Philosophia Scientiae

Travaux d'histoire et de philosophie des sciences

19-1 | 2015

Logic and Philosophy of Science in Nancy (II)

Constantes logiques et décision

Saloua Chatti

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/1067>

DOI : 10.4000/philosophiascientiae.1067

ISSN : 1775-4283

Éditeur

Éditions Kimé

Édition imprimée

Date de publication : 1 mars 2015

Pagination : 229-250

ISBN : 978-2-84174-707-8

ISSN : 1281-2463

Référence électronique

Saloua Chatti, « Constantes logiques et décision », *Philosophia Scientiae* [En ligne], 19-1 | 2015, mis en ligne le 23 avril 2015, consulté le 02 novembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/1067> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.1067>

Tous droits réservés

Constantes logiques et décision

Saloua Chatti

Université de Tunis (Tunisie)

Résumé : Dans cet article, j'analyse le problème des significations des constantes logiques. Ces significations sont-elles fixées conventionnellement comme le suggèrent Carnap et Wittgenstein, ou bien doivent-elles s'imposer à tous et ne pas dépendre de décisions préalables? Après avoir examiné le conventionnalisme de Wittgenstein et Carnap et l'anti-conventionnalisme de Peacocke selon lequel les sens des constantes logiques reposent sur des conceptions implicites, je montre que les deux thèses sont également critiquables. La première ne résiste pas à l'incohérence du connecteur "*tonk*", inventé par Prior, dont les règles montrent que la convention ne peut pas déterminer à elle seule les significations des constantes logiques, la deuxième ne tient pas assez compte des divergences importantes entre les logiques. En me basant sur différents systèmes logiques, je présente de nouveaux arguments pour défendre une position intermédiaire selon laquelle chaque constante logique se déploie en diverses variantes qui forment un spectre allant de la version la plus forte à la version la plus faible. Dans ce cadre, le concept de décision joue un rôle en logique, mais les décisions sont prises en amont, en fonction de certaines conceptions touchant la vérité, la déduction et les critères de logicité adoptés par les logiciens, et tiennent compte des intuitions fondamentales liées à chaque constante.

Abstract: In this article, I examine the problem of the meanings of the logical constants. Are these meanings conventional as suggested by Carnap and Wittgenstein, or should we say that they are assigned and do not depend on preliminary decisions? After studying the conventionalism defended by Wittgenstein and Carnap and the anti-conventionalism endorsed by Peacocke, according to which the meanings of the logical constants depend on some implicit conceptions, I show that both theses can equally be criticized. The first one does not resist the incoherence of the connective "*tonk*" invented by Prior, whose rules show that the convention cannot by itself fix the meanings of the logical constants, the second does not take sufficient account of the important differences between the logical systems. By relying on

different logical systems, I give some new arguments to defend an intermediary position according to which each logical constant has different variants which go from the strongest version to the weakest one. In this context, the concept of decision plays a role in logic but the decisions depend on some previous fundamental conceptions with regard to truth, deduction and the criteria of logicality which are endorsed by the logicians, and they take into account the fundamental intuitions related to each constant.

1 Introduction

Le sens des constantes logiques est-il fixé conventionnellement par simple décision ? Ou doit-il s'imposer de lui-même et ne pas dépendre de nos choix individuels ? (1) a été défendue par Wittgenstein et Carnap, (2) a été défendue par Peacocke entre autres. La thèse conventionnaliste a été critiquée notamment par Prior qui a montré qu'elle conduisait à l'admission de connecteurs incohérents ; quant à la thèse anti-conventionnaliste, elle ne rend pas compte des différences notables entre les définitions des constantes dans les systèmes logiques. Compte tenu des impasses auxquelles conduisent ces deux thèses, une position intermédiaire semble être que chaque constante logique doit posséder un sens minimal commun à toutes ses variantes et qui justifie au moins leur appellation commune. C'est cette thèse que je souhaite défendre dans cet essai. Je commencerai par analyser le conventionnalisme et ses limites, ensuite l'anti-conventionnalisme et ses insuffisances, pour finir par dégager les significations minimales des constantes en me basant sur des systèmes *déjà existants* et en partant des définitions et des règles admises dans *ces* systèmes.

2 Le conventionnalisme logique

Selon Wittgenstein, les constantes logiques n'ont pas des sens bien déterminés car ce sont les règles qui fixent leurs sens. Cette opinion est défendue principalement dans les textes postérieurs au *Tractatus* où il dit par exemple « la règle ne décrit pas la négation de plus près, mais la constitue » [Wittgenstein 1980, § 14, 61]. Dans la mesure où ils sont « constitués » et pas « décrits », les sens des constantes découlent des conventions et des règles grammaticales et peuvent donc être différents d'un système à l'autre. Face à cette diversité, Layla Raïd n'hésite pas à évoquer la notion de décision en disant :

Devant ce type de question, Wittgenstein en appelle aux vertus de la décision. Il y a décision car il n'y a aucune nécessité ici.
[Raïd 2001, 35]

D'après cette auteure, il n'y a pas de nécessité absolue en raison précisément du caractère conventionnel des significations. Le conventionnalisme exprimé ici est radical en ce qu'il conduit à considérer les propositions logiques comme de simples « prescriptions ». Il est fondé sur la position wittgensteinienne selon laquelle « les règles d'inférence donnent aux signes directement leurs sens, sans que ceux-ci en possèdent un indépendamment des règles » [Engel 1989, 333]. Les règles sont donc constitutives du sens, d'après cette conception. Le libre choix des règles rend les vérités logiques conventionnelles mais ne leur enlève pas leur caractère nécessaire, lequel dépend beaucoup plus de la pratique que d'une réelle essence des vérités logiques et des constantes qui les sous-tendent. Ce conventionnalisme est lié ainsi à la notion de « forme de vie » défendue par Wittgenstein, qui est à l'origine de la décision de considérer ces vérités précises comme « inattaquables » car les attaquer reviendrait à bouleverser de fond en comble notre « forme de vie ». La décision est donc ici motivée par des considérations pratiques, voire « pragmatiques ». Mais ce conventionnalisme peut être contesté car la justification pratique de la nécessité des vérités logiques n'est pas forcément légitime, et donne à la logique un caractère arbitraire qui tue dans l'œuf toute prétention à la vérité et à la rationalité.

Quant à Carnap, il considère que les vérités logiques sont analytiques et n'ont aucun contenu empirique. Il parle de convention et de choix en formulant son principe de tolérance, qui s'énonce ainsi :

En logique il n'y a pas de morale. Chacun est libre de choisir de construire sa propre logique, i. e., sa propre forme de langage.
[Carnap 1937], cité par [Peacocke 1993, 187]

Le logicien choisit entre diverses options et décide donc ce faisant de la logique qu'il adopte.

Mais on peut montrer, comme Prior l'a fait, que des règles totalement conventionnelles peuvent conduire à des constantes logiques complètement irrecevables comme *tonk*. Cette constante permet de déduire $p \text{ tonk } q$ à partir de p , et q à partir de $p \text{ tonk } q$. De sorte que son application successive permet de déduire n'importe quoi à partir de n'importe quoi, ce qui est totalement inadmissible. Prior en déduit que les constantes logiques ne peuvent pas être totalement conventionnelles car les conventions peuvent engendrer ce genre d'absurdités : elles ne sont donc ni suffisantes ni pertinentes pour définir les constantes logiques. C'est pourquoi certains logiciens ont caractérisé les constantes logiques en se basant sur la notion de « conception implicite ».

