Philosophia Scientiæ

Travaux d'histoire et de philosophie des sciences

24-3 | 2020

Lectures et postérités de *La Philosophie de l'algèbre* de Jules Vuillemin

L'idée de *mathesis universalis* dans *La Philosophie de l'algèbre* I et II de Jules Vuillemin

The Idea of mathesis universalis in Jules Vuillemin's Philosophie de l'algèbre I and II

David Rabouin

Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/philosophiascientiae/2517>

DOI : 10.4000/philosophiascientiae.2517

ISSN : 1775-4283

Éditeur

Éditions Kimé

Édition imprimée

Date de publication : 25 octobre 2020

Pagination : 43-70

ISBN : 978-2-84174-

ISSN : 1281-2463

Référence électronique

David Rabouin, « L'idée de *mathesis universalis* dans *La Philosophie de l'algèbre* I et II de Jules Vuillemin », *Philosophia Scientiæ* [En ligne], 24-3 | 2020, mis en ligne le 01 janvier 2021, consulté le 03 novembre 2021. URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/2517> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.2517>

Tous droits réservés

L'idée de *mathesis universalis* dans *La Philosophie de l'algèbre* I et II de Jules Vuillemin

David Rabouin

Laboratoire SPHERE, UMR 7219,
Université Paris Diderot – CNRS, Paris (France)

Résumé : Dans *La Philosophie de l'algèbre* (1962), Jules Vuillemin présente sa démarche comme une manière d'instruire « le problème, si important et si négligé aujourd'hui, de la *mathesis universalis* dans ses rapports à la philosophie ». Il intitule d'ailleurs la seconde partie du traité « mathématique universelle », titre qu'il reprend pour la conclusion. Présentant le projet du second tome, il avance que cette étude devait le conduire « aux questions concrètes de la mathématique universelle ». Pourtant, à aucun moment, on ne voit Vuillemin expliciter la nature de ce problème. Le but de cet article sera de produire une telle explicitation en s'appuyant, en particulier, sur certains éléments avancés dans le manuscrit préparatoire du second tome.

Abstract: In his *Philosophie de l'algèbre* (1962), Jules Vuillemin presents his approach as a way of instructing “the problem which is so important and so neglected today of *Mathesis universalis* in its relation to philosophy”. Moreover, he calls the second part of the treatise “Universal Mathematics”, a title he also uses for the conclusion. When presenting the draft of the second volume, he suggests that this study should have led him “to the tangible questions of universal mathematics”. However, at no time does Vuillemin explain the nature of this problem. The aim of this article is to produce such an explanation particularly by relying on certain elements put forward in the preparatory manuscript for the second volume.

1 Introduction

À la fin de l'introduction au premier tome de sa *Philosophie de l'algèbre* [Vuillemin 1962, ci-après PA1], Jules Vuillemin présente sa démarche comme menant de « l'irruption de ces méthodes nouvelles tirées de l'analyse abstraite » (principalement autour de la théorie de Galois) à leurs « applications » dans les théories de Felix Klein et Sophus Lie. Il commente alors : « cette extension me donne l'occasion de poser le problème, si important et si négligé aujourd'hui, de la *mathesis universalis* dans ses rapports à la philosophie » [PA1, 66]. De fait, la seconde section de l'ouvrage s'intitule tout simplement « Mathématique universelle », le paragraphe 41 étant entièrement dédié à cette question. Ce titre est repris pour la longue conclusion qui fait suite (« La mathématique universelle ») où le problème d'une *mathesis universalis* apparaît effectivement comme central : la première partie de cette conclusion relit le développement de l'ouvrage à l'aune du projet cartésien de « règles pour la direction de l'esprit » – même s'il s'agit en réalité plutôt des règles de la méthode – en s'appuyant sur les leçons données par l'étude de l'analyse mathématique post-galoisienne ; la seconde décrit et critique la proposition husserlienne d'une relance de la *mathesis universalis* ; tandis que la dernière revient sur différentes déterminations à travers l'histoire de la mathématique universelle dans ses rapports avec la métaphysique (pour esquisser une voie nouvelle au titre d'une « Critique générale »). Décrivant le second tome (finalement resté inédit) à l'occasion de la réédition du premier, la quatrième de couverture avance en 1993 :

L'auteur se proposait d'examiner dans un tome second les trois concepts de structure, d'infini et d'ordre. Cet examen l'eût conduit aux questions concrètes de la mathématique universelle.

