuis 3. sepmaines nous

¹³ *Œuvres...*, tome XXII, p. 654.

¹⁴ L'*Horologium...* ne paraît qu'en 1673.

¹⁵ Dans le langage de Christiaan il s'agit de l'opposition entre «esperance» et «apparence».

¹⁶ Christiaan y fait allusion dès le 6 août 1669 (*Œuvres...*, tome VI, p. 478-479) «J'ay achetè vostre perruque après avoir receu vostre approbation de l'eschantillon [...] Je tascheray de vous [la] faire tenir [...] par la premiere occasion».

n'avons point eu de vos nouvelles, et je n'entend point dire encore qu'on ij ait mis du remede. Entre autres incommoditez que j'en ressens c'est que je ne sçaij ou j'en suis de ma Perruque, dont cependant je commence avoir grand besoin, car je ne sçauerois me resoudre d'en faire faire icij un autre, tant que j'attends celle la.»

Il se préoccupe également du voyage que son père effectue en Hollande, seul, alors qu'il est déjà âgé¹⁷ :

«Le Signor Padre en [un tour] va faire demain un autre du costè de Haerlem, Amsterdam, Utrecht etc. [...] mais ce qui me deplait, c'est qu'il ij va tout seul dans son carosse ; non pas que j'eusse grande envie de l'accompagner, mais je voudrois qu'il eust fait partie avec quelq'autre monde, dans l'aage ou il est.»

Cette référence à l'âge de son père lui sert de transition pour aborder, *ex abrupto*, le thème de la durée de la vie humaine :

«À propos d'aage, j'aij fait une Table ces jours passez du temps qu'il reste à vivre, à des personnes de toute sorte d'aage.»

Dans cette lettre du 22 août, Lodewijk cherche avant tout à estimer la valeur de la vie moyenne. Il souhaite que Christiaan, qu'il juge plus habile que lui dans le maniement des chiffres¹⁸, vérifie ses calculs et valide ses résultats.

Lodewijk Huygens utilise donc les données publiées par Graunt (tableau 1), pour estimer «jusqu'à quel aage doibt vivre naturellement un enfant aussi tost qu'il est conceu¹⁹». Il entend calculer aussi la vie moyenne pour d'autres âges²⁰, ceux pour lesquels Graunt a précisé le nombre de survivants.

Sans expliquer son mode de calcul dans cette première lettre, Lodewijk estime que son frère vivra jusqu'à 56 ans et demi et lui-même seulement jusqu'à 55 ans (tableau 2). Bien qu'il soit plus jeune, Lodewijk devrait mourir le premier car la différence d'espérance de vie ne compense pas la différence d'âge.

C'est dans sa lettre du 30 octobre 1669, que Lodewijk explicite le mode de calcul de la vie moyenne.

L'ESTIMATION DE LA VIE MOYENNE

La méthode d'estimation de la vie moyenne proposée par Lodewijk consiste à calculer la somme des années vécues par les personnes décédant à chaque âge (tableau 3) :

«Je compte premierement les annees que toutes ces 100. personnes ensemble doivent avoir vescu.»

¹⁷ Constantin Huygens a alors 73 ans. Il décède en 1687, à l'âge de 91 ans.

¹⁸ «J'advoüe que j'aij eu assez de peine d'en venir a bout, mais à vous il n'en sera pas de mesme.»

¹⁹ Graunt, en examinant la mortalité à la naissance, parle de *quick conceptions*. É. Vilquin écrit (éd. INED des *Observations...*, p. 105, note 4) : Le sens premier, étymologique, de l'adjectif *quick* est : vivant, animé, par opposition à mort, inanimé. Les dictionnaires de la langue anglaise, jusqu'au début de ce siècle, citent Chaucer et Shakespeare pour illustrer l'emploi de ce mot à propos des premiers mouvements du fœtus : «*specifically noting a woman when the motion of the foetus is felt* précise *The Century Dictionary* (Londres 1899)». La racine de la table de survie est donc bien constituée par ces *quick conceptions* ; les avortons et mort-nés sont comptés comme décès entre 0 et 6 ans.

²⁰ Les calculs concernent «un enfant de 6. ans, puis un de 16. ans, de 26. etc.».