3 L'anti-conventionnalisme logique

Selon les tenants de l'anti-conventionnalisme, les vérités logiques ne doivent pas grand-chose à la convention, contrairement à ce que pense Carnap. En effet,

pour Peacocke, l'un des représentants de ce courant, la nécessité des vérités logiques n'est pas due à des conventions linguistiques car les conventions ne peuvent pas *engendrer* les vérités logiques. De même, les constantes logiques ont des sens déterminés qui se reflètent dans les règles qui les caractérisent, lesquelles résultent elles-mêmes de notre compréhension préalable des mots logiques et de ce que Peacocke appelle la « théorie de la détermination » qui permet de donner des valeurs de vérité précises à des énoncés contenant des mots logiques. Ces règles sont les règles d'introduction et d'élimination des constantes. La négation, par exemple, est définie par sa règle d'introduction, la réduction par l'absurde, selon laquelle du fait qu'une contradiction (notée $\perp$) s'ensuit de p , on est en droit de déduire $\sim p$, et par sa règle d'élimination qui affirme que de p et de $\sim p$ découle une absurdité ($\perp$) ; la conjonction est définie par sa règle d'introduction qui affirme que de p et de q , on peut déduire $p \wedge q$ ainsi que par ses règles d'élimination selon lesquelles de $p \wedge q$, on peut déduire p et de $p \wedge q$ on peut déduire q ; les règles d'introduction de la disjonction affirment que de p on peut déduire $p \vee q$ d'une part et de q on peut déduire $p \vee q$ d'autre part, celle d'élimination de la disjonction affirme que de $p \vee q$ et du fait que r s'ensuit de p et que r s'ensuit de q , on est en droit de déduire r . L'implication est définie par sa règle d'introduction qui affirme que du fait que q s'ensuit de p , on est en droit de déduire $p \supset q$, et par sa règle d'élimination, la *modus ponens*, qui affirme que de p et de $p \supset q$, on peut déduire q .

Ces règles sont dites « primitivement irrésistibles » i. e., évidentes par elles-mêmes en raison des conceptions implicites qui leur sont sous-jacentes. Ainsi, $\vee$ -introduction est justifiée par la conception implicite suivante :

Tout énoncé de la forme A ou B est vrai si et seulement si A est vrai ou B est vrai. [Peacocke 1998, 46]

Selon Peacocke, c'est notre compréhension du mot « ou » qui conduit à sa table de vérité et aux règles syntaxiques qui le caractérisent et pas l'inverse. La même chose vaut pour tous les autres connecteurs. Ces conceptions interviennent dans les exercices de simulation qui permettent d'évaluer les lois contenant les constantes. Ce sont elles qui aident à fixer les règles : ainsi, la conception implicite correspondant à la négation justifie le fait que $\sim\sim A$ implique A , car

Tout ce qui est incompatible avec $\sim A$, i. e., une chose qui entraîne $\sim\sim A$, doit entraîner A aussi – sous peine que $\sim A$ ne soit pas la condition la plus faible incompatible avec A . [Peacocke 1987, 164]

L'idée primitive sous-jacente à la négation est exprimée ainsi : « dans chaque cas où A n'est pas vraie, $\sim A$ est vraie » [Peacocke 1987, 164]. Peacocke s'appuie sur une conception *réaliste* de la vérité ; pour cette raison, il considère, contre les intuitionnistes, qu'une proposition peut être vraie même si elle n'est pas démontrée. Ce réalisme conduit tout naturellement à la bivalence et à une définition de la validité comme « préservation authentique de la vérité » [Peacocke 1987, 157]. De ce fait, c'est parce que les règles d'introduction et d'élimination des connecteurs préservent la vérité qu'elles s'imposent. Cette

notion de préservation de la vérité garantit que la définition n'est pas arbitraire, mais bien fondée sur des considérations objectives. Quiconque adopte ce réalisme et la bivalence qui en résulte en viendra à définir les constantes logiques en se basant sur les tables de vérité classiques.

On peut donc considérer que pour Peacocke la seule logique correcte est la logique classique. Cette opinion ne laisse pas de place à la décision puisque les conceptions implicites ne sont pas choisies ni déterminées librement, elles sont plutôt ancrées dans notre compréhension des mots logiques.

Néanmoins, cette analyse ne tient pas assez compte des différences notables entre les logiques, car les connecteurs logiques ont des sens différents selon les systèmes. Le problème est donc le suivant : peut-on déduire de ces différences que les constantes ne sont plus les mêmes d'une logique à l'autre ? Et qu'est-ce qui justifierait dans ce cas une même appellation ? Pour répondre à ces questions, il faut déterminer les points communs entre les diverses versions des constantes afin de voir où interviennent les décisions dans ce domaine et quelles sont leurs motivations. Je défendrai donc une forme de pluralisme modéré et local selon lequel les variantes des constantes logiques partagent un minimum de règles communes qui les rapprochent.

4 Décision et sens des constantes logiques

Avant d'analyser ces points communs, considérons certaines formes de pluralisme local existantes dans la littérature. Parmi les tentatives de rapprochement des différents systèmes logiques, on trouve, par exemple, celle de Došen, qui construit un système où il introduit des « règles à deux lignes », pour rendre compte de plusieurs versions d'un même connecteur, selon les éléments qu'elles contiennent [Došen 1989]. L'implication est ainsi définie par une unique « règle à deux lignes ($\rightarrow$) » qui caractérise « les implications classique, intuitionniste et pertinente ». La règle en question est la suivante :

$$\begin{array}{c} \Gamma, A \vdash \Delta, B \\ (\rightarrow) \quad \frac{}{\Gamma \vdash \Delta, A \rightarrow B.} \\ \text{[Došen 1989, 366]} \end{array}$$

Dans cette règle, si on « élimine l'affaiblissement [*thinning*] à droite », on obtient l'implication intuitionniste :

$$\begin{array}{c} \Gamma \vdash \Delta \\ \frac{}{\Gamma \vdash \Delta, A}, \\ \text{[Došen 1989, 367]} \end{array}$$

Quand en plus, on « élimine l'affaiblissement [*thinning*] à gauche » :

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, A \vdash \Delta}.$$

[Došen 1989, 367],

on obtient l'implication « pertinente du système *R* d'Anderson & Belnap » [Došen 1989, 367].

Néanmoins, les règles doubles de Došen ne rendent compte que des trois systèmes classique, intuitionniste et de la pertinence, ce qui n'est pas suffisant pour rendre compte de l'unité de la logique à travers sa diversité apparente, puisque plusieurs systèmes logiques existants, comme les systèmes modaux et les logiques multivalentes sont laissés à l'écart, malgré leur importance historique et théorique¹.

Une autre approche est illustrée par la logique dialogique défendue, entre autres, par Shahid Rahman et ses collaborateurs. La stratégie de ces logiciens est de se baser sur deux types de règles : les règles locales et les règles globales, qu'ils se donnent la liberté de modifier afin de rendre compte des diverses variantes des connecteurs. Cette stratégie est intéressante car elle met en jeu directement la notion de décision. Les règles locales définissent les connecteurs au sens strict en « spécifiant ce qui doit compter comme une attaque permise et une possible défense d'un énoncé contenant ces connecteurs » [Rahman & Carnielli 2000, 203] ; les règles « structurelles » ou globales caractérisent « les propriétés de la relation de conséquence logique, en décrivant le déroulement général du jeu » [Rahman & Keiff 2008, 4]. En modifiant ces règles d'une manière ou d'une autre, ces logiciens peuvent « donner une expression dialogique à un grand nombre de logiques non classiques et [...] les combiner » [Rahman & Keiff 2008, 2]. Ils les ré-expriment dans un même cadre. Parmi ces systèmes, les auteurs citent « les *logiques modales*, [...] les *logiques libres*, [...] les logiques *paraconsistantes*, [...] la logique *linéaire* » [Rahman & Keiff 2008, 2]. L'avantage immédiat de cette logique dialogique est qu'elle est à même de rendre compte d'un plus grand nombre de systèmes que les tentatives précédentes. Le système dialogique doit sa flexibilité à son côté « pragmatique » [Rahman & Keiff 2008, 6] revendiqué par ses défenseurs, qui permet de changer les règles en fonction du but fixé. Néanmoins, la flexibilité de cette logique et sa capacité à modifier indéfiniment ses règles lui confèrent un côté conventionnel, voire presque artificiel.

