Philosophia Scientiæ

Travaux d'histoire et de philosophie des sciences

14-1 | 2010

Varia

Boole, critique d'Aristote : la logique de l'élimination du moyen terme

Marcel Nguimbi

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/148>

DOI : 10.4000/philosophiascientiae.148

ISSN : 1775-4283

Éditeur

Éditions Kimé

Édition imprimée

Date de publication : 1 avril 2010

Pagination : 83-125

ISBN : 978-2-84174-521-0

ISSN : 1281-2463

Référence électronique

Marcel Nguimbi, « Boole, critique d'Aristote : la logique de l'élimination du moyen terme », *Philosophia Scientiæ* [En ligne], 14-1 | 2010, mis en ligne le 01 avril 2013, consulté le 15 janvier 2021. URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/148> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.148>

Tous droits réservés

Boole, critique d'Aristote : la logique de l'élimination du moyen terme

Marcel Ngumbi

Faculté des Lettres et des Sciences Humaines, Université
Marien Ngouabi, Brazzaville, Congo

Résumé : Il est une actualité de la syllogistique aristotélicienne qui impose encore aujourd'hui les règles de l'argumentation logique dans la production du savoir scientifique. Le moyen terme y régule la structure et la forme du raisonnement — cet ensemble de jugements — élaboré de telle sorte que la conclusion découle nécessairement des prémisses. Chez Aristote, le jugement requiert ainsi une multitude de procédures d'application à la réalité. Or, Boole trouve en cela un problème méthodologique largement négligé par les logiciens et certains historiens des sciences modernes : le problème d'Aristote sur le moyen terme, le moyen terme étant à la fois cause, matière et forme du syllogisme catégorique. Les deux penseurs visent pourtant l'infailibilité du raisonnement par l'élimination du moyen terme dans les procédures de la recherche de la vérité. Ce qui les divise est à la fois d'ordre méthodologique et de degré. Car, Aristote élimine le moyen terme de la conclusion et selon les lois ultimes de l'objet. Boole, en revanche, élimine le moyen terme du raisonnement symbolique sur la base des lois ultimes de la pensée pure en lui reniant le statut que lui conférait Aristote. Cet article vise à montrer, à la lumière de cette *éclipse du moyen terme* pour Aristote que, pour Boole, la solution nécessaire au problème d'Aristote est la « théorie générale des signes » qui, elle, consacre l'*élimination du moyen terme* du raisonnement symbolique. C'est une exigence de la pensée connaissante en ce qu'elle constitue son caractère méta-méthodologique. La théorie générale des signes rendrait ainsi l'actualité de l'aristotélisme plus persistante si tant est qu'il est admis que Boole ne s'en est lui-même pas encore démarqué.

Abstract: There is an actuality of aristotelian syllogistic which still lays down rules of logical argumentation in the production of scientific knowledge today. The middle term (or mid-term) orientates here the structure and form of reasoning—this set of judgements—elaborated in such a way that the conclusion results necessarily from the premises. According to Aristotle, the discernment thus demands various procedures to be applied to reality. Yet, in doing so, Boole finds a methodological problem which has been widely neglected by logicians and some modern historians of science: Aristotle's problem concerning the mid-term which is cause, matter and form of the categorical syllogism

at the same time. Nevertheless, both thinkers aim at the infallibility of reasoning by eliminating the mid-term in the search procedures for truth. Their positions differ both from a methodological point of view and in degree. For Aristotle rules out the mid-term from the conclusion of the syllogistic reasoning and according to the ultimate laws of the object. On the other hand, Boole rules out the mid-term of the symbolic reasoning on the basis of the ultimate laws of pure thought by denying it the status that Aristotle granted it. This article seeks to show, in the light of this “*mid-term eclipse*” for Aristotle that, according to Boole, the relevant solution to Aristotle’s problem is “the general theory of signs” which establishes the *mid-term elimination* of the symbolic reasoning. It is a requirement of the knowing thought in that it constitutes its meta-methodological character. In so doing, the general theory of signs would thus made the actuality of aristotelicism more persistent if it is the case that Boole himself has not yet distanced himself from it.

Introduction

Boole comme critique d’Aristote. Il l’est certainement à partir de son algèbre logique. Mais, nous le considérerons à partir de sa construction d’une logique de l’élimination du moyen terme, terme intermédiaire à l’intérieur du raisonnement logique représenté symboliquement comme système d’équations. Boole trouve ainsi plus efficace de faire fonctionner le raisonnement symbolique sans moyen terme. Il s’agit donc de comprendre le nouveau statut que Boole assigne au moyen terme dans le fonctionnement du discours logique.

Le « moyen terme », expression que Boole emploie très souvent au pluriel, est, tel que nous le verrons plus loin au sous-point II.2, l’ensemble des éléments qui n’apparaissent pas dans la conclusion, et qui n’apparaissent que dans les prémisses. À la différence d’Aristote qui n’en trouve qu’un seul dans le raisonnement syllogistique, Boole se donne la possibilité de circonscrire plusieurs moyens termes dans le raisonnement symbolique. Ainsi, nous n’entendrons pas autrement la logique de l’élimination de tout moyen terme que construit Boole dans son système logico-algébrique. C’est, de ce point de vue, une logique de la déduction de la conclusion d’un raisonnement symbolique à partir d’un ensemble de propositions comportant des éléments communs qui, eux, ne sauraient apparaître dans la proposition dérivée [Boole 1854b, 27–28]. Ceci tient fortement, certes, au sens où, en algèbre, l’opération d’élimination signifie une technique de résolution d’un système d’équations à plusieurs inconnues utilisant l’expression d’une inconnue par rapport aux autres pour en réduire le nombre. Mais, ce problème de l’élimination, qui est, en fait, un problème central pour les logiciens algébristes anglais à partir du XIX^e siècle, est perçu, posé et résolu plus efficacement par Boole, tel que nous nous employons à le démontrer au point II, par un procédé dit de « méthode générale » applicable à tous les cas possibles.

Aristote reconnaissait au moyen terme la vertu de catalyseur du syllogisme catégorique. Léon Brunschvicg affirme à ce sujet que, pour Aristote, la force du syllogisme naît du moyen terme qui est à la fois sa cause efficiente, sa matière et sa forme [Brunschvicg 1934, Chapitres 1–5]. Nous savons, en fait que, le moyen terme est la force du syllogisme catégorique en ceci qu'il régle la relation de correspondance nécessaire entre les prémisses et la conclusion qui en découle nécessairement. C'est l'une des raisons pour laquelle il ne doit pas figurer dans la conclusion. Et, c'est du fait que la conclusion nécessaire caractérise la nature du raisonnement logique que le moyen terme donne forme au syllogisme. De là toute l'intelligence de la distinction entre les quatre formes ou figures syllogistiques. La distinction tient du comportement du moyen terme dans le raisonnement.

Or, ce que l'on note dans la construction logique de George Boole, c'est que l'élimination du terme intermédiaire, du fait qu'elle ne s'effectue que dans la conclusion chez Aristote, est incapable de garantir l'infailibilité du raisonnement devant rendre compte des phénomènes de la réalité aussi bien physique que logique. C'est une élimination qui s'opère sur la base des lois ultimes de l'objet. Dans cette optique, le raisonnement ne deviendra infailible que lorsqu'il se fondera sur les lois ultimes de la pensée pure. C'est l'intention booléenne de généraliser les procédures aussi bien médiates qu'immédiates du syllogisme catégorique.

Soit ! Mais, quels peuvent être les véritables enjeux d'une telle intention si Boole lui-même n'a pu se démarquer de l'aristotélisme qui persiste tant et si bien dans l'histoire de la logique traditionnelle sous sa forme classique ?

C'est donc à expliciter de tels enjeux que nous convie la présente réflexion que nous conduirons en deux étapes complémentaires. En partant d'une brève esquisse de présentation de la syllogistique aristotélicienne, pour y dévoiler la vertu épistémologique du moyen terme dans les prémisses, avant de mettre en question dans la conclusion cette vertu que lui reconnaît Aristote, nous dirons alors l'essentialité de la méthode générale des signes de Boole, en vue de circonscrire la nécessité d'éliminer le(s) moyen(s) terme(s) du raisonnement symbolique dans la théorie générale des signes. La réflexion culminera sur un certain nombre d'incidences méta-théoriques d'une telle élimination qui, au point de vue de l'histoire des sciences, constitue une avancée significative des recherches logico-mathématiques tel que cela se montre à propos de la conception des ordinateurs et du déploiement de l'intelligence artificielle.

Nous nous servirons, dans le corps du texte, de certaines expressions empruntées surtout au vocabulaire logique de Souleymane Bachir Diagne dans ses *Procédures algébriques de George Boole et leur signification logique* [Diagne 1986, 29–51].

L'expression « forme prospectiviste » est utilisée pour traduire l'effort de prospection de la pensée dans son passage de la forme propositionnelle à la forme algébrique chez Boole. L'expression « conditionnement logique », qui renvoie aux mondes possibles de la sémantique logique, aux contextes possibles

du discours logique, voudra simplement signifier que l'on peut différencier des univers de discours logiques distincts, pour ne s'en tenir qu'à un contexte précis. L'expression « grammaire philosophique » (ou sa variante, la « spécieuse générale ») est utilisée pour caractériser l'idéographie ou le langage formulaire de George Boole conçu et devant fonctionner à l'instar du calcul algébrique. L'expression « optimisme du symbolique » est employée pour justifier le type de positivisme qui caractérise le symbolisme booléen dans la construction de la vérité infaillible. Quant à l'expression « protocoles d'opération rationnels », nous l'utiliserons pour désigner les éléments de toute opération de l'esprit dans le système d'équations booléen.

I. La syllogistique aristotélicienne : brève esquisse de présentation

Une lecture critique et suivie des *Premiers Analytiques* aristotéliens conduit à saisir le travail logique d'Aristote comme un ensemble de procédures logiques qui opèrent sur la relation intensionnelle entre les termes et les concepts représentant ainsi les éléments de la nature. L'ensemble de l'opération syllogistique consiste respectivement dans le caractère onto-logique¹ de la vérité, en tant que ce qui résulte de la correspondance entre le langage et l'objet, et dans la détermination de l'essentialité du raisonnement selon qu'il faut en définir le statut (légitime ou illégitime, valide ou invalide) à partir des procédures de démonstration que l'on se fixe au préalable et selon l'orientation soit vers les tableaux de vérité, soit vers le calcul par la mise en algorithmes des arbres, soit encore vers les formes normales simples, c'est-à-dire les formes normales conjonctives ou disjonctives, etc. Une forme normale conjonctive est une formule dans laquelle la conjonction (rendue par une expression telle que « et ») est le connecteur logique principal autour duquel opèrent des disjonctions simples. La forme normale disjonctive, quant à elle, est une expression logique qui comporte la disjonction simple (que traduit l'expression « ou...ou ») comme connecteur logique principal entre des conjonctions. Cela justifie l'intérêt avoué d'Aristote pour le syllogisme catégorique, au travers des propositions du carré logique traditionnel que sont la proposition de type *A* (proposition universelle affirmative introduite par des expressions telles que « tous », « les »), la proposition de type *E* (proposition universelle négative introduite par des expressions telles que « nul », « aucun »), la proposition de type *I* (proposition particulière affirmative introduite par des expressions comme « quelque (s) », « des », le verbe étant affirmatif) et la proposition de type *O* (proposition particulière négative

1. Nous pouvons aussi lire le sens de l'expression « onto-logique » dans l'affirmation suivante de Kostas Axelos : « En même temps que toute ontologie demeure sous l'emprise de la logique, (elle) se constitue en tant qu'*onto-logique* (c'est-à-dire que tout discours sur l'être fait par le biais de la logique est une vérité correspondante » [Axelos 1977, 23]).

introduite par des expressions comme « quelque (s) », « des », le verbe étant négatif). Le raisonnement déductif est légitime et l'argument valide par la méthode des matrices, lorsqu'on ne rencontre pas un cas et un seul cas tel que les hypothèses sont simultanément vraies et la conclusion fausse. Par la méthode des arbres, la légitimité de la déduction est justifiée par le fait que tous les chemins de l'algorithme sont fermés. Elle se vérifie ainsi par les formes normales simples lorsque chaque formule de l'argument est une expression bien formée (*EBF*) qui ne comporte que les trois constantes suivantes : la négation (qu'on peut symboliser par le signe « $\neg$ »), la conjonction (qu'on peut symboliser par le signe « $\wedge$ ») et la disjonction (que l'on peut rendre symboliquement par le signe « $\vee$ »).

L'onto-logique, quant à elle, réside dans la correspondance supposée des lois de la matière avec celles de la pensée. Les principes régissant la matière régissent en même temps la pensée, toute pensée ayant nécessairement quelque chose d'analogue dans la nature. Cette analogie se répercute ainsi sur la nature de la vérité qui est d'être empirique, parce que débordant logiquement son état analytique de départ. C'est ainsi que la syllogistique se comprendra comme le lieu de la véritable projection mathématique, ce cadre théorique du raisonnement rendu efficace par la cohérence de la relation de l'objet pensé à la pensée qu'on a de l'objet. Elle se constitue en un important outil de la science, de par l'efficacité de ses enchaînements déductifs dans la longue chaîne du processus gnoséologique légitimée par les *Seconds Analytiques*, lorsque les *Premiers Analytiques* avaient déjà fait du syllogisme une opération mentale dont le raisonnement culmine sur une conclusion découlant nécessairement d'un ensemble de prémisses onto-logiquement vraies. Les prémisses onto-logiquement vraies sont un ensemble d'hypothèses dont l'interprétation sémantique correspond au contenu de ce qu'elles représentent dans les faits. Aristote use donc à la fois des variables et du syllogisme, dotant en son temps la science d'une logique de la découverte assez dynamique, quoi qu'en dise Emmanuel Kant² qui qualifie ainsi l'analytique aristotélécienne de « logique formelle ».

Ces grandes découvertes d'Aristote le logicien, comme d'ailleurs la plupart de celles d'Aristote le philosophe, viennent de la reconsidération qu'il fait des principes ou des lois régulant le cours du raisonnement dialectique chez son maître Platon qui, lui-même, le fonde sur l'existence autonome des Idées en tant qu'entités paradigmatiques à distinguer des objets singuliers. C'est ici l'un des arguments majeurs pour justifier le caractère non-formel de la *logique* chez Aristote, l'autre étant que la syllogistique se fonde sur une question d'essence philosophique, à savoir la question onto-logique de la vérité-correspondance. L'intuition logique de ce disciple de Platon s'exprimera, en fait, dans l'onto-logique de la proposition attributive intensive ou extensive puis dans la syllogistique procédant de son intention de re-fonder la diérèse platonicienne qui,

2. Cela ressort de la Préface à la deuxième édition de la *Critique de la raison pure* parue en 1787, lorsque Kant atteste que depuis Aristote, la logique n'a pu faire « aucun pas en avant et que, par conséquent, selon toute apparence, elle semble close et achevée » [Kant 1965, 15].

dans sa démarche, ne conduit pas nécessairement à une conclusion nécessaire tel que le relève Robert Blanché qui montre que, c'est en réfléchissant sur cette insuffisance de la diérèse platonicienne qu'Aristote a découvert le syllogisme, lequel apporte une conclusion nécessaire au raisonnement [Blanché 1970, 23–24]. Or, pour le disciple de Platon, cela s'entend, l'opérativité du moyen terme garantit la structure du raisonnement déductif telle qu'on parvienne nécessairement à une conclusion nécessaire. Il en sera ainsi dans toute cette longue tradition qui va jusqu'à la pratique du calcul algébrique du raisonnement par Boole, et même au-delà lorsqu'il consacre l'élimination du moyen terme là où Aristote ne faisait que l'éclipser dans la conclusion.