Ceci confirme l'annonce faite à la fin du premier tome et montre que la *mathesis universalis* offrait, d'après l'auteur, un fil directeur à l'ensemble du projet.

Pourtant on ne voit à aucun moment Jules Vuillemin expliquer ce qu'il comprend sous ce problème, ni pourquoi il est à ses yeux « si important et si négligé » – ni, d'ailleurs, ce qu'il entend précisément par le terme même de « mathématique universelle ». Ses différentes occurrences semblent, à première vue, assez disparates. La seconde partie de PA1 commence *in medias res* et n'introduit l'idée qu'après cinquante pages de développements mathématiques. Vuillemin y avance alors que le *Timée* fournit « la première expression achevée de la Mathématique universelle » – une opinion qu'il ne justifie pas et qui est pourtant loin d'aller de soi. Il y oppose le point de vue moderne, appuyé sur la théorie des groupes, censée fournir le cœur d'une autre « mathématique universelle » sur laquelle rien de plus ne nous est dit. Revenant en conclusion à la définition cartésienne de la *mathesis universalis* comme « science de l'ordre et de la mesure », Vuillemin avance que cette caractérisation est encore trop attachée à l'idée de mesure, mais qu'elle a néanmoins « dégagé le caractère principal de la *mathesis universalis* : elle doit être la science des

autres sciences ». Il engage alors un dialogue avec la reprise de ce thème par Husserl, dans son rapport complexe à l'idée d'« ontologie formelle ». Or si ces déterminations, bien que tard venues dans le traité, semblent plus balisées, elles ne semblent pas reliées à première vue à la théorie des polyèdres réguliers exposée dans le *Timée* et réexposée par Klein au moyen de la théorie des groupes – ni même, plus généralement, aux développements de l'ensemble du premier tome qui paraissent très limités au regard du projet ambitieux d'une « science des autres sciences ».

Mon but, dans cet article, sera de collecter les différentes informations qui nous sont données pour tenter d'éclairer ce mystère, de les organiser et d'indiquer comment les documents subsistants sur le second tome [désormais PA2] peuvent nous aider à mieux les comprendre. Je commencerai par expliquer pourquoi Vuillemin pouvait s'épargner la peine d'explicitier le « problème de la mathématique universelle » en rappelant des éléments de contexte. De fait, cette question est alors au centre d'une reconstruction de l'histoire de la métaphysique, dans laquelle s'inscrit clairement la fin de PA1 et qui permet d'en mieux comprendre l'implicite. Je rappellerai ensuite que Vuillemin était déjà intervenu dans ces discussions dans son étude précédente, consacrée aux rapports entre *Mathématiques et métaphysique chez Descartes* [Vuillemin 1960], ce qui peut également expliquer pourquoi il n'y revient pas en détail ici. Aidé par ces éléments de contexte, je me pencherai alors sur la partie dédiée à la « mathématique universelle » dans PA1 pour en expliciter la cohérence au regard des questions précédemment évoquées. Finalement, je montrerai que ce qui subsiste des manuscrits préparatoires au second tome fournit des clefs sans lesquelles l'entreprise du premier tome reste assez difficilement compréhensible.