1. Dans la même optique, Sambin *et al.* ont construit un système différent appelé « logique basique » où ils intègrent les logiques « classique, intuitionniste, quantique et linéaire non-modale » [Sambin, Battilotti *et al.* 2000, 979]. Néanmoins, ce système pose la question suivante : qu'est-ce qui justifie que le rapprochement se fasse entre *ces* systèmes particuliers et pas les autres, sachant que la logique quantique non distributive, par exemple, est pour le moins marginale ?

Malgré leur intérêt évident, ces tentatives ont leurs limites, car leurs règles sont soit applicables à un nombre restreint de systèmes, soit plus largement applicables mais avec un côté *ad hoc*. Néanmoins, mon but n'est pas de les critiquer mais, plus modestement, de tenter un autre type de rapprochement, plus naturel, qui au lieu de plaquer sur certains systèmes des règles qui leur sont étrangères, *part* de ces systèmes pour dégager les points communs entre leurs définitions des constantes afin de montrer ce qui *est* commun à ces versions, et où et dans quelle mesure les décisions interviennent. Cette méthode a l'avantage du naturel et d'être potentiellement applicable à tous les systèmes; de fait, je l'applique à la logique mathématique *classique*, la logique *traditionnelle*, la logique *intuitionniste*, les logiques *trivalentes* et *plurivalentes*, les logiques *modales*, les logiques *paraconsistantes* et les logiques de la *pertinence*.

4.1 La négation

La négation exprime le refus ou l'absence. Dire « Il ne pleut pas », c'est constater l'absence de pluie et refuser d'assentir à « Il pleut ». La négation classique, qui domine depuis Frege et Russell, inverse la valeur de vérité de ce sur quoi elle porte, car p et $\sim p$ ne sont ni vraies ni fausses ensemble. Néanmoins, bien qu'elle exprime toujours les idées de refus et de privation, la négation peut être moins forte dans les systèmes non classiques. En intuitionnisme, le refus ou la privation portent sur les preuves des propositions. Une proposition n'est considérée vraie que si elle est prouvée. L'absence de preuve ne conduit pas au rejet de la proposition, car la proposition n'est alors pas fausse mais non démontrée. Le rejet total se fait quand p est démontrée fausse, ce qui n'est pas l'équivalent de « p n'est pas démontrée ». D'où le refus du tiers exclu puisqu'il y a désormais trois possibilités : la vérité, la fausseté et l'absence de vérité et de fausseté. La proposition négative devient donc la contraire de la proposition affirmative plutôt que sa contradictoire. Il en résulte que seule $p \supset \sim\sim p$ est admise mais pas $\sim\sim p \supset p$. Par suite, la négation intuitionniste diffère de la négation classique qui admet les deux volets de cette loi. D'autres lois classiques qui font intervenir la négation ne valent plus en logique intuitionniste, comme par exemple l'une des lois de De Morgan, i.e., $\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$, qui est affaiblie en logique intuitionniste car seule l'implication suivante : $(\sim p \vee \sim q) \supset \sim(p \wedge q)$ est valide. De même, les équivalences classiques suivantes : $(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q) \equiv \sim(p \wedge \sim q)$ ne sont plus valides en logique intuitionniste qui n'admet que l'un de leurs volets, i.e., les implications : $(\sim p \vee q) \supset (p \supset q) \supset \sim(p \wedge \sim q)$ [Blanché 1968, 115]. La négation intuitionniste apparaît ainsi comme plus faible que la négation classique. Néanmoins, elle partage avec elle certaines lois fondamentales comme la loi de non contradiction $\sim(p \wedge \sim p)$, qui est valide en intuitionnisme. Dans cette mesure, cette négation n'est pas radicalement différente de la négation classique. Selon Gödel, comme le note [Béziau 2003], elle est comparable à $\Box \sim p$.

On peut également rejeter la bivalence, comme l'a fait Łukasiewicz, ce qui conduit à la modification de la négation dont la matrice fait désormais intervenir trois valeurs : le vrai, le faux et l'indéterminé, noté $1/2$. Quand p et $\sim p$ sont indéterminées, elles ont la même valeur à savoir : $1/2$, ce qui va à l'encontre de l'idée d'inversion des valeurs caractéristique de la négation.

Néanmoins dans le système de Łukasiewicz, la négation garde quand même certaines de ses propriétés fondamentales comme la loi de la double négation avec ses *deux* volets : $p \equiv \sim\sim p$. De plus, elle valide les deux lois de De Morgan puisque le biconditionnel est vrai quand ses deux membres ont la valeur $1/2$. La décision de Łukasiewicz n'est pas arbitraire puisqu'elle est due principalement à la volonté de préserver la loi de la double négation, qui aurait été invalide si la valeur de $\sim p$ avait été 0, quand celle de p est $1/2$. La négation des systèmes trivalents n'est donc pas radicalement différente de la négation classique puisqu'elle partage avec elle certaines lois fondamentales, mais elle est atténuée. Sémantiquement, l'inversion des valeurs de vérité caractéristique de la négation est présente aussi dans les tables trivalentes mais elle n'est effective que quand les valeurs sont déterminées.

De plus, on peut, comme Jean-Yves Béziau l'a fait dans son article [Béziau 2011], interpréter la logique de Łukasiewicz différemment en la transformant en une logique à quatre valeurs de vérité. Partant du constat que Łukasiewicz donne à sa troisième valeur le sens de « possible », J.-Y. Béziau considère que sa logique est une forme de logique modale. Néanmoins, les matrices trivalentes, selon lui, ne sont « pas suffisantes » pour les logiques modales, même « basiques » [Béziau 2011, 2], car elles trivialisent les notions modales. Selon J.-Y. Béziau, le premier choix de Łukasiewicz conduit à donner aux propositions les valeurs suivantes : $\Box\alpha : 0, 0, 0$, quand $\alpha : 0^-, 0^+, 1$, et $\Diamond\alpha : 0, 1, 1$ respectivement [Béziau 2011, 3], où « 0^- = nécessairement faux, 0^+ = possiblement faux » [Béziau 2011, 4]. Ces deux valeurs sont dites « non-désignées » [Béziau 2011, 3].

Pour lui, cette interprétation n'est pas satisfaisante, car la nécessité devient « triviale », puisque « toujours fausse » [Béziau 2011, 3]. La trivialité provient de l'asymétrie entre les valeurs « désignées » (la valeur 1) et « non-désignées » (les valeurs 0^- et 0^+), car

Si nous avons seulement une valeur désignée, nous avons une définition triviale de la nécessité, et si nous avons seulement une valeur non-désignée nous avons une définition triviale de la possibilité.
[Béziau 2011, 4, ma traduction]

Pour éviter cette trivialité, J.-Y. Béziau propose de remédier à cette asymétrie en adoptant deux valeurs non-désignées (0^- et 0^+) et deux valeurs désignées (1^- et 1^+) où les deux dernières valeurs seront interprétées comme suit : « 1^- = possiblement vraie, 1^+ = nécessairement vraie » [Béziau 2011, 4]. On peut ainsi éviter la trivialité de la nécessité et de la possibilité et valider certains axiomes cruciaux de la logique modale. Avec ces quatre valeurs, la négation est définie ainsi :

α	$\neg\alpha$
0^-	1^+
0^+	1^-
1^-	0^+
1^+	0^- .