Tableau 1. Série des survivants et des décès d'après la «table» de Graunt²¹

Age (en années)	Décès	Survivants
0		100
	36	
6		64
	24	
16		40
	15	
26		25
	9	
36		16
	6	
46		10
	4	
56		6
	3	
66		3
	2	
76		1
	1	
80		0

Tableau 2. «Reste de vie» de Christiaan et Lodewijk Huygens d'après le calcul de Lodewijk

	Age en 1669	«Reste de vie» calculé par Lodewijk	Vie «moyenne» calculée par Lodewijk	Age effectif au décès
Christiaan	40 ans	16 ans et 6 mois	56,5 ans	66 ans
Lodewijk	38 ans	17 ans	55 ans	68 ans

puis à rapporter cette somme à la population de départ :

«Ces 1 822. ans [somme obtenue en totalisant les années vécues] partagez esgalement entre 100. personnes il vient pour chacun 18. ans et environ 2. mois, qui est l'age de chaque personne créée ou conceüe, l'une portant l'autre».

²¹ Dans l'appendice de sa lettre du 30 octobre, Lodewijk rappelle la table de Graunt. Il est à noter qu'il retient comme âge limite de la vie humaine 86 ans, au lieu des 80 retenus par Graunt. Cette table figure au chap. 11, p. 105-106 de *Observations naturelles et politiques [...]*, *ibid.* p. 7.

Tableau 3. Calcul des années vécues selon Lodewijk Huygens

Ages (en années)	Décès entre deux âges	Age moyen au décès (en années)	Années vécues
0	36	3	108
6	24	11	264
16	15	21	315
26	9	31	279
36	6	41	246
46	4	51	204
56	3	61	183
66	2	71	142
76	1	81	81
			1822

Cette lettre de Lodewijk du 30 octobre présente aussi une généralisation du calcul de la vie moyenne à chaque âge (tableau 4). La somme des années vécues de l'âge en question à la fin de la vie est alors rapportée au nombre de survivants à cet âge.

Tableau 4. Vie moyenne selon l'âge (d'après Lodewijk Huygens)

Age (en années)	Vie moyenne
0	18 ans 2 mois
6	20 ans 10 mois
16	20 ans 3 mois
26	19 ans 4 mois
36	17 ans 6 mois
46	15 ans
56	12 ans 8 mois
66	8 ans 4 mois
76	5 ans
86	0

On peut noter que, par économie de calcul, Lodewijk procède par soustractions successives. Sa méthode le conduit à ôter de 1 822 années, ensemble des années vécues de la naissance à la mort, celles vécues par ceux qui décèdent avant l'âge considéré pour le calcul de la vie moyenne. La vie moyenne à l'âge de 6 ans s'obtient par exemple ainsi :

«J'oste premierement les 108. ans (qui est l'aage²² des 36. enfans qui meurent au dessous des 6. ans) de tout ce nombre de 1 822 ans □ reste 1 714. ans lesquels doivent estre partagez entre les 64. personnes qui restent [...].»

²² C'est-à-dire le total des années vécues par ces 36 enfants.

De même, la vie moyenne à 16 ans s'obtient en retranchant les 264 années vécues entre 6 et 16 ans des 1 714 années vécues entre 6 ans et la fin de la vie ; le total obtenu, soit 1 450 ans, est à rapporter aux 40 survivants à cet âge, etc.

Lorsque l'âge ne correspond pas à ceux figurant dans le tableau de Graunt (0, 6, 16, etc.), Lodewijk effectue une interpolation linéaire :

«Lors que je veux déterminer l'âge d'une personne qui est entre 36. et 46. par exemple, comme vous et moi, je règle leurs années futures à proportion de celle qu'ils ont excédé plus ou moins ledit nombre de 36. et ainsi du reste.»

La vie moyenne étant de 17 ans et 6 mois à 36 ans et de 15 ans à 46 ans, Lodewijk pouvait bien estimer son espérance de vie et celle de son frère. Étant donné que Christiaan est, en 1669, âgé de 40 ans, l'interpolation lui donne un reste de vie de 16 ans et 6 mois et donc un âge au décès de 56 ans et 6 mois. Pour Lodewijk, âgé alors de 38 ans, l'interpolation lui donne une espérance de vie de 17 ans et par conséquent un âge au décès de 55 ans.

Christiaan reprend strictement les mêmes données que son frère, celles de Graunt, mais le traitement qu'il en fait et, surtout, le sens qu'il leur donne sont très différents.