En tant qu'entité paradigmatique du calcul logique dont l'une des modalités fondamentales est l'onto-logique, la syllogistique assure l'enjeu de la « *mathesis universalis* », cette mathématique universelle qui constitue le cadre logique de la caractéristique universelle, la nouvelle instauration leibnizienne, comme une révolution copernicienne dans un univers où les ambiguïtés des langues naturelles consacrent l'incompréhension entre les humains. Nous pouvons ici le signaler, le projet leibnizien d'une langue caractéristique universelle (« *lingua characteristica universalis* ») devrait, à terme, conduire au fait que les humains s'entendent en raison³. C'est la théorie du syllogisme analytique qui se déploie par le syllogisme catégorique, le syllogisme hypothétique péchant par le fait de substituer la valeur d'attribut au sujet de la proposition catégorique. Elle permet utilement de distinguer entre ce qui est signifié par le mot (le sujet) et les choses mêmes auxquelles se rapporte cette signification (le prédicat). De cette considération des termes dépend la forme de la proposition, de sorte que, du comportement du terme intermédiaire relèvent à la fois la structure et la figure du mode syllogistique tel qu'on le découvre dans l'effectuation des opérations de réduction, conversion, inversion et obversion, par exemple.

La syllogistique aristotélicienne se comprendra ainsi, dans sa pluralité méthodologique, à la fois comme une intuition fondatrice au principe de la caractéristique universelle de Leibniz et au principe de l'algèbre de la logique universelle dans l'intention avouée de Boole d'unifier la méthode logique [Boole 1854b, Ch. XV]. Par ailleurs, l'onto-logique inspirera l'opération idéographique de Ludwig Friedrich Gottlob Frege, qui confère à son langage formulaire la vertu d'un outil précieux entre les mains du philosophe

3. Je développe cet aspect du projet leibnizien dans un autre article intitulé « La position de Leibniz au regard de la syllogistique aristotélicienne » (à paraître). C'est une réflexion qui se focalise sur l'apport de Leibniz dans son re-travail de la *logique* chez Aristote. Je dis « logique chez Aristote », parce que le mot « logique » ne relève pas du vocabulaire d'Aristote. Il a été introduit par la scolastique qui, comprenant ainsi (à tort ou à raison ?) la « syllogistique » ou l'« analytique » d'Aristote, a produit les conditions pour la caractériser comme une « logique formelle ». Ce que reprendront, comme un paralogisme, René Descartes, et plus tard Emmanuel Kant, ainsi que je viens de le faire observer en me fondant sur une remarque de Heinrich Scholz [Scholz 1968, 80].

[Frege 1999, 8]. Sur cette exigence formelle de pluralité méthodologique, Aristote construira les trois premières figures syllogistiques, avant que son disciple Théophraste n'en construise la quatrième. Ces quatre figures comportent ensemble dix-neuf modes concluants dont seuls les quatre de la première figure sont parfaits. Chaque figure se conçoit et fonctionne selon des règles qui lui sont singulièrement particulières. Nous en indiquerons la structure et la composition plus loin⁴.

I.1. L'essence du raisonnement syllogistique

Nous ouvrirons cette étude par une mise au point non négligeable pour notre propos. En fait, le raisonnement du discours logique est une forme de pensée élaborée généralement sur la base d'un ensemble de jugements. On le lit bien dans les *Premiers Analytiques* et dans les *Seconds Analytiques* d'Aristote. Il ressort donc que, lorsqu'il se veut syllogistique, le raisonnement logique comporte trois jugements dont les deux premiers sont les prémisses d'un troisième qui est la conclusion et qui en découle nécessairement. La médiation à l'intérieur du raisonnement est garantie par le fonctionnement du moyen terme, terme intermédiaire entre le grand terme et le petit terme, tel que nous le montrerons plus loin. Ces jugements se fondent eux-mêmes sur la proposition catégorique à quoi ils s'identifient du reste, et que nous définirons comme une phrase empiriquement déclarative, car elle a la vocation de dire quelque chose de quelque chose, ce qui est dit devant être soit onto-logiquement vrai soit onto-logiquement faux. Il est entendu que, être onto-logiquement vrai ou faux, c'est être vrai ou faux conformément aux faits. Ainsi fonctionne l'« onto-logique » dans la syllogistique aristotélicienne, c'est-à-dire la logique de la relation de correspondance nécessaire entre ce que l'on dit (le langage) et ce dont on parle (l'objet pensé).

Dans la « *First Lecture* » de son *On the Meanings of the Logical Constants and the Justifications of the Logical Laws*, Per Martin-Löf conduit une pensée heuristique dans son contenu, mais qui peut faire courir le risque de confondre méthodologiquement, dans leur emploi, les concepts de proposition et de jugement, que nous identifions sémantiquement.

Pour Per Martin-Löf, en effet, le concept aristotélicien pour dire quelque chose de quelque chose est « proposition ». Le concept de « jugement » vient comme remplacer l'usage de la proposition dans la longue tradition qui partirait d'Emmanuel Kant, tout comme le « jugement catégorique » aurait remplacé l'usage de la « proposition catégorique ». Il écrit exactement ce qui suit :

In the old, traditional use of the word proposition, propositions are the things that we prove. We talk about proposition and proof, of course, in mathematics: we put up a proposition and let

4. Cf. Notes 8–12, p. 15.

it be followed by its proof. In particular, the premises and conclusion of the inference were propositions in this old terminology. It was the standard use of the word up to the last century. And it is this use which is retained in mathematics, where a theorem is sometimes called a proposition, sometimes a theorem. Thus we have two words for the things that we prove, proposition and theorem. The word proposition, Gr. *πρότασις*, comes from Aristotle and has dominated the logical tradition whereas the word theorem Gr. *θεώρημα*, is in Euclid, I believe, and has dominated the mathematical tradition.

With Kant, something important happened, namely, that the term judgement, Ger. *Urteil*, came to be used instead of proposition [...] Be that as it may, what happened with Kant and the ensuing German philosophical tradition was that the word judgement came to replace the word proposition. Thus, in that tradition, a proof, Ger. *Beweis*, is always a proof of a judgement. In particular, the premises and conclusion of a logical inference are always called judgements. And it was the judgements, or the categorical judgements, rather, which were divided into affirmations and denials, whereas earlier it was the propositions which were so divided [Martin-Löf 1996, 11–60].

D'un point de vue général, nous convenons avec Per Martin-Löf de ce mouvement méthodologique si important dans l'histoire de la logique, et qu'il est tout à fait évident que, pour Aristote et la logique classique traditionnelle, le raisonnement logique est composé de propositions qui sont l'expression verbale du jugement qui, lui-même, est ce par quoi s'exprime la proposition catégorique.

Mais, en particulier, nous nous interdisons de situer le passage de la connotation ou du sens de la proposition catégorique au jugement catégorique à partir d'Emmanuel Kant. Nous estimons, pour notre part, que les concepts de proposition et de jugement catégoriques qu'accompagne la notion de vérité ont bien une histoire commune dans la construction du raisonnement syllogistique depuis Aristote. C'est bien pourquoi, dans le présent travail, nous utiliserons indistinctement le concept de proposition ou de jugement pour caractériser le raisonnement logique aussi bien chez Aristote que chez Boole. Pour quelle raison ? Nous sommes persuadés que le discours logique onto-logiquement vrai se fonde inéluctablement sur des propositions ou des jugements catégoriques qui savent rendre compte du vrai et du faux onto-logiques, parce que conformes aux faits sur lesquels on juge le vrai ou le faux. C'est la même intelligence du sens de la notion de proposition que donne Göran Sundholm dans sa logique constructiviste des relations entre la proposition logique, la vérité et la signification des connecteurs logiques [Sundholm 1997, 191–212].

Cette autre assertion de Per Martin-Löf pourrait tout autant renforcer notre persuasion lorsque l'auteur écrit :

In Aristotelian logic, an affirmation was defined as a proposition in which something, called the predicate, is affirmed of something else, called the subject, and a denial was defined as a proposition in which the predicate is denied of the subject. Now, this is something that we have certainly abandoned in modern logic [Martin-Löf 1996, 11–60].

L'assertion voudrait simplement dire *aristotéliennement*, c'est-à-dire d'un point de vue digne de la correspondance nécessaire entre ce que l'on dit et ce dont on parle que, d'une part, l'affirmation s'établit dans une relation de la qualité affirmative du verbe copulant le sujet et le prédicat. Tel est le cas dans la proposition catégorique universelle suivante : « Tout homme est mortel » ; et que, d'autre part, la négation s'établit dans une relation de la qualité négative du verbe copulant le sujet au prédicat, comme dans cette autre expression universelle : « Aucun Français n'est africain. » Il relève de ces deux expressions universelles (affirmative et négative) qu'autant aucun homme ne peut être exempt de la classe des mortels, autant il n'y a pas et il ne saurait y avoir de citoyen français qui soit africain, le citoyen français étant par nature européen. Ainsi, la relation aussi bien affirmative que négative fait porter au sujet toute la charge ontologique du prédicat, ce à quoi s'oppose George Boole dans la relation d'« égalité algébrique » entre les deux termes de la proposition logique. La charge ontologique que porte le sujet est une situation qui relève de la mise en œuvre du « *dictum de omni et nullo* » qu'Aristote définit par le fait de n'affirmer que lorsqu'il est nécessaire d'affirmer, et de ne nier que lorsqu'il est nécessaire de nier, le principe du *dictum de omni* admettant qu'un attribut affirmé à propos d'un concept donné peut être attribué à chacun des individus constituant la classe logique définie par ce concept, et le principe du *dictum de nullo* admettant également que ce qui est nié d'une classe logique l'est de chacun des termes qui la constituent. Voilà pourquoi, définissant le vrai et le faux, Aristote déclare que dire le vrai, c'est dire de ce qui est qu'il est et de ce qui n'est pas qu'il n'est pas ; et dire le faux, c'est dire de ce qui est qu'il n'est pas et de ce qui n'est pas qu'il est.

Si donc nous traduisons la conjonction anglaise de coordination « *now* » qu'utilise Per Martin-Löf par son équivalent logique français « *or* », la dernière partie de l'assertion signifierait simplement que la logique moderne aurait négligé cette vérité onto-logique du « *dictum de omni et nullo* » de la même manière qu'elle a négligé le problème méthodologique d'Aristote sur l'éclipse du moyen terme dans la conclusion. Boole le fait aisément remarquer au XIX^e siècle, tel que le dévoilera la présente réflexion, en s'inspirant des applications algébriques que Boole construit sur les procédures syllogistiques d'Aristote [Boole 1854b, Ch. XV]. Ces applications booléennes donnent la solution à ce que nous disons être le problème méthodologique d'Aristote, lorsqu'elles culminent sur la généralisation des procédures de la syllogistique aristotélienne, non comme généralisation de la mathématique dite élémentaire, absolument propédeutique, mais comme un édifice de la mathématique

de nature presque semblable à celle de la mathématique ordinaire devant fonder en exemple d'application l'édifice de la syllogistique.

Après donc cette mise au point méthodologique, un constat s'impose à l'évidence : pour dire l'essence du raisonnement syllogistique, on se fonde sur la proposition ou le jugement, la combinaison nécessaire des propositions ou jugements conduisant au raisonnement syllogistique en application des règles du syllogisme catégorique.

Ainsi entendu, le raisonnement syllogistique chez Aristote fonctionne comme une théorie de construction de la pensée conformément aux règles du syllogisme catégorique qui, lui-même, se constitue sur la base des propositions logiques. L'essence d'une telle construction de la pensée est d'élaborer un discours logique qui aboutisse à une conclusion relevant nécessairement de ses prémisses. Nous dirons donc que le raisonnement aboutit à une conclusion nécessaire à partir des propositions qui sont des jugements antécédents unissant deux termes (le grand terme et le petit terme) à un troisième servant d'intermédiaire entre eux (le moyen terme) et desquels dérive un jugement conséquent (la conclusion). Ainsi, comme l'entend Léon Brunschvicg, l'opération qui rattache une conclusion à ses prémisses apparaît comme une synthèse des propositions elles-mêmes. La conclusion dont la vérité s'impose nécessairement à l'esprit qui raisonne, a une valeur d'un tout autre ordre que les prémisses, qui sont données dans le raisonnement à titre de jugements isolés [Brunschvicg 1934, 15]. Sa valeur tient seulement de ce qu'elle explicite l'information contenue de façon implicite dans les prémisses. Puisqu'elle ne va jamais au-delà du contenu informatif des prémisses.

De ce point de vue, le raisonnement syllogistique est d'essence déductive, le jugement du discours logique étant de dire le vrai ou le faux. Le discours logique se construit ainsi à partir du principe déductif, principe de la pertinence déductive selon lequel, raisonner consiste à passer des prémisses vers la conclusion en déduisant, c'est-à-dire en explicitant dans la conclusion l'information des prémisses, de sorte que l'information contenue dans la conclusion ne déborde jamais celle contenue dans les prémisses. En ce sens, l'essence du raisonnement syllogistique place l'esprit qui raisonne devant un schéma de pertinence déductive tel que, la conclusion $(Hn - 1)$ qui explicite l'information contenue dans les prémisses (Hn) n'aille pas au-delà de celles-ci. Puisqu'aucun du grand terme et du petit terme ne doit avoir plus d'extension dans la conclusion que dans les prémisses. C'est pourquoi, de n hypothèses, nous ne saurions avoir que « $n - 1$ » et pas « $n + 1$ » hypothèses, c'est-à-dire :

$$H1, H2, \dots, Hn \models Hn - 1$$

Ce qui signifie encore que, de l'ensemble d'hypothèses supposées (Hn) sur la base des prémisses, il est permis de déduire sémantiquement (c'est le sens du symbole $\models$) une autre hypothèse dont la fonction n'est que d'expliquer ce qui est déjà contenu au départ, mais jamais de le déborder (c'est le sens onto-logique de l'expression $Hn - 1$). Déduire sémantiquement, c'est inférer

ou tirer la conclusion conformément à la correspondance entre ce que l'on dit (le langage) et ce dont on parle (l'objet). Au contraire d'une telle relation de correspondance nécessaire, certains logiciens supposent une relation de cohérence de la pensée avec la pensée, tel qu'on le verra chez Leibniz⁵. La logique chez Aristote a la grandeur de savoir concilier ces deux types de relations dans le raisonnement syllogistique. Car, elle est tout autant rigoureuse sur la forme (formelle) de la pensée que sur sa signification onto-logique (le contenu). C'est pourquoi elle est dite à la fois logique des termes et logique des concepts. Voyons donc comment fonctionne le moyen terme dans les prémisses et son état d'éclipse au niveau de la conclusion d'un raisonnement logique relevant de ce double aspect de la syllogistique aristotélécienne.