[Béziau 2011, 9]

Cette définition rétablit l'idée d'inversion des valeurs de vérité caractéristique de la négation classique. Elle valide aussi la loi de la double négation puisque α est *équivalente* avec ces quatre valeurs à $\sim\sim\alpha$. Interprétée de cette manière, la négation de cette nouvelle logique à quatre valeurs adaptée de Łukasiewicz (appelée M4N par J.-Y. Béziau) devient encore plus proche de la négation classique dans la mesure où l'inversion des valeurs de vérité se fait dans *tous* les cas. Néanmoins ces valeurs elles-mêmes sont le résultat de décisions effectuées par J.-Y. Béziau pour éliminer la trivialité des notions modales et valider les axiomes les plus basiques de cette logique. Ces décisions valident aussi les deux lois de De Morgan et les principes de non contradiction et du tiers exclu [Béziau 2011, 9–10], ce qui accentue encore le rapprochement avec la logique classique au niveau de la conjonction et de la disjonction.

On trouve aussi chez Quine une logique trivalente appelée « logique de verdict ». Cette logique « de verdict » est dite « primitive » [Quine 1974, 77], car elle transparait dans les réactions des locuteurs. Quine admet une troisième valeur qu'il nomme « abstention », mais dans les cas où il y a abstention sous p et q , les valeurs de la conjonction et de la disjonction ne sont pas fixées, elles sont notées « ? » ; par contre, s'il y a abstention sous p , il y a abstention aussi sous $\sim p$. Quine souligne que « la négation est *à la fois* une fonction de verdict et une fonction de vérité » [Quine 1974, 77] ; il s'agit donc *du même opérateur* malgré la différence entre la table de verdict et la table de vérité classique. Cette position diffère de celle de *Philosophie de la logique*, selon laquelle le fait de changer les règles revient à « changer le sujet » [Quine 1970, 119]. D'après l'exemple qu'il donne, quand p : « c'est une souris » et q : « c'est un écureuil », et quand « aucune n'est affirmée, ni niée » [Quine 1974, 77] $p \wedge q$ provoque très certainement le dissentiment alors que $p \vee q$ provoquera soit l'abstention, soit l'assentiment. Par suite, la valeur de $p \wedge \sim p$ sera certainement le dissentiment et celle de sa négation l'assentiment puisque p et $\sim p$ sont dans tous les cas incompatibles, même quand les propositions sont indéterminées.

Le principe de non contradiction n'est pas non plus rejeté dans la logique para-consistante de Da Costa qui ne refuse que la règle *ex falso sequitur quodlibet*, selon laquelle on peut tout déduire à partir d'une contradiction ; formellement ceci est exprimé de la manière suivante : $\alpha, \sim\alpha \nVdash \beta$. Pour ces logiciens, une proposition ne *doit* pas s'ensuivre de deux propositions contradictoires pour que la déduction elle-même ait un sens. Ce rejet constitue une décision de principe liée à une certaine conception de la déduction et c'est cette décision

qui a conduit à modifier le sens de la négation, pas l'inverse. L'invalidation de cette règle a pour conséquences immédiates l'élimination de certaines propriétés de la négation et la relativisation du principe de non contradiction. En effet, la réponse adéquate à la question « Que peut-on déduire d'une contradiction? » ne peut pas être « tout », car il n'est pas raisonnable selon Graham Priest, par exemple, d'en déduire n'importe quoi. Pour éliminer ce type d'inférences, certains, notamment les dialéthéistes comme Priest, n'hésitent pas à considérer certaines contradictions comme vraies. L'exemple typique de ces contradictions « vraies » est le paradoxe du menteur. Malgré cela, ces logiciens refusent d'endosser l'opinion selon laquelle *toutes* les contradictions sont vraies. Pour eux, le principe de non contradiction n'est pas faux, il est seulement non applicable *universellement*.

Néanmoins la négation para-consistante demeure une forme de négation parce qu'elle satisfait certaines des lois caractéristiques de cet opérateur, par exemple, l'un des volets de la loi de la double négation, qui est $\sim\sim\alpha \supset \alpha$ et même la loi du tiers exclu $\alpha \vee \sim\alpha$ comme le précise Priest qui affirme :

Ajouter ces deux axiomes à ceux de la logique intuitionniste positive donne le système C_w de Da Costa. [Priest 2007, 29]

Béziau assimile cette négation paraconsistante à $\sim \Box p$ [Béziau 2003].

La négation peut ainsi prendre des formes diverses sans cesser d'être une négation, c'est-à-dire une forme d'opposition. Elle peut donc être perçue comme introduisant une opposition plus ou moins forte selon les logiques. Néanmoins, ces formes peuvent être rapprochées malgré leurs différences.

Ainsi, dans tous les systèmes, la négation est un opérateur *unaire*.

Deuxièmement, sémantiquement, toutes les négations ont en commun d'*inverser* les valeurs de vérité des propositions affirmatives soit dans tous les cas, soit dans certains cas.

De plus, les différentes négations valident toutes :

1. La loi de la double négation soit dans l'un de ses volets, soit dans les deux.
2. Au moins l'une des lois de De Morgan, voire les deux, soit sous la forme d'une équivalence, soit sous celle d'une implication.
3. Soit le principe de non contradiction soit la loi du tiers exclu, soit les deux.

La négation la plus forte est la négation classique, vient ensuite la négation intuitionniste, en troisième lieu la négation para-consistante et enfin la négation des systèmes trivalents.

Les différences entre les négations sont donc les *conséquences* des choix principaux des logiciens non classiques, et ne découlent pas de décisions arbitraires. Au contraire, les logiciens non classiques tiennent à préserver autant que possible les propriétés de la négation tout en réalisant les objectifs de leurs systèmes.

4.2 La conjonction

La conjonction évoque l'idée d'adjonction et de cumul, ou de « juxtaposition » [Quine 1974, 76]. Une conjonction est vraie si chacun de ses éléments est vrai. La conjonction en logique est commutative, car, contrairement à certains usages ordinaires du mot « et », elle ne fait pas intervenir le temps. L'atemporalité de la logique classique est due aux liens étroits entre cette logique et les mathématiques. La conjonction est aussi associative en logique classique et dans les systèmes trivalents, modaux ou autres. Néanmoins, elle aussi est ambiguë, car elle a au moins deux sens, définis par deux groupes différents de règles dans le calcul des séquents de Gentzen, par exemple [Paoli 2005, 314]. Il y a une conjonction « forte » ou extensionnelle qui n'est vraie que quand tous ses membres sont vrais et une conjonction « faible » ou intensionnelle qui est considérée vraie sur la base du fait que l'un de ses éléments pris au hasard est vrai.

Dans la logique de la pertinence de Stephen Read, on retrouve la même distinction entre les deux types de conjonctions, extensionnelle et intensionnelle, la deuxième étant appelée « fusion » et se caractérisant par le fait qu'elle n'admet pas la règle d'élimination classique de la conjonction, mais une règle d'élimination atténuée. Toutefois, la règle d'introduction de la conjonction demeure la même pour les deux variantes, car S. Read dit explicitement que de A et de B (ensemble) on peut déduire $A \times B$, et exprime cela ainsi :

$X; Y : A \times B$ est une conséquence immédiate de $X : A$ et $Y : B$.
[Read 2012b, 56, ma traduction]

Cette règle est donc commune aux deux types de conjonctions et les rapproche. Il admet aussi la loi de De Morgan suivante : « $\sim (A \times B)$ est équivalente à $(\sim A + \sim B)$ » [Read 2012b, 38] où la disjonction est elle aussi intensionnelle. De même il admet l'équivalence entre $\sim (A \times B)$ et $A \rightarrow \sim B$ [Read 2012b, 38], ce qui rapproche encore plus les deux conjonctions, bien que le sens du conditionnel lié à la conjonction classique ne soit pas le même que celui qui est lié à la conjonction appelée « fusion », car S. Read précise que la relation exprimée par $\rightarrow$ n'est pas vérifonctionnelle [Read 2012b, 38], contrairement au conditionnel classique, symbolisé par $\supset$, par lequel on peut traduire la conjonction classique.