2 Une question partagée

On peut évoquer au moins deux raisons pour lesquelles la *mathesis universalis* n'est pas thématisée comme telle dans *La Philosophie de l'algèbre*, tout en lui servant de fil directeur : la première est que ce thème est bien connu et tient même, à bien des égards, une place de premier plan sur la scène philosophique de cette époque ; la seconde raison rejoint la première, mais est plus directement liée au parcours propre de Jules Vuillemin ; en effet, PA1 prend directement la suite des questions abordées dans *Mathématiques et métaphysique chez Descartes* [Vuillemin 1960], où la mathématique universelle tenait déjà une place importante.

Quant au premier point, on peut rappeler le tableau que dresse Michel Foucault quelques années après la parution de *La Philosophie de l'algèbre* dans *Les Mots et les Choses* (1966) : « aux deux extrémités de l'épistémè classique, on a donc une *mathesis* comme science de l'ordre calculable et une *genèse* comme analyse de la constitution des ordres à partir des suites empiriques » – la seconde étant censée mener au moment « transcendantal »

et à « l'âge de l'histoire » qui s'ouvre à la fin du XVIII^e siècle [Foucault 1966, 87]¹. Une description comparable se trouve en arrière-plan de l'étude érudite que Hans Werner Arndt consacre plus spécifiquement au modèle mathématique en philosophie au XVII^e siècle et dont on pourra rappeler l'ouverture :

L'influence de l'idée de « *mathesis universalis* » sur la réflexion et la construction des théories philosophiques relie notre époque au siècle des Lumières. Les conditions spécifiques sous lesquelles cette pensée a agi sur la philosophie théorique des XVII^e et XVIII^e siècles l'ont alors conduite à échouer sous la forme qu'elle tentait de prendre pour s'imposer. Elles la font aujourd'hui paraître à nos yeux – et déjà, d'une autre façon, à ceux de Kant – comme un rêve dogmatique.

La caractérisation d'une théorie philosophique comme « démonstration *more geometrico* » s'est trouvée associée à l'héritage plus large de la philosophie des Lumières des XVII^e et XVIII^e siècles. En particulier, il s'agit alors de ces doctrines que l'on désigne généralement du nom de systèmes « constructifs-rationalistes » de la Philosophie. [Arndt 1971, 1, ma traduction]

Ce tableau, qu'on trouverait chez nombre d'auteurs de l'époque – et d'aujourd'hui encore ! – est très clairement hérité des penseurs post-kantiens de la fin du XIX^e et du début du XX^e siècle (au premier rang : Natorp, Cassirer, Husserl ou Heidegger). Tous voyaient dans la *mathesis universalis* de Descartes et/ou de Leibniz un des noms propres de ce qui s'était joué au XVII^e siècle au titre de la constitution de notre modernité philosophique et scientifique – avec tout ce qu'elle pouvait porter de promesses, mais aussi de dogmatisme larvé et de naïveté métaphysique [Rabouin 2009, Introduction]. En ce qui concerne les aspects scientifiques qui vont plus particulièrement nous intéresser dans cette étude, on pourra se reporter au paragraphe f du chapitre 9 de la *Krisis* où Husserl rassemble plusieurs de ces déterminations. Il y décrit ce qu'il voit comme un développement simultané du calcul algébrique, devenu purement symbolique avec Viète puis Descartes, et de la physique mathématisée, le tout servant de prémices à ce qu'on pourrait désigner comme un « tournant formel » de la science et de la philosophie sur laquelle s'appuie le programme d'une *mathesis universalis* :

Ce processus de modification de la méthode, qui se déroule dans la praxis théorique de façon instinctive et irréfléchie commence déjà à l'époque de Galilée et conduit par un développement dont le mouvement est ininterrompu, au degré le plus élevé de l'« arithmétisation », où elle se dépasse elle-même : à la « formalisation » absolument universelle. Ceci se produit précisément grâce au développement et à l'extension de la théorie algébrique des nombres et des grandeurs, qui devient une « analyse » universelle