LE CALCUL DE LA VIE PROBABLE

Dans sa réponse du 28 août à la lettre de Lodewijk du 22 août, Christiaan adopte le même ton léger que son frère. Il parle de l'invention de son clavier mobile, donne des nouvelles de la perruque de Lodewijk, mentionne l'envoi d'«yeux de verre pour mettre à mon masque de plâtre». Il fait ensuite état de la préparation d'un discours sur la cause de la pesanteur, puis en vient au calcul des âges.

Christiaan se livre, comme le fait remarquer A. Hald²³, à une «interprétation probabiliste de la table de mortalité de Graunt». Il objecte ainsi à son frère que miser sur la survie à 16 ans d'un enfant qui vient de naître serait prendre un mauvais parti : la probabilité de décéder entre la conception et l'âge de 16 ans est en effet supérieure à celle de survivre²⁴.

Christiaan raisonne donc avant tout en termes de pari²⁵. Il note que quiconque miserait sur la survie à 16 ans d'un enfant qui vient de naître «hazarderait 4 contre 3» et qu'il en serait de même pour un pari sur la survie à 36 ans d'une personne de 16 ans.

En effet, d'après le tableau de Graunt, sur 100 personnes à la naissance, 40 survivent à 16 ans tandis que 60 décèdent entre 0 et 16 ans. Le pari sur la survie est par conséquent de 40 contre 60 soit 2 contre 3, et non 4 contre 3²⁶. Sur 40 personnes survivant à 16 ans,

²³ Anders Hald, *A history of probability and statistics and their applications before 1750*, New York, A Wiley-Intersciences publication, John Wiley and sons, 1990.

²⁴ Puisque, selon Graunt, dont Christiaan détient, on le sait, également les données («ce que je puis conclure de certain par les données de la table [de l'Anglois]»), sur 100 conceptions, 40 personnes survivent à 16 ans alors que 60 décèdent entre la naissance et cet âge. Par conséquent, contrairement à ce que note Éric Vilquin dans son introduction à l'œuvre de Graunt (p. 29), les *Observations...* ont bien été directement exploitées par les Huygens.

²⁵ Remarquons que les données de Graunt permettent à Christiaan d'être «certain» des conclusions qu'il tire de la table, à savoir les chances de survie à différents âges.

²⁶ En simplifiant les rapports Christiaan commet une erreur puisqu'il parle de hasarder 4 contre 3 alors qu'en réalité il hasarde 2 contre 3.

16 survivent à 36 ans tandis que 24 décèdent entre 16 et 36 ans : le pari sur la survie est de 16 contre 24 soit, encore, 2 contre 3.

L'approche probabiliste de Christiaan le conduit à raisonner en termes de «partie égale». Quand, sur 100 personnes à la naissance, 40 sont encore en vie à 16 ans, pour «gager avec égal avantage» écrit-il, il faut donc parier à 2 contre 3 sur leur survie (40 survivants contre 60 décès).

Christiaan convertit alors toutes les données de mortalité en rapports de chances, ce qui le conduit à considérer les chiffres de Graunt comme des probabilités intemporelles, au même titre que celles de l'apparition d'une face donnée au jeu de dé²⁷.

Christiaan ne conteste pas véritablement le principe de la moyenne utilisée par son frère, mais simplement son utilisation dans ce cas précis. Ce qui importe à Christiaan est moins de savoir combien de temps vivent les personnes considérées que de connaître la probabilité d'atteindre un âge donné.

Dans l'appendice à la lettre du 21 novembre 1669, Christiaan fait un calcul strictement identique à celui de son frère (tableau 3) mais la logique en est tout autre (tableau 5).

Tableau 5. Christiaan Huygens : durées de vie, pondérées par les «chances» correspondantes

	36 par 3		108
	24 par 11		264
	15 par 21		315
	9 par 31		279
multipliez	6 par 41	fait	246
	4 par 51		204
	3 par 61		183
	2 par 71		142
	1 par 81		81
			1 822

Lorsqu'il effectue, par exemple, la multiplication de 36 par 3, Lodewijk calcule les *années vécues* par ceux qui meurent avant l'âge de 6 ans. Quand Christiaan fait cette même opération, c'est pour calculer les *chances de vivre* 3 années²⁸.