Chez Orlov, l'un des premiers logiciens de la pertinence, la fusion admet la première partie de la loi de commutativité de la conjonction soit l'implication suivante : $A \circ B \rightarrow B \circ A$, et également la première moitié de la loi d'idempotence, soit $A \rightarrow A \circ A$, ainsi que la loi d'associativité $((A \circ B) \circ C) \rightarrow (A \circ (B \circ C))$ et $(A \circ (B \circ C)) \rightarrow ((A \circ B) \circ C)$ comme le note Kosta Došen [Došen 1992, 345–346]. Par contre, elle n'admet pas la deuxième partie de l'idempotence, soit la formule suivante : $A \circ A \rightarrow A$, appelée *mingle* [Došen 1992, 346]. Comme pour la négation, la conjonction des logiques non classiques n'admet qu'une partie des lois de la conjonction classique. Elle apparaît donc comme une conjonction affaiblie, mais elle reste malgré cela une conjonction parce qu'elle partage avec

l'opérateur classique un minimum de propriétés communes. Dans les formes affaiblies, ces propriétés se présentent comme des implications.

Toute conjonction satisfait donc les propriétés suivantes : 1. la commutativité (si on excepte l'usage ordinaire de « et ») ; 2. l'associativité ; 3. la règle d'introduction de la conjonction ; 4. la loi d'idempotence, soit sous forme d'une équivalence soit sous celle d'une implication ; 5. l'une ou l'autre des lois de De Morgan, ou les deux, soit sous forme d'une équivalence soit sous celle d'une implication.

Là encore, nous avons des variantes d'un *même* connecteur, dont la force dépend du nombre de propriétés satisfaites mais qui ont en commun de rendre vrai le complexe quand, d'une manière ou d'une autre, *tous* ses éléments sont vrais, ce que la règle d'introduction de la conjonction exprime très clairement.

4.3 La disjonction

On peut dire la même chose de la disjonction, qui diffère selon les logiques. Il y a globalement trois sens différents de la disjonction : le sens inclusif, le sens exclusif et un sens intensionnel qui est admis par les logiciens de la pertinence essentiellement. La disjonction non exclusive (symbolisée par $\vee$) dit que “ p ou q ” est vraie si l'une au moins des deux propositions est vraie ; la disjonction exclusive ($\vee$) par contre est vraie quand l'une des propositions au moins *et* au plus est vraie ; elle est fausse si les deux propositions sont vraies et bien entendu si elles sont toutes les deux fausses. Quant à la disjonction intensionnelle appelée « fission » (+), elle est définie en termes d'implication (pertinente) de la manière suivante : « $A + B =_{df} \sim A \rightarrow B$ » [Read 1981, 66]. Autrement dit, elle affirme que la fausseté de l'un des éléments implique que l'autre soit vrai, l'implication étant comprise au sens le plus fort : celui de la logique de la pertinence.

Toutefois, ces différentes disjonctions n'admettent pas les mêmes règles. Chez les stoïciens, la disjonction est exclusive et n'est vraie que si une seule proposition est vraie. Les stoïciens admettent en effet le syllogisme disjonctif suivant : “ p ou q ; or p donc non q ” qui n'est valide que si « ou » a le sens exclusif. Néanmoins leur disjonction exclusive n'est pas vérifonctionnelle, comme le précise Suzanne Bobzien [Bobzien 2006, § 5.2], car ils ne considèrent que les cas où les éléments sont incompatibles sémantiquement et ne donnent pas la valeur de vérité de « ou » dans le cas où les deux éléments sont vrais. Par contre, en logique moderne, la disjonction exclusive est aussi vérifonctionnelle que la disjonction inclusive, car ses conditions de vérité sont données très précisément par la table de vérité qui lui correspond. Les stoïciens admettent également le syllogisme disjonctif suivant : “ p ou q ; or non p ; donc q ”, de même que “ p ou q ; or non q ; donc p ” qui est valide pour les deux types de disjonctions et également pour la disjonction intensionnelle admise par les logiciens de la pertinence puisque le syllogisme disjonctif suivant : “ $p + q$ et $\sim p$ donc q ” est précisément sa règle d'élimination [Paoli 2005, 315].

Par ailleurs la disjonction inclusive admet « l'addition », i. e., $p \supset (p \vee q)$, contrairement à la disjonction intensionnelle qui n'admet pas la règle “ p donc $p + q$ ”, et à la disjonction exclusive, qui ne valide pas non plus $p \supset (p \vee q)$. Cette règle ne vaut donc que pour la disjonction inclusive. Cette dernière admet aussi les deux lois de distributivité qui relient la conjonction et la disjonction, les lois de De Morgan et la loi d'idempotence $(p \vee p) \equiv p$, tandis que la disjonction exclusive n'admet *que* la première moitié de la loi d'idempotence, i. e., la formule suivante : $(p \vee p) \supset p$ et les premières moitiés des deux lois de De Morgan, i. e., les deux implications suivantes : $(\sim p \vee \sim q) \supset \sim (p \wedge q)$ et $(\sim p \wedge \sim q) \supset \sim (p \vee q)$. Quant à la fission, elle valide $(A + A) \rightarrow A$ chez Orlov, par exemple, mais elle ne valide « pas toujours $A \rightarrow (A + A)$ » comme le précise Došen [Došen 1992, 347]. Elle est également associative mais n'admet que la moitié suivante de la loi de commutativité : $(A + B) \rightarrow (B + A)$ [Došen 1992, 347]. En cela, elle diffère légèrement des deux autres disjonctions qui sont toutes les deux associatives et commutatives au sens plein du terme. Chez Orlov, elle ne valide pas non plus $A \rightarrow (A + B)$ et $B \rightarrow (A + B)$ [Došen 1992, 347], ce qui est corroboré par les autres logiciens de la pertinence, comme S. Read, par exemple, qui n'admettent pas l'addition pour la fission. La fission admet une des lois de De Morgan sous la forme suivante : « $\sim (A \times B)$ est équivalente à $\sim A + \sim B$ » [Read 2012b, 38] où la fission est liée à la fusion ; l'autre loi est sous-jacente à la définition suivante : « $A + B =_{df} \sim (\sim A \times \sim B)$ » [Read 2012b, 53].

Toutefois, malgré ces différences, on peut dégager un certain nombre de points communs entre ces disjonctions puisque :

1. Le syllogisme disjonctif “ p ou q or $\sim p$; donc q ” est valide pour la fission et pour les deux autres disjonctions dans au moins une interprétation, i. e., si la vérité de la disjonction n'est pas fondée uniquement sur la vérité de l'un de ses membres mais sur la possibilité que l'un ou l'autre soit vrai.
2. Elles sont toutes les trois commutatives et associatives même si la fission n'admet qu'une partie de la loi de commutativité.
3. Les disjonctions inclusive et exclusive admettent la loi du tiers exclu, mais la fission ne la valide pas toujours [Read 2012b, 81].
4. Elles admettent toutes la loi de la distributivité de la conjonction par la disjonction (bien que la disjonction exclusive n'admette pas la distributivité de la disjonction par la conjonction).
5. Elles admettent toutes les premières moitiés des deux lois de De Morgan et de la loi d'idempotence.
6. Les disjonctions exclusive et inclusive sont liées au conditionnel, comme la fission l'est à l'implication pertinente, puisque les formules suivantes : $(p \supset q) \equiv (\sim p \vee q)$ et $(\sim p \vee q) \supset (p \supset q)$ sont valides en logique classique.