I.2. La vertu épistémologique du moyen terme dans les prémisses et son statut (d'éclipse) dans la conclusion

Selon le schéma de la pertinence déductive que nous venons d'indiquer, les jugements sont énoncés dans un ordre qu'indique la syllogistique en tant que théorie générale du syllogisme catégorique. Cet ordre répond à l'exigence des règles fondatrices du syllogisme, le syllogisme étant une inférence qui se déroule sur des propositions logiques. L'inférence se constitue en un raisonnement qui comporte trois propositions. La première proposition, appelée majeure, porte le grand terme et le moyen terme. La deuxième proposition, appelée proposition mineure, porte le petit terme et le moyen terme. C'est la dernière proposition, appelée conclusion, qui exclut le moyen terme pour porter ensemble le grand et le petit termes⁶. Avant de déterminer les règles qui fondent le syllogisme catégorique d'Aristote, nous relèverons le fait que le raisonnement syllogistique

5. Cf. Note 3, p. 6.

6. Pour Aristote, une « proposition logique » est une phrase déclarative, une phrase empirique porteuse d'information, c'est-à-dire une phrase à propos de laquelle on peut dire le vrai ou le faux. Une suite finie de propositions exprimées en langue naturelle constitue un argument. Il distingue deux grandes branches de propositions : les propositions catégoriques, celles qui sont déclaratives, et les propositions hypothétiques, celles qui sont conditionnelles. Aristote s'est intéressé aux propositions catégoriques, parce qu'elles disent quelque chose de quelque chose, délaissant ainsi les discours non déclaratifs qui expriment le commandement, le souhait, la question, la prière, etc, qu'il relègue au rang de la rhétorique ou de la poétique. Il écrit, à cet effet, que « Tout discours n'est pas une proposition, mais seulement le discours dans lequel réside le vrai ou le faux, ce qui n'arrive pas dans tous les cas : ainsi la prière est un discours, mais elle n'est ni vraie ni fausse » (*De l'interprétation*, 4, 17a, 2). La proposition logique est donc toute phrase déclarative qui n'est vraie ou fausse qu'en fonction de la manière dont se combinent par nécessité ses termes que sont : le sujet (*S*) et le prédicat (*P*) reliés par la copule verbale.

Quant au « syllogisme », pour Aristote, c'est « un discours dans lequel certaines choses étant posées, quelque chose d'autre que ces données en résulte nécessairement par le seul fait de ces données » (*Organon III, les Premiers Analytiques*, I (1) 24b, 15-20, p. 4). Le syllogisme est ainsi un raisonnement composé des propositions appelées « matières immédiates » que sont deux antécédents et un conséquent au milieu

rend nécessairement décisive la question de la vérité onto-logique. La vérité doit, en effet, transparaître clairement plutôt qu'être ambiguë. Car, pour Aristote, une pensée « vraie » est celle qui est nécessairement conforme aux faits à quoi elle s'applique.

Pour ainsi déterminer les règles fondatrices du syllogisme aristotélicien, nous dirons qu'elles sont au nombre de huit. Les quatre premières portent sur les termes du syllogisme, et les quatre autres concernent les prémisses du syllogisme. L'inspiration nous vient principalement de la classification que Régis Jolivet⁷ a faite de ces règles du syllogisme [Jolivet 1939, 108–110], quoique nous

desquels se déploient trois termes appelés « matières premières » du syllogisme que constituent la proposition majeure, la proposition mineure et la proposition conclusive. La proposition majeure est la prémisse du syllogisme qui porte le grand terme ; la proposition mineure est, quant à elle, la prémisse du syllogisme qui porte le petit terme ; ainsi, la conclusion résulte légitimement du double rapport de la majeure et de la mineure. Le grand terme (symbolisé par P , qui n'est pas à confondre avec le prédicat) ou terme majeur, ou encore grand extrême, est généralement repris comme prédicat dans la conclusion. Il est ainsi l'englobant du moyen terme (symbolisé par M). Il est dit grand terme parce qu'il a plus d'extension que les autres termes du syllogisme. Le petit terme (symbolisé par S , qui n'est pas à confondre avec le sujet) ou terme mineur, ou encore petit extrême, parce qu'il a la plus petite extension, est comme le noyau du moyen terme auquel il est subordonné (*Organon III, les Premiers Analytiques*, I (1) 26a, 20–25, p.15). Le moyen terme est alors le terme qui a l'extension intermédiaire entre le grand et le petit termes. C'est le terme commun aux deux prémisses du syllogisme et aux termes majeur et mineur.

7. Pour Régis Jolivet, en effet, les logiciens énumèrent huit règles du syllogisme dont quatre concernent les termes et quatre les propositions. Les huit règles sont, dans l'esprit de l'auteur :

1. Trois termes seulement : grand, moyen, petit ;
2. Jamais en conclusion plus grands qu'en les prémisses ;
3. Que jamais le moyen terme n'entre en la conclusion ;
4. Et qu'une fois au moins il soit universel ;
5. De deux prémisses négatives on ne peut rien conclure ;
6. De deux prémisses affirmatives ne peut suivre une conclusion négative ;
7. La conclusion suit toujours la prémisse la plus faible ;
8. De deux prémisses particulières on ne peut rien conclure.

Régis Jolivet estime alors que ces huit règles peuvent être ramenées à trois règles principales que sont :

Première règle : Le syllogisme ne doit avoir que trois termes ;

Deuxième règle : De deux prémisses négatives, on ne peut rien conclure. Si, en effet, ni le petit terme, ni le grand terme ne sont identiques au moyen (c'est-à-dire n'ont pas une relation affirmative), il n'y a pas de rapport entre eux, et aucune conclusion n'est possible ;

Troisième règle : De deux prémisses particulières, on ne peut rien conclure. En effet, dans ce cas, trois hypothèses sont possibles :

- a. Les deux prémisses sont affirmatives. Le moyen terme est alors pris deux fois particulièrement (puisque dans les particulières affirmatives, le sujet et le prédicat sont tous deux particuliers) et le syllogisme a quatre termes.

sachions que plusieurs autres, telle que Antoinette Virieux-Reymond [Virieux-Reymond 1962, 54–55], ont aussi produit un registre des règles du syllogisme catégorique. Régis Jolivet a certainement compris que certaines règles du syllogisme aristotélicien s'entrecroisent. Il ne va donc en retenir que trois principales. En fait, il isole la première règle, la cinquième règle et la huitième règle ; toutes les autres se rejoignant. Nous souscrivons entièrement à une telle classification des règles du syllogisme aristotélicien. Seulement, nous avons voulu reprendre conceptuellement la liste de ces règles en leur donnant un ordre que seul justifie l'enjeu de la question du moyen terme dans le raisonnement symbolique. Ces règles ainsi reprises sont :

- Règle 1 : le syllogisme comprend trois termes : $S - M - P$, chacun ayant un sens et un seul sens ;
- Règle 2 : la conclusion ne doit jamais contenir le moyen terme ;
- Règle 3 : le moyen terme doit être pris au moins une fois universellement ;

-
- b. Les deux prémisses sont négatives. On pèche alors contre la deuxième règle.
 - c. Une prémisses est affirmative, l'autre négative. Le moyen doit alors être attribut de la négative qui est le seul terme universel des prémisses. Mais la conclusion sera particulière négative (en vertu de la règle selon laquelle la conclusion suit toujours la partie la plus faible, c'est-à-dire est toujours négative).

Par ailleurs, une exploration analytique de *La logique formelle* d'Antoinette Virieux-Reymond laisse entrevoir une liste des règles du syllogisme catégorique similaire à celle sur laquelle nous nous fondons. C'est une liste faite aussi de huit règles dont quatre concernent les termes et quatre les propositions. Ce sont :

1. Il n'y a que trois termes dans un syllogisme, le grand (celui dont l'extension est la plus grande), le moyen (celui dont l'extension est intermédiaire) et le petit (celui dont l'extension est la plus faible) ;
2. La conclusion ne doit jamais avoir une portée plus grande que les prémisses ;
3. Le moyen terme ne doit jamais entrer dans la conclusion ;
4. Une fois au moins le moyen terme doit être pris universellement ; sinon l'on n'aurait pas le droit de tirer de conclusion, ne sachant pas si les individus non considérés méritent, ou non, le même attribut que le reste de la classe logique à laquelle appartient le moyen terme ;
5. De deux prémisses négatives, on ne peut rien conclure ;
6. De deux prémisses affirmatives ne peut suivre une conclusion négative ;
7. La conclusion suit toujours la prémisses la plus faible. Une proposition négative est considérée comme plus faible qu'une affirmative, puisque, même vraie, elle donne moins de renseignements qu'une affirmative. [En ce sens] si une prémisses est négative, la conclusion ne peut être que négative ; si une prémisses est particulière, la conclusion sera particulière ;
8. De deux prémisses particulières, on ne peut rien conclure.

Mais, comme nous venons de l'indiquer, nous nous fondons sur la classification de Régis Jolivet.

- Règle 4 : aucun du grand terme et du petit terme ne doit avoir plus d'extension dans la conclusion que dans les prémisses, la conclusion étant déjà contenue dans les prémisses ;
- Règle 5 : de deux prémisses négatives on ne peut rien conclure ;
- Règle 6 : de deux prémisses affirmatives on ne peut tirer une conclusion négative ;
- Règle 7 : si l'une des prémisses est négative, la conclusion sera aussi négative ; si l'une des prémisses est particulière, la conclusion sera aussi particulière ; car la conclusion suit le sort de la proposition la plus faible en matière d'information ;
- Règle 8 : de deux prémisses particulières on ne peut rien conclure, à moins de le faire hors des prémisses.

L'analyse de ces règles fondatrices du syllogisme catégorique révèle que le moyen terme fonctionne comme un « lien », ce que Frege appelle le « ciment logique » (la traduction « ciment logique » est proposée par Mohamad Allal Sinaceur dans sa présentation de la *Begriffsschrift* de Gottlob Frege [Sinaceur 1992, 98]), entre les termes du raisonnement syllogistique. C'est sur lui que repose — finalement — tout le sens du discours logique. Son comportement est déterminant du type de raisonnement syllogistique considéré. Toute sa vertu épistémologique réside là.

Le moyen terme est donc le terme qui est lui-même contenu dans un autre terme et qui contient un autre terme en lui ; il occupe ainsi une position intermédiaire [Aristote 2001, 52]. Voilà en quoi le moyen terme sert de « ciment logique » entre les termes du raisonnement syllogistique. Il lie le grand terme au petit terme, et porte en son sein le petit terme, pendant qu'il se trouve lui-même dans le grand terme, créant ainsi la passerelle entre la prémisses majeure et la prémisses mineure. Sa position se répercute sur l'ensemble du raisonnement qui est une série d'opérations de l'esprit par laquelle à partir d'un jugement donné (l'antécédent), dont on obtient une nouvelle expression mentale (le conséquent), on se représente les phénomènes de la réalité aussi bien physique que logique. Cette répercussion permet de définir la nature du raisonnement qui est d'être parfait ou imparfait. En mettant ainsi en lumière l'identité du moyen terme dans les deux prémisses, Aristote dévoile la figure du raisonnement comme une expression du syllogisme. Il distingue alors des figures syllogistiques imparfaites et une seule forme parfaite de syllogisme. Les *Analytiques* présentent trois formes de raisonnement syllogistique : la première figure, qui seule est parfaite, et les deux autres figures : la deuxième et la troisième figures qui, elles, sont imparfaites. À la faveur du travail logique de Théophraste, la syllogistique aristotélicienne comportera une quatrième forme de raisonnement, qui est la troisième forme des figures imparfaites. Toutefois, au-delà de la position diversifiée du moyen terme dans toutes ces formes de syllogisme, une constante demeure, qui fait que la conclusion n'est pas (dans aucune figure syllogistique) un jugement nouveau, mais que sa fonction est

toujours d'enrichir d'une nouvelle expression un jugement qui existait déjà dans l'esprit qui raisonne. Car, une conclusion logique ne fera qu'expliciter l'information implicite contenue dans les prémisses.

Nous avons dit que la forme de raisonnement du syllogisme parfait n'est pas la seule forme possible de raisonnement syllogistique. On reconnaîtra le raisonnement de la première figure en ceci que le moyen terme est sujet dans la prémisses majeure et prédicat dans la prémisses mineure⁸. On reconnaîtra le raisonnement de la deuxième figure en ceci que le moyen terme est prédicat dans la prémisses majeure et prédicat dans la prémisses mineure⁹. On reconnaîtra le raisonnement de la troisième figure en ceci que le moyen terme est sujet dans la prémisses majeure et sujet dans la prémisses mineure¹⁰. On reconnaîtra cependant le syllogisme de la quatrième figure en ceci que le moyen terme est prédicat dans la majeure et sujet dans la mineure¹¹. Toutes ces formes de raisonnement ont des modes syllogistiques caractéristiques du comportement du moyen terme¹².

Au terme de cette détermination de la forme de raisonnement syllogistique, l'on se rend bien compte que la logique chez Aristote, qui est essentiellement

8. Les modes syllogistiques concluants de la première figure sont : **BARBARA**, **CELARENT**, **DARII**, **FERIO**.

9. Les modes syllogistiques concluants de la deuxième figure sont : **BAROCO**, **CESARE**, **CAMESTRES**, **FESTINO**.

10. Les modes syllogistiques concluants de la troisième figure sont : **BOCARDO**, **DARAPTI**, **DATISI**, **DISAMIS**, **FELAPTON**, **FERISON**.

11. Les modes syllogistiques concluants de la quatrième figure sont : **BRAMANTIP**, **CAMENES**, **DIMARIS**, **FESAPO**, **FRESISON**.