Pour estimer «ce que vaut la chance de l'enfant conçu»²⁹, Christiaan effectue les produits du nombre de chances de vivre x années par ce nombre x ; la somme de ces produits donne, comme chez Lodewijk, 1 822 ans. En divisant ce nombre par le nombre

²⁷ Comme le faisait observer Jean-Claude Perrot lors du séminaire d'*Histoire du calcul des probabilités et de la statistique* du 19 février 1999, au XVII^e siècle, la mortalité est supposée varier plus dans l'espace que dans le temps.

²⁸ Ces 3 ans représentent l'âge moyen au décès de ceux qui meurent entre 0 et 6 ans. Comme il s'agit d'une moyenne, Christiaan la justifie par l'expression consacrée de «l'un portant l'autre».

²⁹ Appendice à la lettre du 21 novembre 1669, p. 528.

total de chances, Christiaan calcule une *espérance mathématique*, l'espérance de vie à la naissance³⁰ :

«Donc par ma regle des jeux de hazard³¹ il faut multiplier chasque nombre des chances par les ans qu'elles donnent, et diviser la somme des produits, qui est icy 1822, par la somme de toutes les chances qui sont icy 100³².»

Christiaan remarque lui-même que son résultat est identique à celui de son frère mais que leurs méthodes sont différentes³³. Plus qu'une différence de méthode, c'est une conception différente de l'ordre de la mortalité qui est en cause.

ORDRE DE LA MORTALITÉ ET PROBABILITÉS DE LA VIE

Les frères Huygens semblent considérer les chiffres de Graunt comme des invariants, d'un point de vue temporel aussi bien que spatial. Mais seul Christiaan les interprète en termes de probabilité.

L'objection que Christiaan adresse à son frère lorsqu'il utilise les données de Graunt est de ne pas raisonner de manière suffisamment précise. Christiaan parle ainsi de déterminer le calcul des âges «au vray» en se fondant sur des données pour chaque année d'âge (au lieu des 6 ans, 16 ans, etc. retenus par Graunt). Il n'insiste que sur l'incomplétude des données et ne discute pas l'ordre de la mortalité qui leur est sous-jacent. Il considère qu'en raison de cette incomplétude, les résultats obtenus par son frère souffrent d'«a peu pres». Ce qu'il souhaiterait, c'est disposer de probabilités de survie par année d'âge.

Lodewijk convient, dans sa lettre du 30 octobre, que son calcul «n'est pas tout à fait juste» mais il estime que les données de Graunt ne permettent pas de faire mieux. Pour en convaincre son frère, Lodewijk cite une remarque de Graunt lui-même, selon lequel «les nombres suivants sont pratiquement assez proches de la vérité, car les Hommes ne meurent pas selon des proportions exactes ni en fractions»³⁴. Cette citation est toutefois invoquée dans un esprit différent de celui de Graunt. L'argument selon lequel les hommes ne meurent «selon des proportions exactes ni en fractions» était au contraire utilisé par Graunt pour soutenir que les nombres de survivants présentés permettaient de se rapprocher de la «vérité»³⁵.

La divergence entre les deux frères porte essentiellement sur l'interprétation de la fréquence des décès à chaque âge. Lodewijk n'a pas la conception probabiliste du pari équitable propre à Christiaan.

³⁰ Lodewijk calcule la moyenne de la durée de vie : il divise 1 822 par des personnes (100) ; Christiaan calcule une espérance de vie : il divise 1 822 par des chances (100). Christiaan dénomme ce résultat de 18 ans et 2 mois, «la chance» ou «l'esperance d'un enfant conçu».

³¹ Cf. *Du calcul dans les jeux de hasard*, proposition III, *op. cit.*, p. 64 et 66.

³² *Op. cit.*, p. 527-528.

³³ «[...] je trouve que nous avons tous deux raison en prenant la chose en different sens» écrit, dans sa lettre du 28 novembre 1669, Christiaan à son frère.

³⁴ Graunt, *Observations...*, trad. Vilquin p. 105. Lodewijk cite le texte original de Graunt.

³⁵ Graunt, *Observations...*, édition anglaise p. 69 : «[...] *the numbers following are practically near enough to the truth* [...]».

Il considère ainsi que «[...] la partie est environ esgale lors qu'on gage qu'une personne de 6. ou une de 16. vivront environ encor 20. ans»³⁶. Mais comme les chances de survivre 20 ans, ne sont, à 6 et 16 ans, pas rigoureusement les mêmes, Christiaan estime, quant à lui, la partie inégale. En effet :

- entre 6 et 26 ans, on compte 39 décès. Comme 25 personnes survivent à 26 ans, les chances pour une personne de 6 ans de vivre au moins 20 ans sont de 25 contre 39□
- entre 16 et 36 ans, on compte 24 décès. Comme 16 personnes survivent à 36 ans, les chances pour une personne de 16 ans de vivre au moins 20 ans sont de 16 contre 24 ou 2 contre 3.