Il y a dans toutes ces définitions des points communs, qui sont :

1. La vérité d'un *seul* élément est *suffisante* pour rendre la disjonction vraie. Cette caractéristique distingue la disjonction dans *tous* ses sens, de la conjonction.
2. La vérité de la disjonction ne dépend pas de l'ordre des éléments puisque la disjonction est vraie *quel que soit* celui de ses éléments qui est vrai, car même la fission peut être vraie quand *l'un quelconque* de ses éléments est vrai [Read 2012b, 33]. En ce sens, la disjonction dans tous ses sens diffère de l'implication, où l'ordre des éléments joue un rôle crucial.
3. Toutes les disjonctions sont fausses quand leurs *deux* éléments sont faux, ce qui les distingue de l'équivalence, du conditionnel et de l'implication pertinente.

Il y a donc des propriétés communes aux disjonctions puisque certaines lois et règles sont validées dans leur intégralité par ces disjonctions, et celles qui ne sont pas validées intégralement le sont partiellement. Ce qui montre que la différence entre les disjonctions n'est pas radicale.

Le privilège dont jouit la disjonction non exclusive en logique classique et dans d'autres systèmes apparaît comme le résultat d'une décision, peut-être motivée par le fait qu'elle est extensionnelle et simple. La disjonction exclusive et la fission sont toutes les deux, chacune à sa manière, plus complexes que la disjonction inclusive, car la disjonction exclusive, par exemple, est exprimée par la formule : $(p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$ qui ajoute "non (p et q)" à " p ou q ". Quant à la fission, elle est complexe, car elle est définie en termes d'implication pertinente, qui exige plusieurs conditions pour être validée. Nous voyons donc que les modifications de sens sont en réalité des complexifications qui ajoutent des précisions mais ne changent pas radicalement le noyau central du connecteur considéré. La disjonction inclusive est la forme la plus faible, dans la mesure où sa vérité ne dépend que de celles de ses éléments ; vient ensuite la disjonction exclusive qui est plus forte parce qu'elle exige en plus *qu'un seul* élément soit vrai ; quant à la fission, elle apparaît comme la forme la plus forte, puisqu'elle exige *en plus* que le lien entre les éléments soit pertinent, de sorte que les valeurs de vérité des éléments ne sont pas suffisantes pour la valider.

4.4 L'implication

L'implication évoque intuitivement la notion d'hypothèse ou de condition ; il y a implication quand l'antécédent conduit au conséquent, c'est-à-dire quand il n'est pas vrai que l'antécédent est vrai en même temps que le conséquent est faux, ce qui correspond à $\sim (p \wedge \sim q)$. Mais cette définition conduit aux paradoxes de l'implication matérielle comme les propositions suivantes : $p \supset (q \supset p)$, $\sim p \supset (p \supset q)$ et $(p \supset q) \vee (q \supset p)$. Pour résoudre ces paradoxes, certains logiciens modaux comme C.I. Lewis ont estimé que le sens de l'implication, qui est censée exprimer la déductibilité et qui est pour cette

raison au cœur même de la logique, doit être renforcé de façon à ce que le lien entre l'antécédent et le conséquent garantisse que le conséquent *s'ensuit* bien de l'antécédent. Pour garantir cette déductibilité, Lewis introduit sa notion d'implication stricte qui dit ceci : « p implique strictement q = il n'est pas possible que p et non q ». S'il n'est pas possible que p et non q , quand p est vraie, q sera aussi vraie, ce qui permettra de déduire q à partir de p . L'implication stricte est réflexive, transitive et non symétrique et admet la loi de contraposition [Hughes & Cresswell 1972, 250]. Ces propriétés la rapprochent de l'implication classique mais l'introduction de la notion de nécessité résulte bien d'une décision. Néanmoins, les paradoxes de l'implication se retrouvent sous une forme modale dans la logique de Lewis, ce qui a conduit à la création de la logique de la pertinence, dont le but est d'éliminer ces paradoxes, quelle que soit leur forme. Pour ces logiciens, le lien entre l'antécédent et le conséquent doit être intensionnel et pertinent ; il est représenté formellement par des « variables communes » [Mares 2006, Introduction]. C'est en effet le lien intensionnel entre l'antécédent et le conséquent qui est le seul garant de la *validité* de la déduction, car pour ces logiciens, il n'est pas question d'admettre qu'une contradiction implique n'importe quelle proposition ni qu'une tautologie soit impliquée par n'importe quelle proposition. Ces logiques modifient donc le sens de l'implication en refusant de la réduire à une relation extensionnelle, et certaines d'entre elles en viennent même à rejeter le *modus ponens* dans son sens usuel, où $p \supset q$ est exprimé par un conditionnel matériel [Haack 1978, 201]. Néanmoins, en logique de la pertinence, le *modus ponens* n'est pas rejeté quand l'implication entre p et q est pertinente, comme le prouve S. Read dans son article de 1981, où il dit :

Si A et $[A \rightarrow B]$ sont vraies, alors B l'est aussi, ce qui correspond à $MP \rightarrow$. [Read 1981, 67]

Donc le *modus ponens* est accepté et même fondamental quand la première prémisses de cette règle contient elle-même une implication pertinente. De même, certaines propriétés fondamentales de l'implication, comme la transitivité et la réflexivité, sont valides dans la logique de la pertinence comme dans les autres logiques [Haack 1978, 200]. De la même manière, le principe de contraposition est lui aussi admis en logique de la pertinence, bien qu'il soit affaibli, puisque l'axiome 4 d'Orlov, par exemple, est la formule suivante : $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$ [Došen 1992, 342]. Dans les logiques trivalentes, l'implication est également modifiée mais la modification est plus ou moins forte selon les systèmes. Ainsi, la logique de Łukasiewicz admet la transitivité sous la forme suivante : $(p \supset q) \supset [(q \supset r) \supset (p \supset r)]$. Celles de Kleene et de Bochvar par contre ne l'admettent pas. La réflexivité est admise dans le système de Łukasiewicz mais pas dans les deux autres. Il y a donc là une différence importante qui est due à des décisions différentes eu égard à la valeur de vérité de l'implication quand p et q ont la valeur $1/2$; dans ce cas, l'implication chez Łukasiewicz est vraie mais elle est $1/2$ chez Kleene et Bochvar. Par contre, le

modus ponens (comme règle) continue à valoir pour tous ces systèmes même si la loi correspondante n'est pas valide.

Néanmoins, malgré ces différences, l'implication garde certaines propriétés caractéristiques qui se retrouvent dans tous les systèmes. Ce connecteur a, en effet, pour principale caractéristique d'être *asymétrique*, c'est-à-dire non commutatif, et cette caractéristique se retrouve dans tous les systèmes sans exception. De même, il respecte certaines lois et règles à peu près partout², par exemple :

1. Le *modus ponens* comme règle, qui est formulé différemment d'un système à l'autre mais reste valide dans tous, même si la loi correspondante n'est pas valide dans certains systèmes.
2. La loi de contraposition, qui est soit complète soit affaiblie, est valide dans à peu près tous les systèmes.
3. La loi de transitivité est admise presque partout, que l'implication soit pertinente, nécessaire ou extensionnelle, car elle représente une composante fondamentale du noyau central de toute implication.
4. Dans tous les systèmes, l'implication traduit l'idée de déductibilité, puisqu'elle est l'expression formelle du concept « s'ensuivre de ». Ce concept est à la base de l'implication, mais les diverses logiques le traduisent différemment selon l'importance qu'elles donnent à la notion de forme et à celle de contenu.