12. Le raisonnement syllogistique en $A - A - A$, comme dans **BARBARA** signifie que toutes les propositions sont de type A , c'est-à-dire des propositions universelles affirmatives. Le raisonnement en $E - A - E$, comme dans **CELARENT**, **CESARE**, signifie que la proposition majeure et la proposition conclusive sont de type E : propositions universelles négatives, puis la proposition mineure est de type A . Le raisonnement en $A - I - I$, comme dans **DARII**, **DATISI**, signifie que la proposition majeure est de type A , puis les propositions mineure et conclusive sont de type I : proposition particulière affirmative. Le raisonnement en $E - I - O$, comme dans **FERIO**, **FESTINO**, **FERISON**, **FRESISON**, signifie que la proposition majeure est de type E , la proposition mineure est de type I et la conclusion de type O (proposition particulière négative). Le raisonnement en $A - O - O$, comme dans **BAROCO**, signifie que la proposition majeure est de type A , puis la proposition mineure et la conclusion sont de type O . Le raisonnement en $A - E - E$, comme dans **CAMESTRES**, **CAMENES**, signifie que la proposition majeure est de type A , puis la proposition mineure et la conclusion sont de type E . Le raisonnement en $O - A - O$, comme dans **BOCARDO**, signifie que la proposition majeure et la conclusion sont de type O et la proposition mineure est de type A . Le raisonnement en $A - A - I$, comme dans **BRAMANTIP**, **DARAPTI**, signifie que la proposition majeure et la proposition mineure sont de type A , puis la conclusion de type I . Le raisonnement en $I - A - I$, comme dans **DISAMIS**, **DIMARIS**, signifie que la proposition majeure et la conclusion sont de type I , puis la proposition mineure de type A . Le raisonnement en $E - A - O$, comme dans **FELAPTON**, **FESAPO**, signifie que la proposition majeure est de type E , la proposition mineure de type A et la conclusion de type O .

une logique des termes et des concepts, met en œuvre la notion de « jugement » comme une relation entre des concepts au sein de laquelle se combinent par nécessité des termes. Ce jugement revêt ainsi les trois formes de base, la quatrième n'étant qu'un renversement de la première. Ces formes de relations sont, ainsi que précédemment énoncées : la relation entre sujet et prédicat, entre prédicat et prédicat, entre sujet et sujet, puis entre prédicat et sujet. Là se trouve le caractère heuristique du moyen terme, expression de sa vertu que nous voulons épistémologique. On peut dire avec Léon Brunschvicg que :

Nous sommes donc fondés, au terme de ces analyses préliminaires, à reconnaître que cet acte réel dont le concept est l'expression condensée, le raisonnement l'expression développée, se traduit de la façon la plus exacte par le jugement ; nous pouvons désigner cet acte intellectuel du nom de jugement. [...] Le jugement est l'acte complet de l'activité intellectuelle, et l'acte unique ; il n'y a pas un en deçà du jugement qui serait le concept, un au-delà qui serait le raisonnement. Le jugement doit donc être regardé comme le commencement et le terme de l'esprit, comme l'esprit lui-même, absolument parlant, c'est directement le jugement qu'il faut étudier pour comprendre l'esprit. [Brunschvicg 1934, 24]

Boole le reconnaîtra tout autant, lorsqu'il voudra étudier l'esprit et ses potentialités par le moyen des lois ultimes de la pensée devenue pure. Seulement, le reproche qu'il formulera à l'endroit de la syllogistique aristotélicienne est d'ordre méthodologique. En effet, Aristote donne au jugement une pluralité de procédures d'application à la réalité aussi bien logique que physique, dans la recherche de la vérité. Il produit une diversité d'inférences, qui sont des opérations de déduction nécessaire sur les propositions logiques. Les plus simples, appelées inférences immédiates, partent d'une seule proposition. Ce sont les plus complexes, appelées inférences médiatees, qui partent de deux propositions au moins. Tel est le cas ici du syllogisme. L'inférence immédiate est, en fait, une opération logique qui consiste à permuter les termes de la proposition, *salva veritate*, c'est-à-dire, en préservant la vérité acquise. On passe donc de la proposition à son équivalent sans troisième terme qui, lui, fonctionne dans le syllogisme aristotélicien comme médiateur, c'est-à-dire, cet élément qui facilite la conclusion sans y être présent lui-même. Au nombre de telles inférences, Aristote distingue la *conversion*, le *carré logique*, la *réduction syllogistique*¹³.

13.- La *conversion* est une opération logique qui permet de passer d'une proposition à une autre où le sujet et le prédicat sont permutés. Elle peut être de deux ordres : la conversion parfaite et la conversion accidentelle.

La conversion est parfaite ou simple lorsque la quantité et la qualité de la proposition sont préservées. Elle est accidentelle lorsque soit la quantité soit la qualité est modifiée. La conversion s'opère donc par la modification d'au moins un de ces deux éléments.

Au bout du compte, en dépit de la critique méthodologique que nous voyons se constituer ici et sur laquelle nous fondons notre analyse des rapports critiques entre Boole et Aristote, les règles de l'argumentation logique initiées par Aristote s'imposent encore aujourd'hui dans la production du savoir scientifique.

Après cette brève présentation de la syllogistique aristotélicienne comme lieu et objet de la critique que Boole formule à l'encontre d'Aristote, voyons à présent comment se constitue l'algèbre logique de Boole dont la vocation est de généraliser les procédures aristotéliennes du raisonnement déductif en une théorie générale des signes, une algèbre symbolique, et donc un formalisme symbolique régi par le principe de la « calculabilité ».

-
- Le *carré logique* est une opération logique qui fixe les relations entre les propositions catégoriques. Ce sont essentiellement des relations de compatibilité et des relations d'incompatibilité. L'incompatibilité caractérise des propositions qui ne sauraient être vraies en même temps, même si elles peuvent être fausses ensemble. De telles propositions sont de deux types : les propositions contraires et les propositions contradictoires. Les propositions contraires exercent une opposition faible les unes par rapport aux autres, parce qu'elles peuvent être fausses en même temps, quoiqu'elles ne puissent jamais être vraies simultanément. La contrariété s'établit entre les propositions universelles (affirmative : A , et négative : E). Les propositions contradictoires, en revanche, exercent une opposition forte les unes par rapport aux autres. Car, elles ne sont ni vraies ni fausses simultanément. La contradiction s'établit d'une part entre la proposition universelle affirmative (A) et la proposition particulière négative (O), puis d'autre part entre la proposition universelle négative (E) et la proposition particulière affirmative (I). Par ailleurs, trois possibilités de relations caractérisent la compatibilité. D'abord la *subcontrariété* entre I et O , reliant des propositions qui peuvent être vraies en même temps sans jamais être fausses ensemble. Ensuite la *subalternance* entre A et I , puis entre E et O , où chaque fois que la subalternante (A ou E) est vraie, la subalternée (I ou O) doit aussi l'être nécessairement. Enfin l'*équivalence* de A à A , de E à E , de I à I , de O à O .

- La *réduction syllogistique* est l'opération logique qui permet de transformer un mode imparfait de la 2^e, 3^e ou 4^e figure en mode parfait de la première figure. Le mode imparfait commençant par B est validé par **BARBARA** ; le mode syllogistique commençant par C est validé par **CELARENT** ; le mode imparfait commençant par D est validé par **DARII** ; le mode syllogistique commençant par F est validé par **FERIO**. Par ailleurs, lorsqu'on rencontre la lettre S dans un syllogisme, l'opération logique consiste en une conversion simple ; la lettre C à l'intérieur du syllogisme implique une conversion par l'absurde ou conversion indirecte ; la lettre M indique une permutation des prémisses ; la lettre P implique une conversion par limitation.

II. La méthode générale des signes ou l'algèbre logique de George Boole : brève esquisse de présentation

L'expression suivante de Souleymane Bachir Diagne convient certainement pour la restitution des intuitions fondatrices de la méthode générale des signes telle que développée dans l'algèbre logique de George Boole. En effet :

C'est cette logique traditionnelle, aristotélicienne en dernière analyse, qui demeure la pierre de touche des nouvelles méthodes symboliques. Elles seront valides en tant qu'elles font accéder à sa plus grande généralité d'une part, de l'autre, en tant qu'elles savent toujours rendre raison des résultats qui se peuvent effectuer dans cette logique traditionnelle. Il lui faut garder les yeux fixés sur la logique ancienne et s'inscrire dans son horizon pour la mener de sa préhistoire à son histoire mathématique. [Diagne 1986, 38]

Il est évident que l'expression repère et fixe l'itinéraire de la méthode algébrique de Boole. C'est un itinéraire qui part de l'onto-logique aristotélicienne qui en constitue le moment préhistorique, au caractère mathématique de la logique qui en signifie le moment historique. Car, il s'agit de sortir la logique de sa préhistoire — philosophique — dont l'élaboration chez Aristote est le fondement, pour la faire parvenir à son âge d'or, l'âge mathématique où la proposition logique est algébrisée et présentée sous la forme d'une équation algébrique. Il est clair, de ce point de vue de Souleymane Bachir Diagne, que l'exploration du cadre méthodologique de la logique traditionnelle dévoile une kyrielle de démarches dans le seul but du déroulement des raisonnements devant rendre infailliblement compte de la réalité. Si les essais logiques de Leibniz avaient alors été rendus disponibles et connus de Boole, la capitalisation que celui-ci en aurait faite aurait été assez significative. Puisque, en son temps, Leibniz avait déjà esquissé une solution à ce que nous appelons « la question méthodologique », qui est, chez Aristote, nous le reprécisons, le problème que pose « la diversité de procédures d'analyse » des choses logiques et des choses de la nature au travers du raisonnement déductif. L'esquisse de solution leibnizienne consiste en le refus de la prééminence de la première figure syllogistique dite parfaite comme lieu de validation des modes syllogistiques des trois autres figures considérées comme imparfaites. Leibniz donnait déjà à la syllogistique aristotélicienne une nouvelle orientation et un nouveau contenu avec la possibilité de passer, sans préjudice à la vérité acquise, de n'importe quelle figure à n'importe quelle autre figure, sans avoir à distinguer entre la figure parfaite et les figures imparfaites. Boole ne se satisfera justement pas de cette multiplicité de procédés pour penser le raisonnement dans le paradigme aristotélicien. Mais hélas, Boole ignore jusqu'aux premiers mots des essais logiques de Leibniz [Diagne 1986, 29]. Boole ne se contente donc pas de ces

connexions qui s'opèrent généralement sur un fond commun. Il en est ainsi de toutes les formes d'inférences, de toutes ces procédures de rationalisation de la déduction, qu'elles soient médiatees ou immédiates. Il se propose de « montrer comment ces procédures du syllogisme et la conversion peuvent s'effectuer de la manière la plus générale selon les principes de ce traité et, en les situant dans le contexte d'un système de logique qui trouve ses fondements, [...] dans les lois ultimes de la pensée, de [m'] attacher à déterminer leur vraie place et leur nature essentielle » [Boole 1854b, 227].

La position de l'algébriste de l'école anglaise est dévoilée, lorsqu'il s'attache à déterminer la vraie place et la nature essentielle de toutes ces procédures de rationalisation de la déduction, procédures aussi bien médiatees qu'immédiates. Il veut une procédure générale à partir de laquelle on peut inférer sans trop de risque d'une ou de plusieurs propositions vers un ensemble d'autres propositions qui en découlent nécessairement. La logique classique traditionnelle, parce que d'orientation (trop) philosophique¹⁴, est restée tellement ambiguë dans ses procédures qu'elle n'a jamais pu s'affranchir de sa profonde nature de collecter des vérités scientifiques trop incomplètes, du reste, pour former à elles seules un système, et pas assez fondamentales pour servir de base à un système parfait [Boole 1854b, 239]. Nous en convenons. Seulement, quoiqu'elle n'ait pas atteint l'état de « science », comme le suppose Boole, la logique classique traditionnelle retient notre attention, surtout lorsque nous comprenons que certaines opérations logiques reconstruites portent déjà, dans leurs algorithmes fondamentaux, les intuitions d'applicabilité de la méthode logique générale, c'est-à-dire d'un foyer procédural général à partir duquel se concevraient tous les raisonnements. C'est pourtant le cas de la conversion que Boole lui-même estime être l'application d'une méthode bien plus générale en logique [Boole 1854b, 239–240].

C'est cette idée de « méthode généralisée » qui a hanté Boole dans sa pratique d'algébriste. Il en recherchera l'application au sens d'un système fondamental de signes qui, en tant que langage formulaire, doit servir de méthodologie à un ensemble de calculs possibles sur des signes algébriques. Ce que l'algébriste anglais se donne dans *Les Lois de la pensée*, au chapitre XV, comme entreprise fondamentale, et sous la forme d'une « théorie générale des signes » couvrant entre autres les signes des mathématiques, les signes du langage et les signes de la logique. Nous pouvons dire que, la procédure ainsi généralisée se déploierait en une véritable logique de la découverte scientifique à l'intérieur de laquelle l'optique compréhensiviste de la perspective aristotélicienne cède le flanc à l'optique extensiviste de l'analytique plus ou moins stricte de la perspective booléenne, sans pour autant désontologiser le sujet, c'est-à-dire, sans amputer au sujet toute sa charge sémantique par rapport au prédicat.

14. L'orientation (trop) philosophique de la logique traditionnelle d'inspiration aristotélicienne vient de ce qu'Aristote fonde sa syllogistique sur la question de la vérité onto-logique qui, elle, est justement une question philosophique plutôt qu'une question de nature mathématique. La vérité relève ainsi de la correspondance entre ce que l'on dit (ce que représente le langage) et ce dont on parle (ce que représente l'objet).

C'est dans cet élan méthodologique qu'il s'agit de comprendre le système logique de Boole, cet « oiseau de nuit en plein jour » [Diagne 1989], comme un traitement de la logique sous la forme algébrique. Puisque, ce qui apparaît dans le langage de la logique traditionnelle comme un raisonnement déductif faisant usage d'un minimum de mots revêt, chez Boole, le statut d'un calcul sur des signes algébriques qui symbolisent des classes et des opérations sur des classes [Hottos 1989, 12–13].

L'algèbre logique constituée de Boole fonctionne, ce faisant, comme une véritable science fondamentale des signes, une algèbre qualitative qui sous-tend toute forme d'algèbres numériques en tant qu'ensemble d'algèbres spécifiques, et qui tient lieu d'application de la spécieuse générale naissante, fondant les lois de la pensée sur des symboles littéraux qui admettent indifféremment les valeurs d'idempotence « 0 » et « 1 », et elles seules. Les lois et les axiomes, tout comme les opérations d'une telle algèbre devant être, dans toute leur étendue, identiques aux lois, aux axiomes et aux opérations de l'algèbre logique. C'est, en effet, une activité à double aspect, ou plutôt, à double opération. D'une part, Boole généralise les fonctions x , y , z , en considérant cette entreprise comme une expansion par laquelle on développe les possibilités des cas de combinaisons de ses éléments. Et, d'autre part, il élimine tout terme intermédiaire du raisonnement logico-symbolique, au contraire d'Aristote qui le fait fonctionner comme une déduction syllogistique où raisonner consiste en une éclipse du moyen terme dans la conclusion. C'est certainement ce que traduit l'expression suivante de Robert Blanché lorsqu'il se réfère à la double opération de l'algèbre symbolique de Boole :

Contentons-nous d'indiquer que, aux deux extrémités du manie-
ment des équations, ses deux opérations sont, pour commencer,
l'expansion des fonctions x , y , z , ... par laquelle on développe la
série des combinaisons possibles des constituants, puis, pour ter-
miner, l'élimination de ce qu'on peut appeler les moyens termes,
par analogie avec le cas du syllogisme où tirer la conclusion consiste
déjà, précisément, à éliminer le moyen terme. [Blanché 1970, 274]

Signalons que ces deux extrémités sont bien la classe universelle « 1 » et la classe vide « 0 », tel qu'on le dira de l'élimination du symbole de lettre « ν », puisque c'est d'elle qu'il s'agit dans un univers méthodologique de l'algèbre logique où les instruments sont essentiellement un certain nombre de signes primitifs représentés par des variables x , y , z , en tant que symboles littéraux et pouvant signifier des classes quelconques, deux constantes que représentent les idempotents 0 et 1, en tant que symboles numériques et traduisant la classe vide et la classe universelle, puis quatre opérateurs de base que sont $+$, $-$, $\times$, $=$, en tant que symboles opératoires¹⁵.