1. Pour Foucault, *mathesis* et *mathesis universalis* doivent être pris pour des termes équivalents.

et par là purement formelle [...]. Leibniz a le premier aperçu, précédant du reste de loin son époque, l'idée universelle fermée sur elle-même d'une pensée algébrique au plus haut sens du terme, l'idée d'une « *mathesis universalis* », comme il l'appelait ; il a le premier reconnu en elle la tâche de l'avenir, alors que c'est seulement à notre époque qu'elle s'est au moins approchée de sa réalisation systématique. Dans la totalité et la plénitude de son sens, elle n'est rien d'autre qu'une logique formelle développée dans toutes les directions. [Husserl 1976, 52–53]

Nous verrons par la suite l'importance de ce tournant pour Vuillemin lui-même. Il nourrit, en effet, la conclusion de l'ouvrage, dans un dialogue où la proposition husserlienne d'une relance de la *mathesis universalis* joue également un rôle central. Mais notons dès à présent un premier trait : pour nos auteurs, la mathématique universelle correspond à un moment de rupture typique de l'âge classique et dont l'émergence de l'algèbre symbolique est un des ingrédients essentiels. Puisqu'il sera beaucoup question de l'histoire de l'algèbre, on pourra d'ailleurs également rappeler que vers la même époque que la *Krisis*, la « mathématique universelle » avait également servi de fil directeur à une histoire philosophique de l'algèbre proposée par Jakob Klein sur la période antérieure à celle qu'étudie Vuillemin (des Grecs à l'âge classique). Lui aussi avait mis fortement l'accent à cette occasion sur la transformation de l'objet mathématique en objet purement symbolique [Klein 1934-1936].

Les références en ce sens abondent, mais celles qui précèdent suffiront à indiquer un premier arrière-plan possible pour les déclarations laconiques de Vuillemin. Dans les années 1960, l'idée de *mathesis universalis* est étroitement liée à une certaine image de la pensée classique, aussi bien philosophique que scientifique, que partagent nombre de philosophes et d'historiens des sciences. Elle est censée marquer l'émergence d'une nouvelle forme de rationalité, qui se serait mise en place à l'âge classique et coïnciderait avec le développement de la « science moderne » (à la fois la physique mathématisée et, en amont, le type de formalisation procurée par l'algèbre symbolique) – par opposition avec une détermination ancienne, aristotélicienne, que l'on peut parfois associer à un autre âge de la « mathématique universelle² ». Elle paraît à ce titre inséparable de l'histoire des mathématiques et d'une certaine configuration dogmatique de la philosophie, qui entendait relancer l'entreprise métaphysique à l'aune de cette nouvelle norme de vérité – reconfiguration dont le moment critique kantien entendait marquer l'échec et la fin³. Ceci permettrait déjà

2. On verra que Vuillemin lui-même accepte une telle généalogie et distingue en conclusion trois moments clefs d'articulation de la *mathesis universalis* et de la métaphysique associés aux noms d'Aristote, de Descartes et de Husserl. Sur la position d'une « mathématique universelle » comme problème chez Aristote et son lien avec le projet d'une métaphysique, je me permets de renvoyer à [Rabouin 2009].

3. À cause du contexte dans lequel évolue Vuillemin à cette époque, j'ai insisté dans ce qui précède sur l'héritage post-kantien, mais il importe de préciser que cette interprétation d'ensemble est partagée par nombre d'auteurs anti-kantiens (le

de justifier pourquoi Vuillemin voyait dans ce thème un problème à la fois important (il était considéré comme central dans le projet métaphysique classique réputé accompagner le développement de la science moderne) *et* négligé (il relevait, dans la France philosophique des années 1960, d'une époque clairement *révolue*). Cela permettrait également de comprendre pourquoi le projet même de *La Philosophie de l'algèbre*, qui prend acte d'un développement conjoint des mathématiques et de la philosophie, pouvait aller de pair avec la reprise de cette question.