Par conséquent, il y a 25 chances sur 39 de vivre au moins 20 ans quand on a 6 ans, et 26 chances sur 39 quand on a 16 ans.

Pour Lodewijk, la différence est faible, mais pour Christiaan, dont le raisonnement est probabiliste, cet argument d'un «environ egale» ne tient pas. Les données montrent qu'il est «certain»³⁷ qu'une différence existe :

«il est un peu plus apparent [c'est à dire plus probable] pour un de 16 ans que pour un de 6 de vivre encore 20 ans»³⁸.

Lorsque Lodewijk Huygens estime les années restant à vivre, il procède exclusivement en calculant des moyennes. L'expression utilisée de «l'une portant l'autre» le montre bien.

Christiaan critique l'approche de son frère, en contestant finalement la validité d'une *moyenne* pour traiter une telle question. L'argument donné par Christiaan porte sur la possibilité d'une forte *dispersion* autour de la moyenne. Or, cette dispersion n'est pas indifférente en termes de pari, c'est-à-dire de calcul de chances.

Dire, comme le fait Lodewijk, que 100 personnes vivant collectivement 1 822 années ont une vie moyenne de 18 ans et 2 mois, c'est laisser entendre que la majorité de ces personnes vivra effectivement ce nombre d'années. L'objection de Christiaan consiste à imaginer que, sur ces 100 personnes, 90 meurent avant d'atteindre l'âge de 6 ans, tandis que les 10 autres vivent jusqu'à 152 ans et 2 mois. Dans ce cas, la somme des années vécues par les 100 personnes est toujours de 1 822 ans. Or, non seulement personne ne vit réellement 18 ans et 2 mois³⁹ mais la très grande majorité de ces personnes meurt avant l'âge de 6 ans. Leur vie probable est donc de moins de 6 ans. «L'apparence» de dépasser cet âge est faible.

ESPÉRANCE ET APPARENCE

Christiaan conteste la pertinence d'une utilisation de l'indicateur vie moyenne lorsqu'il s'agit de parier, car l'*espérance* ainsi calculée n'exprime pas une *apparence*, c'est-à-dire une probabilité :

³⁶ Lettre du 30 octobre 1669, p. 517 des *Œuvres complètes*.

³⁷ Dans le début de son traité de calcul des probabilités, Christiaan Huygens précise que son objet est de «calculer avec certitude» le rapport des chances (cf. *Œuvres complètes*, tome quatorzième, p. 60).

³⁸ Lettre du 21 novembre 1669, p. 525.

³⁹ Il est à remarquer que $(90 \square 3) + (10 \square 152,2) = 1\ 792$ et non 1 822. L'âge au décès des 10 personnes qui vivent doit être de 155,2 ans au lieu de 152,2 ans.

«Mais quoyque l'esperance d'un enfant conceu vaille ces 18 ans 2_ mois, ce n'est pas a dire qu'il soit apparent qu'il vivra si longtemps, car il est beaucoup plus apparent qu'il mourra devant ce terme⁴⁰.»

Comme le montre son traité de 1656, Christiaan conçoit la probabilité comme étroitement liée à la notion de «jeu équitable»⁴¹. Dans cette perspective, la vie moyenne n'a pour lui aucune signification probabiliste. C'est la raison pour laquelle il privilégie la vie probable :

«De sorte que si on vouloit gager qu'il y parviendroit [à l'âge de 18 ans et 2 _ mois] la partie seroit desavantageuse car on peut seulement gager avec [*sic*] egal avantage qu'il vivra jusqu'à 11 ans environ⁴².»

Dans la dernière lettre consacrée à la durée de la vie humaine, Christian reprend dans des termes très voisins cette argumentation et insiste à nouveau sur la différence entre espérance et apparence. Il écrit à son frère :

«Vous donnez a un enfant conceu 18 ans et 2 _ mois de vie, et il est vray que son esperance vaut autant que cela. Cependant il n'est pas apparent qu'il vivra si longtemps, car il est beaucoup plus apparent qu'il mourra devant ce terme⁴³.»