Telles sont alors globalement restituées les intuitions fondatrices de la méthode générale des signes qui, au sein de l'algèbre logique, va faire que la

15. Cf. Note 17 p. 23.

logique soit affranchie de sa préhistoire philosophique et atteigne l'unification de l'ensemble des procédures traditionnelles de la conversion et du syllogisme aristotéliens autour d'un algorithme principal qui devrait permettre de raisonner à partir de n propositions. L'expérience d'algébriste aide ainsi Boole à concevoir une histoire mathématique de la logique procédant du passage de l'algèbre numérique ou quantitative à l'algèbre générale de nature qualitative. Car, pour lui, il n'est pas de l'ordre des mathématiques de s'occuper des idées de nombre et de quantité, mais seulement et exclusivement de porter leur attention sur l'essence du raisonnement afin de mathématiser la logique, c'est-à-dire, appliquer la théorie générale des signes ainsi construite [Boole 1854b, 12]. La logique traditionnelle accède alors méthodologiquement à sa plus grande généralité, ce cadre logique dans lequel Boole va faire fonctionner la question de la vérité, un cadre de théorie philosophique du langage qui est une entreprise de reconstruction du langage comme un système de signes¹⁶, ainsi que

16. La généralité de la logique classique, que Boole considère comme le cadre logique de la question de la vérité analytique plus ou moins stricte, pourrait ainsi servir de prétexte à la capitalisation de l'étude de la « logique dialogique » par le Groupe de travail « Pragmatisme Dialogique » de l'UMR 8163 Savoirs, Textes, Langage, autour de Shahid Rahman. Ici, dans sa fonction de « jeux de langage », la logique comme codification des formes canoniques du raisonnement se conçoit dans le contexte d'une pratique dialectique du *débat* à des fins de connaissance scientifique [Rahman & Keiff 2008b]. Dans l'introduction à « Jeux, preuves et logiques », Shahid Rahman et Laurent Keiff indiquent qu'il est possible de comprendre cette notion de débat comme une forme de jeu de langage. Ainsi, le lien entre la logique et les jeux de langage remonte à l'émergence de la logique comme science. Mais, il a fallu attendre l'émergence progressive de la théorie mathématique des jeux de langage durant la première moitié du XX^e siècle pour que naisse la logique dialogique, entre autres, dans les travaux de Paul Lorenzen [Lorenzen 1955], en rapport avec la logique intuitionniste, une forme de logique dans laquelle le principe du tiers exclu ($AV \neg A$) n'est pas valide en général. À partir de ces premiers résultats décisifs en logique intuitionniste, Kuno Lorenz eut l'idée d'utiliser la théorie des jeux de langage pour systématiser l'étude des dialogues et restituer ainsi à la logique la dimension dynamique et rhétorique qu'elle avait à ses débuts. En ce sens, Lorenzen et Lorenz [Lorenzen & Lorenz 1978] développèrent le cadre conceptuel dialogique de façon à intégrer également la logique classique de Ludwig Friedrich Gottlob Frege et Bertrand Russell. Sur cette base, il devenait possible de donner une expression dialogique à un grand nombre de logiques non-classiques et de les combiner. C'est le cas des « logiques modales », où des opérateurs sont introduits pour exprimer la nécessité ($\Box$) et la possibilité ($\Diamond$); des logiques libres, qui autorisent le raisonnement sur les fictions; des logiques paraconsistantes, qui acceptent certaines contradictions, sans que le système devienne trivial, c'est-à-dire un système au sein duquel toute expression bien formée (*EBF*) est un théorème; de la logique linéaire, qui est capable de tenir compte de la limitation des ressources du système formel. Les auteurs de « Jeux, preuves et logiques » indiquent, par ailleurs, que les historiens de la logique considèrent le théorème de Zermelo (1913), montrant que le jeu d'échec possède une solution, comme le point de départ de la logique dialogique en tant que telle dont les premiers développements importants datent d'autour des années 1930, notamment avec Borel en 1921 et Von Neumann en 1928, surtout dans sa collaboration avec Morgenstern en 1944. C'est dans les années 1950 que paraîtront les premières études explicites des liens entre la

le constate Ernest Coumet [Coumet 1966, I-II-II]. Boole emprunte ainsi un tournant philosophico-logique décisif à sa réflexion concernant les fondements philosophiques de la logique, lorsqu'il n'aura commencé à véritablement dégager sa philosophie des signes linguistiques qu'après la constitution de son langage formulaire [Boole 1854b, XV]. Seulement, pour Souleymane Bachir Diagne, cette généralité n'est encore qu'un *horizon*, d'autant qu'il faut encore « garder les yeux fixés sur la logique ancienne et s'inscrire dans son horizon pour la mener de sa préhistoire à son histoire mathématique » [Diagne 1986, 33]. C'est ce que dévoile la théorie générale des signes.

II.1. Considérations méthodologiques : la théorie générale des signes

De *The Mathematical Analysis of Logic : Being an Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning* [Boole 1847], généralement rendu par une *Analyse mathématique de la logique*, à *An Investigation of the Laws of Thought, on Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities* [Boole 1854a], ou *Étude des lois de la pensée sur lesquelles sont fondées les théories mathématiques de la logique et des probabilités*, ramenée aux *Lois de la pensée* [Boole

théorie des jeux et le domaine de la logique, notamment avec Gale et Stewart en 1953 puis Henkin en 1959.

Le mérite de Shahid Rahman et ses collaborateurs est d'avoir capitalisé l'idée principale d'appréhender la dialogique non comme une logique particulière ni comme une autre présentation de systèmes connus, mais comme un cadre conceptuel dynamique et unifiant permettant de construire des logiques surtout d'obédience non-classique [Rahman 1993 ; 2001 ; 2002 ; 2004]. De cette idée principale, il ressort que la notion essentielle de cette approche est celle de *dialogue*, c'est-à-dire d'interaction réglée entre deux joueurs où les coups peuvent être compris comme des actes illocutoires (assertions et interrogations). Une preuve est donc le fruit de l'interaction entre les joueurs : on considère qu'un joueur a fourni la preuve de la validité d'une assertion, s'il a été en mesure de fournir une réponse satisfaisante à toutes les questions que son assertion autorise dans le jeu.

Cette brève esquisse de présentation de la *logique dialogique* peut n'avoir pas, à première vue, de lien historique direct de correspondance avec l'entreprise booléenne de reconstruction du langage comme un système de signes. Soit ! Mais, à la réflexion, notre prétexte pourrait bien avoir son sens, ne serait-ce que dans le strict cas de l'ouverture et de la combinaison des logiques non-classiques telles que les logiques libres sur les fictions et les logiques paraconsistantes qui, dans une large mesure, sont voisines de la logique de l'intelligence artificielle que favorise le principe booléen de la calculabilité. Ainsi, ce qui peut sembler épistémologiquement important dans un tel prétexte, c'est la place privilégiée que l'on peut faire à la philosophie de l'algèbre logique, et donc à une argumentation critique sur les lacunes et les problèmes que posent les systèmes logiques classiques qui se révèlent, à l'analyse, quasiment incapables de rendre compte des situations concrètes de la vie, du fonctionnement de l'univers, du comportement humain, du monde imaginaire et fictionnel. Dès lors, on peut saisir le sens du rapport de présupposition et d'implication entre l'algèbre logique de Boole et les nouveaux systèmes logiques du genre de ceux que je viens d'indiquer, et comprendre la relation de correspondance entre eux.

1854b], la théorie générale des signes se constitue en un exposé des formules de l'algèbre symbolique avant d'être l'application des méthodes du calcul logique aux procédures de la logique traditionnelle d'inspiration aristotélicienne. Elle fonctionne comme une véritable opération conceptuelle, une opération de sélection de la pensée pour fonder le raisonnement symbolique infaillible. C'est pourquoi le symbole littéral chez Boole a la fonction d'une opération [Diagne 1986, 34], tout en étant symbole de classe d'objets. En fait, les symboles littéraux (x , y , z , par exemple) représentent les choses non pas telles qu'elles nous apparaissent, mais en tant qu'elles sont objets de nos conceptions, ainsi déduits de l'opération mentale de sélection préliminaire. Dans une telle opération, estime Robert Blanché, les symboles littéraux représenteront des concepts qui, interprétés en extension, comme le fait Boole, correspondent à des classes [Blanché 1970, 274]. Ce qui signifie donc que, pour George Boole, les symboles littéraux (x , y , z) représentent des classes d'objets. L'opération est rendue constante avec la détermination de l'univers du discours dans lequel elle se déploie, rendant ainsi possible l'écriture symbolique des opérations qui sont à l'œuvre lorsque nous pensons, à partir des lois de la pensée pure [Diagne 1986, 34]. Boole le reconnaît même en des termes aussi clairs et précis que ceux de son *Calculus of Logic* [Boole 1848].

Il est clair pour Boole que, se concevant comme instrument essentiel du raisonnement, le langage doit être soigné et amputé de toutes scories et ambiguïtés de la langue naturelle empirique. Pour une telle entreprise de reconstruction symbolique des faits linguistiques, Boole procède à une classification des signes linguistiques au bout de laquelle sera remplie une condition essentielle de la mathématisation de la logique : la détermination de l'univers du discours et, son corollaire, le passage de la proposition logique dans sa forme canonique « Tout S est P », qui signifie « Tous les S sont des P », à l'équation algébrique dans sa forme prospectiviste $y = vx$ ¹⁷, correspondant ainsi à la quantification du prédicat telle qu'apparue dans l'œuvre de Bentham, de Hamilton et même de De Morgan¹⁸.

17. C'est la traduction algébrisée de la proposition logique « Tous les y sont quelques x . »

18. Dans son intention de généraliser les syllogismes aristotéliciens au moyen du calcul des classes développé partiellement par Augustus De Morgan, Boole détermine la notion d'« univers du discours » en classes d'objets (x , y , z) et en des chiffres représentatifs de ces différentes classes. L'opération d'« élimination du moyen terme » est connexe de cette grande opération générale d'« expansion » des fonctions x , y , z par laquelle on développe la série des combinaisons possibles des constituants des classes d'objets possibles, aux deux extrémités du maniement des équations dont la principale est « $y = vx$ ». Les lettres x , y , z représentent donc des classes d'objets. Le nombre « 1 » représente l'univers dont on parle ; il symbolise la classe universelle, la classe pleine ou classe de l'existence, celle qui comprend la totalité des êtres, des individus membres de cette classe et qui est rendue par l'expression « tout ». Le nombre « 0 » symbolise la classe vide ou nulle, classe de la non-existence rendue par l'expression « rien ». Ce symbole de nombre représente « rien », la classe « rien » telle que, quelle que soit la classe considérée, les individus qui appartiennent à cette classe

L'univers du discours représente ici le conditionnement logique dans lequel se trouve le sujet pensant et où ce dont il parle tire son sens exclusif. Puisque ce sens peut différer dans un autre conditionnement logique. Par ailleurs, de la proposition logique à l'équation algébrique propositionnelle, la charge ontologique de la copule verbale « est » se trouve transférée au symbole d'identité algébrique « = ». Il naît ainsi une algèbre littérale dans sa forme d'algèbre qualitative, fondement de toutes formes d'algèbres numériques en tant qu'algèbres spécifiques tenant lieu d'application de la spécieuse générale, cette grammaire philosophique générale qui fonde les lois de la pensée sur les symboles littéraux x, y, z . Au cœur de telles algèbres spécifiques fonctionnent des lois et des axiomes qui, dans toute leur extension, doivent être identiques aux lois, aux axiomes et aux opérations d'une algèbre logique desquelles elles ne différeraient que par leurs interprétations respectives.

Nous avons dit qu'à la faveur de l'opération de reconstruction symbolique des faits linguistiques, Boole procède à la classification des signes linguistiques. Cette classification donne trois grandes branches [Diagne 1986, 34]. La première branche renvoie aux signes appellatifs ou descriptifs. Elle comporte les substantifs et les adjectifs : c'est la classe qui, dans le langage formulaire, correspond à l'ensemble des symboles littéraux x, y, z et des opérations qui leur sont subséquentes. La deuxième branche renvoie aux opérations par lesquelles nous réunissons des parties en un tout, l'addition « + », ou séparons un tout en ses parties, la soustraction « - ». La troisième branche, quant à elle, renvoie à tous les verbes jouant le rôle de la copule exprimée par le signe d'égalité « = » ou de non égalité « $\neq$ » dans une logique extensionnelle où la proposition logique n'est plus qu'une équation algébrique. La conclusion de Souleymane Bachir Diagne à ce propos est très significative. Il dit, en effet :

Boole vient de constituer, pour le calcul logique, un symbolisme qui lui est familier : l'écriture algébrique. Leibniz rêvait d'une caractéristique où, comme dans l'algèbre, l'on pense aux symboles à la place des choses. Avec sa reconstruction symbolique du langage et l'écriture algébrique qui en est le résultat, Boole vient de mettre en place le fil d'Ariane auquel la pensée logique peut désormais se confier pour effectuer ses procédures. [Diagne 1986, 37]

L'écriture algébrique dont il s'agit ici est bien ce que représente la somme d'opérations logiques de l'algèbre symbolique que Boole constitue en une science pure de symboles qui peuvent signifier des objets possibles et sur lesquels toutes les opérations sont jugées possibles *a priori*, sur la base des règles

et à la classe « rien » sont identiques à ceux qui sont compris dans la classe « rien » : au fond, il n'y en a aucun.

Il est clair ici que c'est une interprétation qui introduit une importante nouveauté dans la logique des classes traditionnelle, la syllogistique interprétée en extension qui connaît bien l'universalité d'une classe, c'est-à-dire la classe prise dans toute son extension, mais ignore la classe universelle sans davantage prendre en considération la classe vide.

le cadre duquel les symboles ont un sens et les règles initiales sont valables. De ce point de vue, l'algèbre symbolique — ce fil d'Ariane auquel la pensée logique peut désormais se confier pour effectuer ses procédures — s'occupe des lois de combinaison des symboles. Or, il est évident que, en représentant les expressions logiques par des symboles, on peut tout autant étudier les règles de leurs combinaisons qui s'articulent sur les lois générales de la pensée. C'est pourquoi nous considérons pour notre part que, ce compte synthético-heuristique que présente Souleymane Bachir Diagne rend plus susceptible le glissement vers d'énormes implications méta-théoriques de l'approche extensionnelle de la logique que subsume la théorie générale des signes, tel que nous le verrons plus loin.

Telle que conçue par Boole, la théorie générale des signes est une véritable idéographie, un langage formulaire de la pensée pure que présente cette algèbre logique en tant que mathématique sublime, parce que fondée sur les lois de la pensée pure dont l'essence est le déroulement du raisonnement symbolique infaillible. Elle fonctionne comme à la jointure de la logique avec la mathématique et la philosophie, pour consacrer la véritable pratique de la logique d'essence mathématique. C'est, d'une manière ou d'une autre, le résultat de la prospection historiographique sur l'arithmétique et l'algèbre au XIX^e siècle qu'a menée avec succès Marie-José Durand-Richard. Puisque cette historiographie culmine sur la considération de l'élaboration par Boole d'une *Investigation of the Laws of Thought, on Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*, qui examine les conditions de certitude du discours et marque le premier rapprochement entre mathématiques et logique, après que celle-ci ait été fondée depuis Aristote sur une analyse du langage, et étudiée dans un cadre essentiellement philosophique [Durand-Richard 2004, 23–53]. Nous y reviendrons, ne serait-ce que pour dégager les incidences épistémologiques y afférentes. Ce faisant, voyons d'abord comment répondre à l'exigence booléenne d'éliminer le (s) moyen (s) terme (s) par analogie au syllogisme où conclure consiste à éliminer le terme intermédiaire du raisonnement.