Toute l'entreprise de Vuillemin consiste alors à faire valoir un tournant critique similaire à celui provoqué par Kant en philosophie, *mais advenu au cœur même des mathématiques* – et d'abord de l'algèbre elle-même, avec les travaux de Lagrange, d'Abel, puis surtout de Galois. Sous ce point de vue, il devient possible à la fois d'accorder à Kant la dénonciation des approches dogmatiques qui confondaient purement et simplement méthode philosophique et méthode mathématique *et* de refuser que le projet d'une « mathématique universelle », dans sa conjonction avec une métaphysique, dût être pour autant abandonné. C'est seulement dans les dernières pages de l'ouvrage [PA1, 506–518] que Vuillemin reprendra explicitement ce problème comme celui de la détermination d'une métaphysique depuis Aristote et sa mention furtive d'une possible « mathématique universelle » jusqu'à Fichte, en passant par Descartes puis Kant. Cela lui permettra d'annoncer, d'une manière encore un peu prophétique, la possibilité d'une « Critique générale » qui « aurait d'abord pour tâche d'accueillir les décisions métaphysiques de la Mathématique universelle et d'en étudier les motivations rationnelles » [PA1, 517]. Si son contenu reste encore obscur à ce stade, les attendus en sont donc clairs : il s'agit de repenser le projet d'une *mathesis universalis* compatible avec le tournant critique et n'ayant pas sacrifié trop vite le projet d'un adossement à des « décisions métaphysiques » (on notera dès à présent le pluriel).

Remarquons que le diagnostic d'un tournant critique des mathématiques, qui fonde l'approche de Vuillemin dans cette partie de l'ouvrage, n'était pas alors sans précédent. Nombre de mathématiciens de la fin du XIX^e siècle avaient déjà souligné les limites de la référence mathématique chez Kant (encore trop dépendante d'un modèle euclidien où la construction des figures joue un rôle paradigmatique) et son incapacité corrélatrice à voir que la mathématique pouvait dépasser le niveau de la seule construction de concepts pour aller d'elle-même à leurs conditions de possibilité. Certains d'entre eux, au premier rang Hilbert, avaient alors souligné que l'approche structurale, sous sa forme

diagnostic de fin de l'âge métaphysique se déplaçant alors plutôt du côté de différentes variantes du positivisme). Philip Jourdain en a donné un tableau synthétique, comparable à celui qu'on a trouvé chez Husserl, en ouverture de la traduction anglaise de l'*Algèbre de la logique* de Louis Couturat [Couturat 1914]. Une telle détermination se retrouve chez divers auteurs de cette tradition comme Russell, Carnap ou Gödel – généralement dans une référence qui va plus naturellement à Leibniz qu'à Descartes. En France, c'est le nom de Couturat, que préface justement Jourdain, qui vient immédiatement à l'esprit.

axiomatique moderne, s'avérait justement capable de reprendre à sa charge la question critique, dès lors qu'on prenait soin de la détacher de son lien kantien à l'expérience sensible [Benis-Sinaceur 2018]. Une telle proposition avait néanmoins pour inconvénient de résorber entièrement l'enquête dans les mathématiques elles-mêmes. Husserl apparaissait alors comme ayant fait valoir une orientation alternative, en y discernant au contraire le ressort d'une relance du point de vue transcendantal. Ceci, il le saisit en tentant de penser à nouveaux frais l'articulation de la logique formelle moderne, mathématisée, et de la logique transcendantale, l'une et l'autre appuyées sur le concept central d'opération et sur son insertion dans une « théorie des multiplicités » gouvernées par des systèmes d'axiomes ou *mathesis universalis* [Gérard 2001]. Il s'agissait donc de repenser les systèmes axiomatiques modernes du point de vue des opérations d'une conscience et de certaines exigences, comme celle de « saturation », qu'un système formel ne pouvait pas porter par lui-même sans intervention de normes transcendantales primitives.