Dans une perspective de jeu équitable, bien que les durées de vie moyenne soient identiques à 6 ans et à 16 ans (20 années), il n'est pas indifférent de parier qu'une personne de 6 ans ou de 16 ans vivra encore 20 ans :

«Car on ne peut mettre que 25 contre 39 sur celuy de 6 ans, et 2 contre 3 sur celuy de 16. quoy que l'esperance de l'un et de l'autre vaille les 20 ans [...]»⁴⁴.

Au-delà d'une distinction théorique, les notions de vie moyenne et de vie probable ont des applications différentes.

RENTES ET GAGEURES

Lodewijk expliquait, dans sa première lettre d'introduction au calcul des âges, que ses calculs pouvaient être utiles pour les rentes à vie. Christiaan partage ce point de vue et oppose la vie moyenne, applicable aux rentes viagères, à la vie probable, applicable aux «gageures». Il distingue les utilisations de ces deux indicateurs dans sa lettre du 28 novembre :

«Ce sont donc deux choses differentes que l'esperance ou la valeur de l'aage futur d'une personne, et l'aage auquel il y a egale apparence qu'il parviendra ou ne parviendra pas. Le premier est pour régler les rentes a vie, et l'autre pour les gageures⁴⁵.»

⁴⁰ *Op. cit.*, p. 528.

⁴¹ «[...] je pars de l'hypothèse que dans un jeu la chance qu'on a de gagner quelque chose a une valeur telle que si on possède cette valeur on peut se procurer la même chance par un jeu équitable, c'est-à-dire par un jeu qui ne vise au détriment de personne», *Du calcul dans les jeux de hasard*, *op. cit.*, p. 60.

⁴² *Op. cit.*, p. 528.

⁴³ Lettre de Christian du 28 novembre 1669, *op. cit.*, p. 537.

⁴⁴ *Op. cit.*, p. 528

⁴⁵ *Op. cit.*, p. 537-538.

Il deviendra classique, à la suite d'Antoine Deparcieux⁴⁶, d'utiliser la vie moyenne pour déterminer la valeur des rentes viagères. Par contre le calcul de la vie probable restera associé à des raisonnements fondés sur des paris, comme dans le cas du «problème de l'absent»⁴⁷.

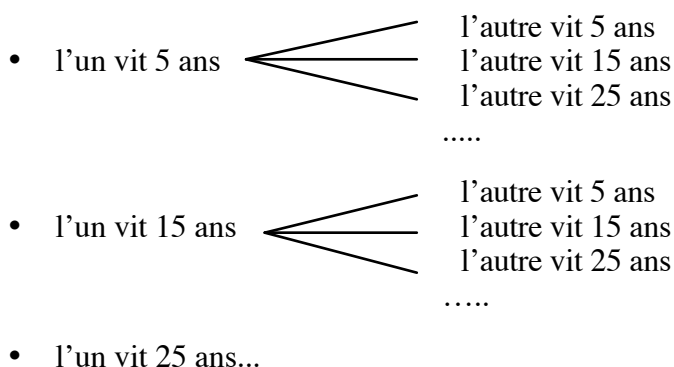
Le calcul de la vie moyenne étant à la base de l'estimation de la valeur des rentes viagères, il n'est pas surprenant que Christiaan se livre, dans le premier *Appendice* de sa lettre du 21 novembre 1669, à quelques exercices chiffrés d'évaluation du temps de survie d'une ou plusieurs personnes.

Il montre ainsi que sur 40 personnes en vie à 46 ans, 2 décéderont en 1 an et 3 mois⁴⁸. Il mentionne le problème de la survie d'un couple dont l'homme est âgé de 56 ans et la femme de 16 ans, problème qu'il pose en termes de contrat équitable :

«Ou bien si on m'avoit promis 100 francs, au bout de chasque an qu'ils vivront ensemble, pour combien seroit il juste qu'on rachetaste cette obligation⁴⁹.»

Il s'interroge sur la survie d'un groupe de deux personnes («en combien de temps mourront 2 personnes de 16 ans chacun» \square). Il trouve une durée de 29 ans 2 mois 2/3.

La démarche de Christiaan peut se représenter sous la forme d'un arbre :



Lorsque l'un des membres du groupe («le premier») vit 5 ans, la durée de vie moyenne du dernier survivant est de 20,3 années (tableau 6).