II.2. Nécessité de l'élimination du moyen terme

Depuis Aristote, l'on ne doute pas de ce que le moyen terme est cet élément (ou cet ensemble d'éléments) de la proposition n'apparaissant pas dans la conclusion. Aristote l'élimine à partir de deux propositions que sont les prémisses d'un argument logique exprimant implicitement les relations données entre certains éléments, en rapport de nécessité avec une troisième proposition, la conclusion, qui doit exprimer explicitement cette relation qui demeure implicitement enveloppée dans les prémisses dont on doit la déduire. Ce que suggère Boole, c'est d'éliminer tout moyen terme d'un raisonnement logique à partir de plusieurs propositions, c'est-à-dire, de généraliser le problème de l'élimination du moyen terme dans toute forme de raisonnement symbolique. Voici comment il en décrit la procédure :

Puisque la conclusion doit exprimer une relation entre tout ou partie des éléments contenus dans les prémisses, il faut que nous ayons les moyens d'éliminer les éléments que nous ne voulons pas voir apparaître dans la conclusion, et de déterminer l'ensemble des relations qu'impliquent les prémisses et existant entre les éléments que nous désirons retenir. Les éléments qui n'apparaissent pas dans la conclusion sont appelés, dans le langage logique ordinaire, les moyens termes ; et le type d'élimination dont les traités de logique nous fournissent l'exemple consiste à déduire de deux propositions comportant un élément commun ou moyen terme, une proposition qui met en relation les deux autres termes. Mais, le problème de l'élimination, tel qu'il se présente dans cet ouvrage, a une portée beaucoup plus vaste. On ne se propose pas simplement d'éliminer, à partir de deux propositions, un moyen terme, mais, de manière générale, d'éliminer des moyens termes à partir de plusieurs propositions sans considération ni du nombre de termes ou des propositions, ni de la nature de leurs relations. D'un tel objectif, les procédures de la logique pas plus que celles de l'algèbre, en l'état actuel de ces disciplines, n'offrent d'équivalent strict. [...] Pour procéder à une telle élimination, il existe une méthode générale applicable à tous les cas. [Boole 1854b, 27–28]

Cette nécessité ressentie et exprimée en vue de rendre plus efficace le raisonnement symbolique, Boole la met en œuvre en appliquant la méthode générale des signes sur les procédures de la logique traditionnelle d'inspiration aristotélicienne. Étant donc posée la nécessité d'éliminer les moyens termes d'un système quelconque d'équations du raisonnement symbolique, Boole circonscrit ainsi qu'il suit les enjeux d'une telle élimination.

II.2a. Enjeux de l'élimination des moyens termes

Les procédures de logique formelle constituées à partir de ce système de propositions se décrivent selon deux types : la conversion et le syllogisme. Par conversion on entend l'expression sous une forme équivalente de l'une quelconque des propositions ci-dessus, après interversion de l'ordre de ses termes. Par syllogisme on entend la déduction, à partir de deux propositions se présentant sous l'une de ces quatre formes et possédant un terme commun — qu'il soit sujet ou prédicat — d'une troisième proposition qui en est la conclusion, et se tire des deux autres où elle se trouvait contenue.

Ce mot de la deuxième page du chapitre XV des *Lois de la pensée* [Boole 1854b, 226] est significatif du cadre logique où s'effectue l'opération d'élimination des moyens termes. C'est le syllogisme canonique en tant que lieu d'application du raisonnement symbolique. Car, il s'agit d'une application des méthodes du calcul logique aux procédures de la syllogistique aristotélicienne.

Tel est, en fait, l'objet fondamental de ce chapitre XV des *Lois de la pensée*. Ainsi, Boole définit le syllogisme aristotélicien comme une déduction, un enchaînement déductif des propositions dans lequel, pour conclure, il convient d'éliminer le moyen terme ou terme commun aux deux extrêmes que sont le grand et le petit termes. On le voit des quatre formes de propositions catégoriques de la syllogistique aristotélicienne : $A - E - I - O$. Cependant, le raisonnement déductif ne consiste pas qu'en élimination. Si éminente que soit son importance, l'élimination, pour Boole, n'est qu'une méthode singulière dans la pluralité des méthodes [Boole 1854b, 238]. C'est dans ce sens que Boole exige de la généraliser.

Il est clair que c'est le syllogisme canonique qui constitue, pour Boole, le cadre logique des procédures méthodologiques pour le seul but du déroulement des raisonnements devant rendre infailliblement compte de la vérité des propositions appliquées aux phénomènes de la réalité tant physique que logique. Aristote a multiplié ces procédures méthodologiques en diversifiant des connexions qui s'opèrent généralement sur un fond commun à l'intérieur du syllogisme catégorique qui trouve ses fondements dans les lois ultimes de l'objet pensé selon les règles de la correspondance nécessaire avec le langage. Boole veut, en fait, montrer comment ces procédures du syllogisme catégorique peuvent s'effectuer de la manière la plus générale, en les fondant non sur les lois ultimes de l'objet, mais sur les lois ultimes de la pensée.

L'intention fondamentale de Boole qui s'explicite davantage est, à n'en point douter, de mettre en place une « procédure généralisée » qui doit permettre de raisonner à partir de n propositions en même temps, plutôt que de toujours partir de deux prémisses seulement comme chez Aristote. C'est le sens de l'opération logique qui commence par la sélection mentale préliminaire et qui est, à cet effet, une activité à double aspect dont le double mouvement qui est au principe du système calculatoire de Boole consiste en l'expansion et en l'élimination. Boole a ainsi l'ingéniosité de traiter délibérément la logique en extension, et donc en termes de classes, puis en éliminant ce qui constitue les moyens termes. C'est pourquoi, lorsqu'il généralise les fonctions x, y, z , en considérant la généralisation comme une expansion par laquelle on développe les possibilités des cas de combinaisons de ses éléments, Boole élimine du même coup les moyens termes, et fait fonctionner le raisonnement symbolique à l'instar de la déduction qui, dans ses quatre figures ou formes syllogistiques, interdit à la conclusion de contenir les termes intermédiaires. Il s'impose alors de généraliser la condition d'élimination des moyens termes dans tout le corps du raisonnement syllogistique rendu symboliquement. Ce qui le rendrait alors plus efficace et infaillible que lorsque la restriction ne portait que sur la proposition conclusive. Voilà pourquoi :

La méthode que nous allons considérer a pour but d'éliminer un nombre quelconque de symboles dans un nombre quelconque d'équations logiques, et de faire apparaître dans le résultat les relations effectives qui demeurent. [Boole 1854b, 111].

Plutôt que de faire ce qui arrive plus souvent dans le raisonnement ordinaire où :

On peut considérer que ces éléments [...] communément appelés les moyens termes, ne sont introduits dans les propositions originales qu'en raison de la relation qu'ils permettent d'établir entre les autres éléments dont on veut qu'ils soient seuls à figurer dans l'expression de la conclusion. [Boole 1854b, 110]

Boole élimine donc les moyens termes du domaine du raisonnement logico-symbolique qu'il voudrait infaillible, dans son élan de symbolisation algébrique : le raisonnement symbolique, où l'opération d'élimination porte, en effet, sur le symbole littéral « ν » de l'équation « $y = vx$ », au sens du calcul des équations en algèbre ordinaire. La lettre « ν » est un symbole *ad hoc* que Boole introduit dans le système d'équations symboliques pour marquer la particularité, une sorte d'intermédiaire entre « 1 » et « 0 », c'est-à-dire entre les deux extrêmes du maniement des équations que sont la classe universelle et la classe vide. Pour Robert Blanché, c'est une particularité qui exclut que la classe qu'elle représente soit vide, mais laisse son extension complètement indéterminée, n'écartant donc pas absolument la possibilité qu'elle soit universelle. Ce qui est bien le sens du mot « quelque » en logique classique [Blanché 1970, 276], et tel que l'utilise Hamilton [Blanché 1970, 282].

Souleymane Bachir Diagne le dit en toute rigueur et en toute explicitation, lorsqu'il se réfère à l'exemple booléen pris sur le raisonnement en **BARBARA** [Diagne 1986, 45]. Nous pouvons le suivre et remarquer assurément la pertinence de « la réduction de deux équations à une seule d'où le terme moyen aura été éliminé » [Diagne 1986, 45]. Suivons-le donc dans son analyse de l'opération d'élimination du moyen terme d'un système d'équations du raisonnement symbolique, et nous verrons certainement l'usage que Boole fait de ce terme intermédiaire.

Souleymane Bachir Diagne pose :

Soit par exemple le syllogisme en Barbara : Tous les hommes sont mortels, tous les Athéniens sont des hommes, donc tous les Athéniens sont mortels. Les prémisses se traduiront par le système d'équations suivant :

$$y(1 - x) = 0$$

$$z(1 - y) = 0$$

Inférer la conclusion reviendra à éliminer y de ce système. Or de manière générale, éliminer y d'un système d'équations

$$ay + b = 0$$

$$a'y + b' = 0$$

c'est écrire l'équation unique $ab' - a'b = 0$.

On obtient donc, pour le système précédent, l'équation $z(1 - x) = 0$ qui s'interprète *Tous les Zs sont des Xs*, autrement dit *Tous les Athéniens sont mortels*.

Cet exemple dont se sert Souleymane Bachir Diagne est l'illustration explicite de la procédure d'élimination d'un symbole quelconque d'une équation donnée que Boole utilise au sujet de la « Proposition I » dont il donne même la règle, en application à l'« Exemple 1 » sur la proposition « Tous les hommes sont mortels », dans sa traduction symbolique par l'équation « $y = vx$ » où « y » représente « hommes » et « x » représente « mortels » [Boole 1854b, 111–115].

George Boole pose alors le problème suivant :

« Éliminer le symbole de classe indéfinie « ν » et interpréter le résultat. »

Voici donc l'algorithme de solution qu'élabore Boole sur cet exemple, et que nous nous permettons de restituer sous la forme d'une démonstration en un nombre fini d'étapes :

1. En transposant tous les termes dans le premier membre, on obtient $y - vx = 0$.
2. Lorsque $v = 1$, l'équation devient $y - x = 0$.
3. Et lorsque $v = 0$, l'équation devient $y = 0$.
4. La multiplication, l'une par l'autre de ces deux équations, donne $y - yx = 0$ ou $y(1 - x) = 0$, et on note que $y^2 = y$.

Au terme de cet algorithme à quatre étapes, Boole peut conclure avec évidence que « L'équation ci-dessus est le résultat de l'élimination que l'on cherche, et son interprétation est la suivante : Les hommes qui ne sont pas mortels n'existent pas » [Boole 1854b, 114–115]. C'est une proposition dont la conversion par contraposition, ou encore conversion négative, donne l'interprétation selon laquelle « Ceux qui ne sont pas mortels ne sont pas des hommes. »

Cette restitution de l'exemple booléen d'élimination des moyens termes d'un raisonnement symbolique peut bien, au stade actuel de l'argumentation, tout en distinguant la logique comme « calcul » chez Boole de ce que Frege en fait un « langage formulaire » devant fonctionner à l'instar de celui de l'arithmétique, rendre claire la différence d'élaboration du problème général d'élimination entre Boole et Aristote. En effet, si Aristote déroule une logique de l'identification du moyen terme comme terme intermédiaire dans les prémisses et son éclipse de la conclusion du raisonnement syllogistique, Boole développe en revanche une logique de l'élimination des termes intermédiaires du système

d'équations d'un raisonnement syllogistique exprimé symboliquement. C'est bien pourquoi Gilbert Hottois parle de l'effectuation d'un calcul sur des signes algébriques symbolisant des classes et des opérations sur des classes en lieu et place du raisonnement déductif faisant usage de mots dans la langue et la logique traditionnelles. Et mieux, il relève la conséquence technique d'une telle opération logique qui consiste, pour Boole, à « calquer la déduction syllogistique sur la résolution d'équations logiques » [Hottois 1989, 13]. Ce qui n'est possible, du reste, qu'en supprimant les moyens termes qui figurent dans les prémisses, en rendant ainsi explicites les relations implicitement données entre les autres termes des prémisses. Ce faisant, remarque Gilbert Hottois, Boole élargit le problème d'élimination au-delà du syllogisme, en considérant un nombre quelconque de termes, en en éliminant autant que possible, et en explicitant toutes les relations entre les autres termes qui restent implicites dans les prémisses.

À ce même stade de l'argumentation, il peut être impérieux de relever que Boole est conscient de ce que le pouvoir de l'esprit connaissant consiste dans le syllogisme, et que, de même, l'action intellectuelle, pour qu'elle soit elle-même une réalité vraie et parfaite, doit s'inscrire dans des limites déterminées et posséder un moyen terme, où elle puise la loi interne de sa propre croissance.

En ce sens, si tel est l'état réel de la logique booléenne portée sur le problème général de l'élimination – problème central des logiciens algébristes anglais — nous dirons pour notre part que, Boole, le critique d'Aristote, ne s'est pas encore affranchi de l'aristotélisme qui règne au XIX^e siècle. Le critique de la diversification des procédures logiques du syllogisme catégorique demeure prisonnière du système aristotélicien. Le mathématisme de Boole relève encore d'un aristotélisme persistant dans l'application logique de ses procédures algébriques aux procédures syllogistiques de la logique traditionnelle d'inspiration aristotélicienne. Boole est un critique avéré d'Aristote, certes. Mais, il reste, de notre point de vue, largement aristotélicien. Ernest Coumet le dit très bien d'ailleurs, lorsque dans *Logique, mathématiques et langage dans l'œuvre de G. Boole - II*, il présente et soutient le mouvement de la pensée booléenne faite de ruptures hésitantes au regard de la logique traditionnelle. Ernest Coumet écrit, en effet, que :

Boole devait rompre avec la logique traditionnelle, mais rester pourtant assez proche d'elle, pour en rendre compte de manière satisfaisante. Il devait poursuivre aussi loin que possible des modèles algébriques, et des méthodes logiques, mais savoir reconnaître les points où se manifestait l'originalité de l'univers logique. Bref, il lui fallait jouer très serré le jeu des analogies [...] jeu très complexe, où Boole ne réussit qu'à demi. [Coumet 1966, 1-2]

Pour quelle raison ? Tout en se référant à la logique traditionnelle d'obédience aristotélicienne, Boole récuse avec assurance les prétentions de la syllogistique aristotélicienne dont le syllogisme et les lois de la conversion ne sont

pas les procédés ultimes de la logique, puisqu'ils ne constituent que des règles très particulières [Boole 1854b, 11]. Or, la logique à construire par Boole et qui doit avoir la forme d'un « calcul », c'est-à-dire d'un système de symboles logiques, doit se doter de procédés généraux. De ce point de vue, Boole devait non seulement élaborer un calcul, mais viser d'emblée la plus grande généralité, et poser d'avance le problème général résumant tous les problèmes particuliers possibles qu'aura à résoudre ce calcul [Coumet 1966, 2]. Ce problème général, Boole le formule ainsi qu'il suit : « étant donné un ensemble de prémisses exprimant des relations qu'ont entre eux certains éléments, on demande que soit exprimée explicitement dans sa totalité la relation qui en résulte entre certains de ces éléments, quelles que soient les conditions imposées, et quelle que soit la forme où on demande que soit exprimée cette relation » [Boole 1854b, 10]. Puisque, pour lui, ce qui rend la logique possible, c'est l'existence dans nos esprits de notions générales [Boole 1847, 5]. Nous en convenons, tout en reconnaissant un ensemble de limitations internes d'une telle affirmation dans l'application des procédures algébriques de George Boole et leur signification logique au regard de la syllogistique aristotélicienne. C'est bien ce à quoi conduit notre argumentation, lorsque nous parlons de l'aristotélisme persistant chez George Boole.