Les diverses caractérisations de l'implication ne sont donc que des formes plus ou moins fortes d'un *même* connecteur. L'implication pertinente est la forme la plus forte, car elle repose sur un lien étroit entre l'antécédent et le conséquent ; vient ensuite l'implication stricte, qui, bien que plus forte que l'implication matérielle, n'élimine pas les paradoxes de l'implication ; les implications des systèmes trivalents sont les plus faibles, car elles introduisent l'indétermination qui affaiblit toutes les propriétés de l'implication et les élimine parfois. Quant à l'implication matérielle, elle est aussi l'une des formes les plus faibles, car elle est fondée *uniquement* sur les valeurs de vérité des propositions.

5 Les critères de choix des règles définitionnelles

Les règles, néanmoins, ne sont pas choisies au hasard. Elles doivent respecter certaines conditions pour que la constante ait un sens. Parmi ces conditions, on peut évoquer l'harmonie. En effet, plusieurs auteurs mettent l'accent sur le fait que les constantes comme *tonk* sont irrecevables parce que leurs

2. Les seules exceptions étant les deux systèmes de Bochvar et de Kleene qui sont très spéciaux, car ils invalident à peu près toutes les lois logiques.

règles d'élimination ne sont pas en harmonie avec leurs règles d'introduction. L'harmonie elle-même, qui, comme le précise S. Read est une notion introduite par Gentzen et reprise par Dummett, se caractérise par le fait que les règles d'élimination doivent être les *conséquences* des règles d'introduction, de sorte que ces dernières « justifient » [Read 2012a, 1] les premières. Selon les défenseurs de cette conception, c'est parce que ses règles ne sont pas harmonieuses que *tonk* est un connecteur inadmissible et incohérent. En effet, deux concepts sont confondus dans la formulation de ces règles, la première règle étant une des règles de la disjonction et la deuxième étant une règle de la conjonction. C'est pourquoi S. Read explique l'échec de *tonk* à être une constante logique en disant que « l'erreur de Prior a été de donner une règle " $p \text{ tonk } q \vdash q$ " qui n'était pas justifiée par la règle d'introduction pour *tonk* » [Read 2012a, 2, présentation modifiée, ma traduction]. Cependant, le même S. Read critique cette notion dans [Read 2008] en montrant que l'harmonie n'est ni nécessaire, ni suffisante pour garantir l'admissibilité d'un connecteur. Ses arguments sont les suivants : 1/ l'harmonie n'est pas suffisante pour garantir la logicité et la consistance d'un connecteur, car dans certains cas, elle est présente mais le connecteur est quand même inconsistant, donc inadmissible [Read 2008, 11] ; 2/ elle n'est pas non plus nécessaire, car certains connecteurs parfaitement « respectables » et totalement logiques sont caractérisés par des règles non harmonieuses [Read 2008, 12].

Pour illustrer (1), S. Read prend l'exemple du connecteur contradictoire $\bullet$, dont les règles sont harmonieuses [Read 2008, 10], mais qui est inconsistant malgré cette harmonie. (2) est illustré par les règles de Curry caractérisant la nécessité et la possibilité dans le système S4. Ces règles ne sont pas harmonieuses, car $\Diamond E$ ne découle pas de $\Diamond I$ mais la *complète* [Read 2008, 14]. Par suite, ce n'est pas l'absence d'harmonie qui explique l'échec de *tonk* à être une constante logique mais l'incohérence de ses règles prises ensemble [Read 2008, 6].

D'après S. Read, la possibilité est logique, mais plusieurs auteurs mettent en doute la logicité des notions modales. La logicité de la nécessité S4 est validée par certaines règles mais pas par d'autres, car

si nous adoptons les contraintes de Došen sur les règles acceptables [Došen 1994, 280], l'opérateur de nécessité S4 est compté comme une constante logique, tandis que si nous adoptons les contraintes de Hacking, il ne l'est pas [Hacking 1979, 297]. [MacFarlane 2009, section 6, ma traduction]

Sa logicité peut aussi dépendre du type de critères propres à délimiter la notion de constante logique. Ainsi, le critère d'invariance sous les permutations dans un domaine d'objets n'intègre la nécessité du système S5 au sein de la logique que quand il est étendu aux « permutations dans un domaine de mondes possibles » [MacFarlane 2009].

Ce critère d'invariance par permutation, adopté, entre autres, par Tarski délimite l'ensemble des constantes logiques sur la base de leur « insensibilité

aux identités particulières des objets » [MacFarlane 2009, section 5]. Il exprime mathématiquement la généralité et la neutralité de la logique. Dans sa forme initiale, cependant, il ne s'applique pas aux connecteurs propositionnels, car les extensions de ces derniers ne sont pas « des objets au sens usuel » [MacFarlane 2009, section 5], mais des valeurs de vérité. C'est pourquoi Gila Sher préfère une formulation en termes d'une disjonction où le premier élément rend compte des connecteurs extensionnels et le deuxième est sa reformulation propre du critère d'invariance, comme le note Dutilh Novaes [Dutilh Novaes 2014, 91].

Le critère de Tarski inclut au sein de la logique plusieurs notions spécifiquement mathématiques et d'autres dont le caractère logique est contestable. C'est pourquoi les logiciens qui le corrigent veulent restreindre son applicabilité. Mais C. Dutilh Novaes souligne une inadéquation plus fondamentale car, pour elle,

[...] l'invariance par permutation est dès le départ une approche déviée de la nature de la logique. Comme Tarski lui-même l'a noté dans sa conférence de 1966, le critère d'invariance par permutation conduit à une classe de « constantes logiques » putatives qui sont essentiellement sensibles uniquement au nombre d'éléments dans les classes d'individus [...]. [Dutilh Novaes 2014, 82, ma traduction]

Selon elle, ce critère « sous-génère », car il exclut des notions appartenant à la logique comme certaines conceptions de la nécessité. Par suite, elle considère qu'il n'est pas nécessaire pour délimiter la logique. Pour justifier cette opinion, elle se base premièrement sur la pratique des logiciens en disant :

Si un critère de logicité nous fait considérer les opérateurs modaux correspondants comme non logiques, cela semble être un véritable cas de sous-génération du point de vue des pratiques. [Dutilh Novaes 2014, 95]

et plus loin

Harman (1972) suggère que nous n'avons pas besoin de considérer la logique modale comme « logique » et par conséquent nous ne devrions pas la considérer comme de la logique. Je suggère ici que si nous faisons cela, en tant que philosophes, nous excluons une partie vibrante des pratiques logiques du domaine de l'analyse, ce qui, je pense, n'est pas recommandé. [Dutilh Novaes 2014, note 14]

Grossièrement résumé, l'argument semble dire : puisque les logiciens étudient la nécessité, il semble raisonnable de la considérer comme faisant partie de la logique.

Cet argument peut être contesté, car on pourrait aussi bien l'appliquer à toutes sortes de logiques non classiques, comme la logique épistémique ou la logique déontique, dont la neutralité est pour le moins douteuse. Le fait que les logiciens s'y intéressent et les étudient ne garantit pas, à lui seul, que ces

systèmes possèdent la neutralité et la généralité de la logique. Il n'est donc pas décisif, même si d'une certaine façon, il est légitime en tant qu'il montre que les logiciens peuvent déterminer, *par leur pratique propre*, l'étendue et la nature de leur domaine d'étude.