Lorsqu'il vit 15 ans, la durée de vie moyenne du dernier survivant est de 24,3 ans etc.

⁴⁶ Antoine Deparcieux, *Essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine*, p. 53-59.

⁴⁷ Cf. Éric Brian, «L'Objet du doute. Les articles de d'Alembert sur l'analyse des hasards dans les quatre premiers tomes de l'*Encyclopédie*», in *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, 21 octobre 1996, article *Absent*, p. 168-170.

⁴⁸ D'après la table de Graunt, sur 10 survivants à 46 ans, 4 décèdent dans les 10 années suivantes. Il suffit d'appliquer une règle de trois : pour 40 personnes de 46 ans, il y aurait 16 décès en 10 ans et par conséquent 2 décès en 1 an et 3 mois (10 années que divisent 16 décès et que multiplient 2 décès).

⁴⁹ *Op. cit.*, p. 528.

Tableau 6. Durée de vie d'une association de deux personnes de 16 ans
(d'après Christiaan Huygens)

1 ^e personne		2 ^e personne		Dernière personne en vie		L'association	
nombre de «chances»	durée de vie	nombre de «chances»	durée de vie	durée de vie	moyenne des durées de vie	nombre de «chances»	durée de vie moyenne
15	5	7	<5	5	20,3	15	20,3
		7	8	8			
		25	19,40 + 10	29,40			
9	15	15	5	15	24,3	9	24,3
		4,5	<15	15			
		4,5	18	18			
6	25	16	17,5 + 20	37,5	30,2	6	30,2
		15	5	25			
		9	15	25			
4	35	3	<25	25	37,6	4	37,6
		3	28	28			
		10	15 + 30	45			
		6	25	35			
		2	<35	35			
3	45	2	38	38	46,1	3	46,1
		6	11,67 + 40	51,67			
		15	5	45			
		9	15	45			
		6	25	45			
		4	35	45			
2	55	1,5	<45	45	55,3	2	55,3
		1,5	48	48			
		3	8,33 + 50	58,33			
		15	5	55			
		9	15	55			
		6	25	55			
		4	35	55			
		3	45	55			
1	65	1	<55	55	65,0	1	65,0
		1	58	58			
		1	5 + 60	65			
		15	5	65			
		9	15	65			
		6	25	65			
		4	35	65			
		3	45	65			
		2	55	65			
		0,5	<65	65			
0,5	68	68					
0	0 + 70	70					

La moyenne des durées de vie moyenne est de

$((15 \times 20,3) + (9 \times 24,3) + \dots + (1 \times 65)) / 40 = 29,22$ ans Ces 29,22 ans représentent ce «que vivra le dernier de 2 personnes de 16 ans chacun». Une des deux personnes vivra donc jusqu'à l'âge de 45,22 ans (16 ans + 29,22 ans).

Les différents cas de figure que Christiaan envisage dans sa dernière lettre du 28 novembre 1669, ne le sont qu'à titre d'illustration. Il ne cherche nullement à développer une théorie systématique des probabilités de la vie et de leurs applications.

*

* *

À l'occasion de la correspondance qu'il échange avec son frère Lodewijk, au cours de l'année 1669, sur le calcul des âges, Christiaan Huygens introduit une distinction fondamentale entre «esperance» et «apparence». Une personne peut espérer vivre un certain nombre d'années, nombre donné par le calcul de la vie moyenne. Mais dire qu'il y a «egale apparence» que cette personne atteindra un âge donné, c'est dire qu'il y a autant de chances d'atteindre cet âge que de risques de ne pas l'atteindre. C'est le calcul de la vie probable qui définit cet âge.

Au-delà des points de désaccord entre les deux frères que révèle cette correspondance – est-il plus légitime de calculer une vie moyenne ou une vie probable – il y a une totale convergence sur l'utilisation pratique de ces deux indicateurs. Le calcul de la vie moyenne s'applique aux rentes viagères, et celui de la vie probable aux paris.

La distinction entre ces deux notions de vie moyenne et de vie probable, très claire dans l'esprit de Christiaan, ne s'imposera que très progressivement au XVIII^e siècle. Contrairement à ce que laisse croire l'emploi courant des expressions de «probabilité de survie», de «probabilité de décéder» ou d'«espérance de vie», les auteurs abordant la durée de la vie humaine d'un point de vue statistique manifesteront souvent une certaine réticence au traitement probabiliste de la mortalité.