Toutefois, cette sorte de dépendance à la syllogistique aristotélicienne ouvre à une différence méthodologique considérable. En fait, la procédure généralisée se déploie en une logique de la découverte scientifique, certainement plus approfondie que celle que génère la syllogistique aristotélicienne. Puisque, tel que nous l'avons relevé plus haut, l'optique compréhensiviste de l'analytique ontologique aristotélicienne cède méthodologiquement le flanc à l'optique extensiviste de l'analytique plus ou moins stricte booléenne, mais sans désontologiser le sujet. Car, le sujet demeure justificatif du prédicat qui lui est lié.

L'effort de détachement vis-à-vis de l'aristotélisme persistant se solde donc par une exigence de plus de généralité des procédures logiques dont la conséquence nécessaire est, comme nous pensons l'avoir démontré, l'élimination de toutes sortes de moyens termes du raisonnement symbolique. C'est bien ici le résultat de la critique d'ordre méthodologique que Boole formule à l'encontre d'Aristote. Ce qui ne va pas sans incidences épistémologiques évidentes, corollaires de plusieurs problèmes méthodologiques, surtout avec la quantification du prédicat que suit la détermination de l'univers du discours dont nous avons parlé plus haut. Et, pour circonscrire l'enjeu des limitations internes au calcul de Boole qui attache beaucoup d'importance aux opérations inverses et à la mise en équations, le jugement suivant de Jørgensen pourrait être illustratif :

En raison du caractère purement mathématique de ses méthodes, l'algèbre de Boole donne l'impression d'être une espèce spéciale d'algèbre plutôt qu'une logique généralisée. C'est ce caractère qui fait à la fois la force et la faiblesse du calcul de Boole. Car d'une part il aurait difficilement pu prendre une forme si générale si Boole n'avait pas été capable d'utiliser de bout en bout les règles

et les opérations mathématiques qui valent pour une algèbre $0-1$. Mais d'autre part, la méthode mathématique rend plus ou moins obscures les opérations à effectuer et les expressions à formuler pour traiter les problèmes, puisqu'elles ne peuvent admettre aucune interprétation logique. À parler proprement, ce sont seulement les prémisses et les résultats du traitement qui, chez Boole, représentent directement des faits logiques, tandis que le chemin qui conduit des prémisses à la conclusion est, du point de vue logique, complètement dénué de sens (*meaningless nonsense*). C'est pourquoi on ne peut absolument pas dire que le calcul de Boole représente le cours naturel de la pensée logique ; il faut plutôt le regarder comme une application de l'algèbre quantitative aux problèmes de la logique. [Jørgensen 1931, 115–116]

Ce jugement critique de Jørgen Jørgensen préfigure la somme d'incidences épistémologiques et de problèmes méthodologiques qui leur sont corollaires dans cette opération d'élimination du moyen terme. Nous tenterons à présent de les circonscrire, en en dégageant les implications méta-théoriques possibles.

II.2b. Implications méta-théoriques de l'élimination du moyen terme

Il est clair qu'avec Boole, la logique est devenue progressivement une logique de l'élimination du moyen terme au sein du raisonnement symbolique d'un système d'équations donné. Ainsi, des enchaînements déductifs sont construits sur des protocoles d'opération rationnels fondés sur les lois de la pensée pure. Il peut ici être admis que le souci de la raison humaine n'est pas exclusivement de toujours signifier logiquement ses propres opérations. Pour l'avoir compris, Boole donne l'orientation suivante :

C'est un fait indiscutable que la validité d'une conclusion à laquelle on arrive par un procès symbolique du raisonnement, ne dépend pas de notre capacité à interpréter les résultats formels rencontrés aux différentes étapes de sa recherche. [Boole 1854b, 66–68]

Il est évident qu'avec George Boole la logique traditionnelle a été élevée, dans l'application de ses procédures, à un niveau de généralisation tel que tous ses protocoles d'inférences et de déductions trouvent ainsi leur véritable analogue dans ce symbolisme mathématique qui fonctionne en tant que mise en œuvre des canons de l'interprétation dont l'essence est d'être universels dans leur application, ne connaissant ni échecs ni hésitations [Boole 1992, 92]. C'est donc en ces canons de l'interprétation que croit Boole pour fonder son optimisme du symbolique dans une procédure où « ni le nombre de prémisses, ni leur ordre n'ont l'importance qu'on leur accordait et le syllogisme dans sa forme canonique et sa description en majeure, mineure, termes majeur, mineur et

moyen, n'est plus qu'un cas particulier et une illustration tout à fait restreinte de ce que peut accomplir le raisonnement symbolique » [Diagne 1986, 45].

L'entreprise logique de Boole dans la structure de son calcul des propositions ici esquissé est similaire, au point de vue de son objectif, à l'intention de Augustus De Morgan et présage le travail logique de J. Lukasiewicz face à la syllogistique d'Aristote. En effet, Augustus De Morgan, tout comme J. Lukasiewicz, œuvrent à améliorer la syllogistique aristotélicienne, ou mieux, à la rendre à la fois plus simple et plus rigoureuse en l'axiomatisant au moyen des techniques modernes de la logique formelle. C'est, comme nous l'avons déjà indiqué, l'objet du chapitre XV des *Lois de la pensée*. Une entreprise qui, à tout bien prendre, porte aussi bien sur la syllogistique que sur son caractère onto-logique. Elle consiste, à partir de cette élimination du moyen terme, d'une part en la re-conception des autres termes de la proposition catégorique, notamment le terme majeur et le terme mineur ; et d'autre part, en la re-considération du syllogisme canonique comme lieu d'application des règles fondamentales du raisonnement symbolique. C'est ainsi que la mise en œuvre des symboles littéraux (x, y, z), des symboles numéraux (0, 1) et des symboles opérateurs (+, $\times$, =, -), puis la transposition logique de la charge ontologique de la copule verbale à l'équation algébrique, établissent le lien nécessaire entre la logique et la mathématique sur la question de l'essence du raisonnement, mettant alors entre parenthèses les notions de nombre et de quantité. Voilà qu'avec la détermination de l'univers du discours et la quantification du prédicat, il est rendu possible la formation d'un langage mathématique, langage directeur des opérations scientifiques, dans le processus de généralisation des algèbres numériques tendant à l'algèbre qualitative ou littérale. La mathématisation de la logique classique est ainsi établie avec la conception extensionnelle de la logique, consacrant alors l'histoire mathématique de celle-ci.

Il ressort de cela que la démonstration logique acquiert un caractère mathématique : elle devient un objet rigoureusement défini de la logique mathématique conçu tel un automatisme aveugle de l'algorithme avec tant de clarté qu'il est capable de construire le mécanisme qui l'incarne dans sa plus grande généralité. Cela s'explique en ceci que les mathématiques numériques étaient tellement pratiques, empiriques et utilitaristes qu'elles ne démontraient quasiment rien. En tant que mathématiques procédurales où l'on n'enchaîne pas des raisons mais des opérations, les mathématiques numériques se limitaient ainsi au « calcul ». Cela s'entend du fait que le mathématicien se contentait de donner de bons résultats numériques, et donc de s'intéresser à l'utilité pratique des règles de calcul et des procédés heuristiques, plutôt que de se préoccuper d'établir une vérité nécessaire, et donc de s'intéresser au raisonnement à cause du caractère concret, opératoire et manipulateur des mathématiques numériques à l'aspect procédural et quasi algorithmique. En garantissant ainsi le passage à l'algèbre qualitative, l'efficacité et l'heuristique du signe ou du symbole envisagées par Boole dans la représentation rigoureuse des choses physiques et logiques sont alors constituées par le moyen d'un raisonnement symbolique rendu infaillible. L'élimination du moyen terme dans la généralisation algé-

brique des procédures de la logique classique garantit, à cet effet, l'infailibilité du discours logique et son statut heuristique dans le processus d'élaboration de la science moderne. Pourtant le calcul booléen des propositions et des relations entre les classes demeure encore manipulatoire, calculatoire et procédural au point que certains historiens des sciences et de la logique pourraient même se demander si la critique de Boole à l'endroit d'Aristote est totalement légitime, et surtout si le symbolisme booléen est commode pour conduire le discours méthodologique. Appliqué à un langage de la physique mathématique, par exemple, ce symbolisme ne pourrait-il pas paraître incommode pour sa mise en perspective méthodologique ? C'est très probablement l'une des raisons pour laquelle certains esprits comme William Stanley Jevons ont préféré retravailler ce symbolisme en y apportant des modifications importantes [Jevons 1958, 69–70]. En effet, la théorie de Jevons refuse, pour la logique, un traitement algébrique. Jevons reproche à Boole d'avoir construit un système artificiel qui, au lieu de suivre fidèlement les opérations logiques de la pensée, leur substitue tout un appareil compliqué de calculs algébriques, obscurs et mystérieux du point de vue logique, entendu qu'ils sont sans rapports avec le véritable raisonnement. Il trouve que la logique chez Boole a été trop asservie aux mathématiques, en ce qu'elles ont de numérique, alors que, par nature, la logique n'a pas à se subordonner au nombre, puisque la notion de nombre et les opérations sur les nombres présupposent des notions et des opérations d'ordre logique. Ainsi, du fait que la notion même de nombre est réductible à des notions logiques, Jevons inverse alors le rapport entre les mathématiques et la logique que Boole voulait sous la prééminence des mathématiques.

Nous trouvons quand même une limitation interne à cette critique de Jevons qui manque de reconnaître à Boole le mérite d'avoir traité la logique en extension, et donc en termes de classes. C'est ainsi que, sans courir le risque de contradiction ou de confusion, nous reconnaissons que le calcul de Boole vise moins à enchaîner des opérations que des raisonnements. Boole partait, en fait, du principe que le raisonnement est un calcul. Il s'employait ainsi à explorer les lois principales des opérations fondamentales de l'esprit par lesquelles progresse le raisonnement, afin de les exprimer par le langage symbolique du calcul, ce que nous avons traduit par l'expression « algèbre symbolique ». Le système booléen est, en ce sens, un formalisme symbolique régi par le principe de la « calculabilité » et susceptible de diverses interprétations. Gilbert Hottois rapporte une « interprétation méréologique » (logique des fragments) de ce formalisme symbolique de Boole dont les éléments constitutifs sont principalement [Hottois 1989, 15] :

- 1 = un solide ;
- a, b, c = fragments de ce solide ;
- a = complément du fragment a pour reconstruire 1 ;
- $a \times b$ = fragment commun à a et b ;
- $a + b$ = addition de fragments.

Le philosophe et logicien belge signale en outre une « interprétation propositionnelle » du formalisme symbolique booléen dont l'usage de l'algèbre logique a permis de formaliser la théorie des structures techniques du genre circuits électriques à commutateurs biphasés et à effets terminaux biphasés.

Nous reconnaissons en outre que, le principe booléen de la calculabilité a aussi permis d'élaborer des procédures logiques capables d'imiter, de copier et de rendre compte des comportements langagiers et dialogiques des sujets pensants, puis de les implémenter et de les programmer dans des machines (bêtes, mais intelligentes) afin de les mettre en œuvre. C'est un tel principe symbolique qui fonde tout le formalisme de l'ordinateur et permet de construire des robots et différents types de modèles par ce processus d'implémentation. L'informatique serait quasiment impossible sans ce mécanisme algorithmique de la logique mathématique. Puisque la conception des ordinateurs et de la machine dite universelle de Turing, par exemple, relève largement de l'exigence de plus de rationalité dans les recherches logico-mathématiques¹⁹. C'est certainement

19. En effet, Alan Turing élaborait, autour des années 1936, le modèle d'automate que l'on appellera « machine de Turing », posant ainsi les fondements théoriques de l'informatique en inventant la « machine universelle » [Lévy 1987, 104–105]. L'on sait, par ailleurs, que les circuits de base des ordinateurs exécutent les opérations de la logique booléenne quoique l'informatique et l'intelligence artificielle en particulier recourent en général à des notions de logique mathématique beaucoup plus complexes. Pour Pierre Lévy, une généalogie de l'informatique doit réserver une place particulière au projet leibnizien de construction d'une caractéristique universelle [Lévy 1987, 108]. Cela est vrai, ne serait-ce que du fait que l'algèbre générale de la logique de Boole, tout comme l'idéographie formulaire de Frege, naît en appliquant des méthodes du calcul logique aux procédés de la logique traditionnelle d'inspiration aristotélicienne, fondement logique nécessaire du projet leibnizien de la langue caractéristique universelle.

En effet, Leibniz comprit que derrière les modes syllogistiques concluants de l'analytique aristotélicienne siégeait une véritable science de l'entendement qui pouvait faire que les hommes s'entendent en raison et dont il convenait de formaliser l'écriture. Leibniz exposa, le premier, les principes d'une telle écriture qui devait consigner — sous la forme écrite — la richesse du discours oral. L'idéographie de la caractéristique universelle naît ainsi pour exprimer directement les idées sans passer par un intermédiaire phonétique. Au contraire de l'écriture habituelle disposée dans l'espace-temps et qui se contente d'enregistrer la linéarité fugace de la parole, la caractéristique universelle est radicalement bi-dimensionnelle et permanente en vue de sécuriser le raisonnement. C'est une algèbre générale, une langue philosophique permettant d'exprimer toutes les « idées » et qui ne se limite pas à l'application aux « nombres ». Le mécanisme de fonctionnement de cette caractéristique universelle est un calcul rationnel. Il suffisait alors de calculer pour résoudre toutes discussions d'ordre métaphysique ou moral de la manière dont on résout les problèmes arithmétiques. La caractéristique universelle est ainsi la face expressive de ce dont le calcul rationnel est la face opératoire. L'opérativité du « *calculemus* » leibnizien ne limite pas le domaine du calcul à la quantité et au nombre, exactement comme le fera Boole, mais consiste à opérer sur des symboles selon des procédures de raisonnement exactement spécifiées. Leibniz assignait déjà en son temps comme vocation au discours logique de s'occuper de l'essence du raisonnement plutôt que des idées de nombre et de quantité. Il envisage ainsi la construction d'une « machine à raisonner », un système de signes visibles dont les combinaisons et les transformations sont assujetties à des règles

ce qui retient l'attention de Michel Blay lorsque, rendant compte de *Histoire de la logique* de Jean Pierre Belna, il affirme d'une part que, au XIX^e siècle, la logique moderne se constitue lorsque naît la logique symbolique, logique ancrée dans un rapport étroit avec la mathématique, et d'autre part, il place George Boole parmi les noms qui jalonnent cette histoire d'une mathématisation de la logique dont les enjeux traversent les XIX^e et XX^e siècles en alimentant de multiples débats portant tant sur la nature même de la logique que sur les fondements des mathématiques [Blay 2006], et donc sur les rapports de la mathématique à la logique.