Néanmoins, sa critique repose aussi sur d'autres arguments liés aux structures admises dans les systèmes modaux. Pourquoi, interroge-t-elle, la nécessité d'un système modal donné correspondant à une relation d'accessibilité « universelle » (« chaque monde “voit” tous les mondes »), « vide » (« aucun monde ne “voit” aucun autre monde »), ou « d'identité » (« chaque monde ne “voit” que lui-même ») est-elle logique dans ces cas, mais devient-elle non logique quand les structures changent ? [Dutilh Novaes 2014, 92]. Le fait que l'opérateur de nécessité ne soit pas logique quand la structure n'est pas l'une de celles citées plus haut, par exemple dans S4, lui pose un problème car elle se demande « quelles motivations indépendantes pourraient justifier que les opérateurs modaux de S4 ne sont pas considérés comme logiques, alors que leurs doubles [*counterparts*] interprétés dans des structures universelles le sont » [Dutilh Novaes 2014, 94]. Cette critique se distingue des autres par son refus du fait que la *structure* du système soit le facteur *décisif* pour juger de la nature logique ou pas de la nécessité.

Quelle que soit sa pertinence, que certains contestent³, elle montre que dans tous les cas, les logiciens partent d'une certaine idée de la logique et prennent leurs décisions sur cette base, dans tous leurs choix. Les décisions interviennent donc à plusieurs niveaux : au niveau des règles utilisées pour caractériser les constantes logiques, mais également des critères utilisés pour caractériser la notion de logicité elle-même, mais dans tous les cas, elles ne sont pas arbitraires et découlent de conceptions préalables eu égard à la nature même des constantes et de la logicité. En effet, les propriétés fondamentales des différents connecteurs ne sont pas choisies au hasard, elles sont le reflet des conceptions préalables que les logiciens se font de ces constantes. Les divergences qu'on peut trouver entre les différentes variantes des connecteurs sont les *conséquences* des choix effectués par les logiciens quant aux notions fondamentales de déduction, de vérité, d'opposition et de logicité.

6 Conclusion

En conclusion, les constantes logiques ne sont pas définissables par simple convention et leurs sens dans les différents systèmes gardent quelque chose de commun qui se manifeste à travers les sens intuitifs des expressions qui les désignent et dont l'origine est linguistique, mais aussi dans les règles communes qui les caractérisent, même si ces règles sont atténuées et affaiblies dans certains systèmes. Malgré la diversité de leurs sens, les constantes logiques demeurent reconnaissables comme telles dans la mesure où on peut retrouver un noyau

3. L'un des rapporteurs la conteste en évoquant [van Benthem & Bonnay 2008].

commun dans toutes les variantes d'une même constante. Chaque opérateur oscille ainsi entre plusieurs versions, de la plus forte à la plus faible. Les divergences qu'on observe sont donc des différences de degré et non de nature ; elles sont dues aux contextes traités, aux décisions prises par les logiciens en faveur de tel ou tel système de règles ou de tel ou tel principe fondamental, décisions qui sont elles-mêmes motivées par les conceptions de la vérité ou de la déduction que les auteurs privilégient par rapport à d'autres. Ce sont ces conceptions fondamentales qui conduisent à des décisions de principe adoptées en amont et motivent les choix des règles caractérisant les constantes logiques dans les différents systèmes. La notion de décision a donc un rôle à jouer dans la caractérisation des constantes logiques, mais il n'y a pas de décision arbitraire créant une logique de toutes pièces et les constantes comme *tonk* se trouvent bannies du simple fait qu'aucune intuition et aucune caractérisation cohérente et acceptable ne leur correspondent.

Bibliographie

- BÉZIAU, Jean-Yves [2003], New light on the square of oppositions and its nameless corner, *Logical Investigations*, 10, 218–233.
- [2011], A new four-valued approach to modal logic, *Logique et Analyse*, 54(213), 109–121.
- BLANCHÉ, Robert [1968], *Introduction à la logique contemporaine*, Paris : A. Colin.
- BOBZIEN, Susan [2006], Ancient logic, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, edited by Zalta, E. N., URL <http://plato.stanford.edu/entries/logic-ancient/>.
- DOŠEN, Kosta [1989], Logical constants as punctuations marks, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 30(3), 362–381.
- [1992], The first axiomatization of relevant logic, *Journal of Philosophical Logic*, 21(4), 339–356, doi :10.1007/BF00260740.
- DUTILH NOVAES, Catarina [2014], The undergeneration of permutation invariance as a criterion for logicity, *Erkenntnis*, 79(1), 81–97, doi :10.1007/s10670-013-9469-9.
- ENGEL, Pascal [1989], *La Norme du vrai*, Paris : Gallimard.
- HAACK, Susan [1978], *Philosophy of Logics*, Cambridge : Cambridge University Press, 2006.
- HUGHES, George E. & CRESSWELL, Maxwell J. [1972], *An Introduction to Modal Logic*, London : Methuen and Co Ltd.

- MACFARLANE, John [2009], Logical constants, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, edited by Zalta, E. N., URL <http://plato.stanford.edu/archives/win2008/entries/logical-constants/>.
- MARES, Edwin [2006], Relevance logic, *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, edited by Zalta, E. N., URL <http://plato.stanford.edu/edu/entries/logic-relevance/>.
- PAOLI, Francesco [2005], The ambiguity of quantifiers, *Philosophical Studies*, 124(3), 313–330, doi :10.1007/s11098-005-7777-x.
- PEACOCKE, Christopher [1987], Understanding logical constants : A realist's account, dans *Proceedings of the British Academy*, 153–199.
- [1993], How are a priori truths possible ?, *European Journal of Philosophy*, 1(2), 175–199, doi :10.1111/j.1468-0378.1993.tb00031.x.
- [1998], Implicit conceptions, understanding and rationality, *Philosophical Issues*, 9, 45–88.
- PRIEST, Graham [2007], Paraconsistency and dialetheism, dans *The Many Valued and Nonmonotonic Turn in Logic*, édité par D. M. Gabbay & J. Woods, North-Holland, *Handbook of the History of Logic*, t. 8, 129–204, doi :10.1016/S1874-5857(07)80006-9.
- QUINE, Willard Van Orman [1970], *Philosophie de la logique*, Paris : Aubier-Montaigne, trad. fran. J. Largeault, 1975.
- [1974], *The Roots of Reference*, La Salle : Open Court.
- RAHMAN, Shahid & CARNIELLI, Walter A. [2000], The dialogical approach to paraconsistency, *Synthese*, 125(1–2), 201–232, doi :10.1023/A:1005294523930.
- RAHMAN, Shahid & KEIFF, Laurent [2008], Jeux, preuves et logiques, *Exchorexis*, 6, 15–25.
- RAÏD, Layla [2001], Signification et jeu de langage, dans *Wittgenstein : métaphysique et jeux de langage*, édité par S. Laugier, Paris : Presses Universitaires de France, 21–42.
- READ, Stephen [1981], What is wrong with disjunctive syllogism ?, *Analysis*, 41(2), 66–70, doi :10.1093/analysis/41.2.66.
- [2008], Harmony and modality, dans *Dialogues, Logics and Other Strange Things : Essays in Honour of Shahid Rahman*, édité par C. Dégremon, L. Keiff & H. Rückert, London : College Publications, 285–303.
- [2012a], Identity and harmony revisited, URL www.st-andrews.ac.uk/~simslr/identity_revisited.pdf.

- [2012b], *Relevant Logic : A Philosophical Examination of Inference*, Oxford : Blackwell.
- SAMBIN, Giovanni, BATTILOTTI, Giulia, & FAGGIAN, Claudia [2000], Basic logic : Reflection, symmetry, visibility, *Journal of Symbolic Logic*, 65(3), 979–1013.
- VAN BENTHEM, Johan & BONNAY, Denis [2008], Modal logic and invariance, *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 18(2–3), 153–173, doi :10.3166/JANCL.18.153-173.
- WITTGENSTEIN, Ludwig [1980], *Grammaire philosophique*, Paris : Gallimard.