Conclusion

Boole admire et critique les procédures logiques de la syllogistique aristotélicienne. Pour le comprendre, nous venons de nous rendre compte, ainsi que le montre Souleymane Bachir Diagne, qu'il sied de partir du petit essai de Boole sur *l'Analyse mathématique de la logique* et de saisir l'intelligence de l'entreprise des *Lois de la pensée* [Boole 1992, Introduction]. Aussi ce mouvement de l'esprit s'impose-t-il pour comprendre les réels enjeux du projet booléen de généraliser les procédures de la syllogistique aristotélicienne. Puisque c'est déjà dans cet essai, qui marque l'acte de naissance de la logique algébrique [Diagne 1986], que Boole entrevoit une telle généralisation dans sa construction d'une véritable science de l'entendement humain sous la forme algébrique. Mais, à en croire Ernest Coumet, l'ordre de ce mouvement sera certainement inversé²⁰ dans *The Laws of Thought*, ouvrage synthétique avec pour tâche principale d'asseoir solidement le calcul, l'intervention de ce calcul dans les problèmes traditionnels n'apparaissant qu'*a posteriori*, parce qu'à titre d'application. Ernest Coumet estimait ainsi qu'il y avait dans la démarche de Boole, de quoi l'inviter, et jusqu'à le contraindre à dépasser, non pas seulement les limitations internes de la syllogistique, mais la syllogistique elle-même [Coumet 1966, I, 14]. Un bel idéal certes, mais que Boole n'a réussi qu'à moitié, persistant lui-même dans la symbolique aristotélicienne.

Nous l'avons certainement compris : l'enjeu majeur de l'élimination du moyen terme, c'est l'algébrisation non de la logique en tant que codification des termes canoniques du raisonnement, mais du raisonnement symbolique du

sans ambiguïté. On peut ainsi avoir vérifié l'intuition de Pierre Lévy qui fait relever du projet leibnizien d'une caractéristique universelle le processus de construction de l'informatique.

20. Ernest Coumet écrit : « On peut distinguer schématiquement deux parties correspondant à deux mouvements de pensée dans *The Mathematical Analysis of Logic* : a) la logique traditionnelle étant considérée comme donnée, il s'agit, en un premier temps, de l'exprimer sous forme symbolique, et de mettre sur pied un Calcul qui remplisse les mêmes offices qu'elle ; b) en un second temps, ce Calcul, exposé dans un style franchement mathématique, et visant à la plus grande généralité possible, est exposé de manière autonome. Notons-le sans plus tarder, cet ordre tout heuristique sera inversé dans les *Laws of Thought* » [Coumet 1966, I, 5].

système d'équations de l'esprit humain que Boole voudrait essentiellement infaillible. C'est, en effet, le nouveau statut que Boole assigne à toute sorte de moyen terme dans le fonctionnement du raisonnement syllogistique exprimé symboliquement. Et, ainsi, le reproche que Boole formule à l'endroit d'Aristote, pour n'avoir pas orienté la logique dans cette direction, quoique Leibniz reconnût à Aristote le mérite d'être le premier qui ait écrit mathématiquement en dehors des mathématiques²¹.

Cependant, la question de l'infailibilité du raisonnement logique demeure. Ce qui vaudra à Boole la critique de Ludwig Friedrich Gottlob Frege qui pense que, la « *Begriffsschrift* » ou son idéographie, ce langage formulaire de la pensée pure conçu et devant fonctionner à l'instar de celui de l'arithmétique, diffère fondamentalement de la « théorie générale des signes ». Puisque, conclut Frege, pour dire la différence entre son but et celui de Boole : « Je n'ai pas voulu donner en formules une logique abstraite, mais donner l'expression d'un contenu au moyen de signes écrits, et d'une manière plus précise et plus claire au regard que cela n'est possible au moyen des mots. En fait, je n'ai pas voulu créer seulement un *calculus ratiocinator* mais une *lingua characteristica* au sens de Leibniz » [Frege 1971, 71]. C'est pourtant sur le principe booléen de la calculabilité que la production de l'informatique et la construction de l'intelligence artificielle se fondent largement. C'est aussi sur la base du même principe que, en voulant trop mathématiser la logique, Boole a rencontré ce qui est plus que mathématique, la logique devenant « méta-logique ».

Références bibliographiques

AXELOS, KOSTAS

1977 *Contribution à la logique*, Paris : Éditions de Minuit.

ARISTOTE

1995 *Organon IV, Les Seconds Analytiques*, traduction française et notes par J. Tricot, Paris : Vrin, 2000.

2001 *Organon III, Les Premiers Analytiques*, traduction nouvelle et notes par J. Tricot, Paris : Vrin.

BELNA, JEAN-PIERRE

1996 *La notion de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege. Théories, conceptions et philosophie*, Préface de Claude Imbert, Paris : Vrin.

2005 *Histoire de la logique*, Collection L'esprit des sciences, Paris : Ellipses.

21. Dans sa *Lettre à Gabriel Wagner*, Leibniz écrit, en effet, que : « Ce n'est pas un mince mérite pour Aristote d'avoir traduit ces formes (syllogistiques) en lois infaillibles, et d'avoir été en fait le premier qui ait écrit mathématiquement en dehors des mathématiques » [Leibniz 1875-1890, 519].

BLANCHÉ, ROBERT

- 1955 *L'axiomatique*, Paris : Presses Universitaires de France.
- 1957 *Introduction à la logique contemporaine*, Paris : Armand Colin.
- 1966 *Les structures intellectuelles*, Paris : Vrin.
- 1970 *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*, Paris : Armand Colin.

BLAY, MICHEL

- 2006 Compte rendu de *Histoire de la logique* de Jean-Pierre Belna, *La Revue pour l'histoire du CNRS*, n° 14.
[http ://histoire-cnrs.revues.org/document_473.html](http://histoire-cnrs.revues.org/document_473.html)

BOOLE, GEORGE

- 1847 *The Mathematical Analysis of Logic*, London: G. Bell, reprinted Oxford: Blackwell, 1948.
- 1848 *Sketch of a Theory and Method of Probabilities Founded upon the Calculus of Logic*, cité par Nicola Vassallo, Analysis versus Laws Boole's Explanatory Psychologism versus His Explanatory Anti-Psychologism, in *History and Philosophy of Logic*, Vol. 18, Issue 3, 1997, 151–163.
- 1854a *An Investigation of the Laws of Thought on which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities*, London: Dover, Reprint; nouvelle édition par Philip E. B. Jourdain, London, 1916.
- 1854b *Les Lois de la pensée*, texte traduit et introduit par Souleymane Bachir Diagne, Paris : Vrin, 1992.

BOWAO, CHARLES ZACHARIE

- 1996-1997 *L'Argumentation logique : dédale et pistes*, Thèse de Doctorat d'État de Philosophie, Dakar : Université Cheikh Anta Diop.

BRUNSCHVIG, LÉON

- 1934 *La Modalité du jugement*, Paris : Librairie Félix Alcan, 3^e édition augmentée de *La Vertu métaphysique du syllogisme selon Aristote*, Paris : Presses Universitaires de France, 1964.

COUMET, ERNEST

- 1966 Logique, mathématiques et langage dans l'œuvre de G. Boole – I, *Mathématiques et sciences humaines*, tome 15, 1–14.
- 1966 Logique, mathématiques et langage dans l'œuvre de G. Boole – II, *Mathématiques et sciences humaines*, tome 16, 1–14.
- 1966 Logique, mathématiques et langage dans l'œuvre de G. Boole – III, *Mathématiques et sciences humaines*, tome 17, 1–12.

COUTURAT, LOUIS

- 1908 *L'Algèbre de la logique*, Paris : Gauthier-Villars.

- 1985 *La Logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Paris : Félix Alcan, OLMS.

DAHAN-DALMEDICO, AMY & PEIFFER, JEANNE

- 1986 *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*, Paris : Éditions du Seuil.

DE MORGAN, AUGUSTUS

- 1847 *Formal Logic or the Calculus of Inference, Necessary and Probable*; reprint London: Taylor, 1926.

DIAGNE, SOULEYMANE BACHIR

- 1986 Les procédures algébriques de George Boole et leur signification logique, *Revue Sénégalaise de Philosophie*, 9, 29–51.
 1989 *Boole, l'oiseau de nuit en plein jour*, Collection Un savant une époque, Paris : Belin.
 1991 *Logique pour philosophes*, Dakar : Les Nouvelles Éditions Africaines du Sénégal.

DURAND-RICHARD, MARIE-JOSÉ

- 2004 Babbage et Boole : les lois du calcul symbolique — Des lois de la pensée aux constructivismes, *Intellectica*, 39, 23–53.

FREGE, FRIEDRICH LUDWIG GOTTLOB

- 1969 *Les Fondements de l'arithmétique*, Paris : Seuil.
 1971 *Écrits logiques et philosophiques*, traduction française par Claude Imbert, Paris : Seuil.
 1999 *Idéographie*, traduction, préface, notes et index par Corine Besson, Postface de Jonathan Barnes, Paris : Vrin.

GABBAY, DOV & GUENTHNER, FRANZ

- 1989 *Handbook of Philosophical Logic*, Dordrecht, Boston, Lancaster, D. Reidel, D. Gabbay & F. Guentner (eds.), tomes I-IV.

HARTSHORNE, CHARLES & WEISS, PAUL

- 1931-1935 *Collected Papers of Ch. S. Peirce*, 6 volumes, Cambridge (Massachussets): Harvard University Press.

HOTTOIS, GILBERT

- 1989 *Penser la logique. Une introduction technique et théorique à la philosophie de la logique et du langage*, Bruxelles : De Boeck-Wesmael s.a., 2^e édition, Bruxelles : De Boeck Université, 2002.

JEVONS, WILLIAM STANLEY

- 1874 *The Principles of Science : A Treatise on Logic and Scientific Method*, London : Macmillan & Co ; 2nd ed. 1877 ; 3rd ed. 1879. Reprinted with a foreword by Ernst Nagel, New York : Dover Publications, 1958.

JOLIVET, RÉGIS

- 1939 *Logique et cosmologie. Traité de philosophie I*, Lyon : Emmanuel Vitte.

JØRGENSEN, JØRGEN

- 1931 *A Treatise of Formal Logic: its Evolution and Main Branches, with its Relations to Mathematics and Philosophy*, Copenhagen/London: Levin & Munksgaard/Humphrey Milford.

KANT, EMMANUEL

- 1965 *Critique de la raison pure*, traduction française par A. Tremesaygues et B. Pacaud, Paris : Presses Universitaires de France.

LEIBNIZ, GOTTFRIED WILHELM

- 1696 Lettre à Gabriel Wagner, *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, éd. par C. J. Gerhardt, Berlin, 1875-1890, tome VII, 514-527. Cité d'après [Heinrich Scholz, 1968, 79-90].

LÉVY, PIERRE

- 1987 *La Machine univers. Création, cognition et culture informatique*, Paris : La Découverte.

LORENZEN, PAUL

- 1955 *Einführung in die operative Logik und Mathematik*, Berlin: Springer.

LORENZEN, PAUL & LORENZ, KUNO

- 1938 *Dialogische Logik*, WBG, Darmstadt. Morris, C.W., *Foundations of the Theory of Signs*, Chicago: University of Chicago Press.

ŁUKASIEWICZ, JAN

- 1972 *La Syllogistique d'Aristote*, Paris : Armand Colin.

MARTIN-LÖF, PER

- 1987 Truth of a Proposition, Evidence of a Judgement, Validity of a Proof in Theories of Meaning, *Synthese* 73, 407-420.
1996 On the Meanings of the Logical Constants and the Justifications of the Logical Laws, *Nordic Journal of Philosophical Logic*, Vol.1(1), Scandinavian University Press, 11-60.

- 1998 Truth and Knowability: On the Principles *C* and *K* of Michael Dummett, in H.G. Dales & G. Oliveri (eds.), *Truth in Mathematics*, Oxford: Clarendon Press, 105–114.

PEIRCE, CHARLES SANDERS

- 1902 The Simplest Mathematics, *Collected Papers*, volume IV.

RAHMAN, SHAHID

- 1993 *Über Dialoge, protologische Kategorien und andere Seltenheiten*, Frankfurt a. M., Berlin: Peter Lang.
- 2001 On Frege's Nightmare. A Combination of Intuitionists, Free and Paraconsistent Logics, in H. Wansing (ed.), *Essays on Non-Classical Logic*, London: World Scientific, 61–85.
- 2002 Un desafío para las teorías cognitivas de la competencia lógica: los fundamentos pragmáticos de la semántica de la lógica linear, in M. B. Wrigley (éd.), *Dialogue, Language, Rationality. A Festschrift for Marcelo Dascal*, número spécial de *Manuscrito*, vol. XXV-2, 383–432.
- 2004 Non-Normal Dialogics for a Wonderful World and More, in G. Heinzmann (ed.), *Philosophical Insights into Logic and Mathematics*, Dordrecht: Kluwer.

RAHMAN, SHAHID & KEIFF, LAURENT

- 2001 On how to be a Dialogician. A short Overview on Recent Developments on Dialogic. Argumentation and Games, in D. Vandervecken (ed.), *Logic and Action*, Dordrecht: Kluwer-Springer, Ch. 18, 359–408.
- 2008a Dialogique modale (K, T, B, S4, S5), *Exchorésis, Revue Africaine de Philosophie*, n° 6, Collection Logique, Langage et Philosophie.
[http:// www.refer.sn/exchorexis/](http://www.refer.sn/exchorexis/)
- 2008b Jeux, preuves et logiques, *Exchorésis, Revue Africaine de Philosophie*, n° 6, Collection Logique, Langage et Philosophie.
[http:// www.refer.sn/exchorexis/](http://www.refer.sn/exchorexis/)

RIVENC, FRANÇOIS

- 1989 *Introduction à la logique*, Petite Bibliothèque, Paris : Payot.

RIVENC, FRANÇOIS & ROUILHAN (DE), PHILIPPE (ÉD.)

- 1992 *Logique et fondements des mathématiques, Anthologie (1850-1954)*, Paris : Payot.

SINACEUR, MOHAMED ALLAL

- 1992 Présentation de la *Begriffsschrift*, in François Rivenc & Philippe De Rouilhan (éd.) *Logique et fondements des mathématiques, Anthologie (1850-1954)*, Paris : Payot.

SCHOLZ, HEINRICH

1968 *Esquisse d'une histoire de la logique*, traduction de l'allemand par
E. Coumet, Fr. de Laur, J. Sebestik, Paris : Aubier-Montaigne.

SUNDHOLM, GÖRAN

1997 Implicit Epistemic Aspects of Constructive Logic, *Journal of Logic,
Language and Information* 6, 191–212.

VIRIEUX-REYMOND, ANTOINETTE

1962 *La logique formelle*, Paris : Presses Universitaires de France, 1975.