Cette détermination d'ensemble est rappelée de la manière la plus claire dans la conclusion générale qu'on trouve dans le second tome resté inédit de *La Philosophie de l'algèbre* :

L'idée de *mathesis universalis* a été, historiquement, l'une des origines du dogmatisme. Celui-ci appliquait à la connaissance philosophique des méthodes propres à une discipline particulière, les mathématiques. Tel est l'état de la question dans le premier moment de l'Algèbre : même si Kant a tort d'identifier alors connaissance mathématique et construction des figures dans l'espace euclidien, il a raison de dénoncer la confusion entre la connaissance philosophique qui procède par concepts et la connaissance mathématique particulière qui procède par construction de concepts.

À son second moment, l'Algèbre et la philosophie se rapprochent. On tente d'appliquer à la pensée les procédés de l'Algèbre des structures. Telle est l'idée mère de la phénoménologie. [PA2, § 71, 361]

En ce point, on le voit, Vuillemin a donc un interlocuteur privilégié. Car avant d'être son projet, le programme d'une reconsidération du problème de la *mathesis universalis* à l'aune d'une pensée transcendantale renouvelée fut d'abord celui de Husserl – qui pouvait même déclarer :

Le chemin qui m'a conduit à la phénoménologie fut essentiellement déterminé par la *mathesis universalis*. [Husserl 1993, 69]⁴

4. À dire vrai, il fut aussi, à bien des égards, celui d'autres auteurs que Vuillemin ne mentionne pas. Ainsi de Cassirer et de son projet d'une philosophie des formes symboliques. Hors de la sphère d'influence kantienne, l'idée d'une relance du projet de *mathesis universalis* accompagnait souvent l'évocation d'une actualisation du projet leibnizien de caractéristique universelle que semblait permettre le développement de la logique formelle moderne (Russell, Gödel ou Carnap) [Rabouin 2009, Introduction et Annexe II].

À ce titre, nous devons également garder à l'esprit que la période à laquelle écrit Vuillemin est celle durant laquelle le public français découvre un visage de Husserl qu'il connaissait mal, celui des *Recherches logiques* dont la publication est engagée en France en 1961 et avait été précédée, quelques années auparavant, par la traduction de *Logique formelle et logique transcendantale* (par Suzanne Bachelard) [Husserl 1957]. Or il ne fait pas de doute que ce dernier livre, abondamment discuté par Vuillemin dans sa conclusion, se plaçait très explicitement sous l'égide de la relance du projet d'une *mathesis universalis*, censée être au cœur du développement de l'algèbre symbolique et de son prolongement dans une logique formelle⁵.

En même temps, le passage cité de PA2 nous indique que la relance phénoménologique n'a pas été au bout de l'évolution de l'algèbre moderne en ce qu'elle n'a investi qu'un des aspects de la mathématique formelle, que l'appareil transcendantal devait dès lors se contenter de redoubler maladroitement. Elle n'a pas vu, en effet, la part de réflexivité propre que la mathématique s'avérait capable de porter par elle-même et qui conduisait – une fois constaté l'échec du programme de Hilbert – à une forme de pluralisme constitutif que la philosophie transcendantale ne pouvait plus se contenter de simplement enregistrer. En ce sens, on y reviendra par la suite, la phénoménologie, parce qu'elle tendait justement à résorber ce pluralisme, reste, aux yeux de Vuillemin, un dogmatisme⁶.

Ainsi, le projet de Vuillemin reprend très clairement l'héritage de la « mathématique critique » et sa prétention à replacer la recherche des conditions de possibilités au cœur de la mathématique elle-même, tournant dont Husserl est le contemporain, mais qu'il n'aura pas pleinement saisi [Benis-Sinaceur 2018]. Toute la conclusion de PA1 consiste précisément en un tel dialogue, dont *Logique formelle et logique transcendantale* est l'interlocuteur explicite. Vuillemin y montre comment l'intuitionnisme husserlien, intuitionnisme qu'il nomme « extrinsèque », agit comme cadre restrictif dans sa tentative de fondation philosophique des mathématiques⁷. À l'opposé, il fait valoir ce qui semble alors la seule voie propre à relever le défi hilbertien – voie déjà esquissée par Cavaillès dans *Sur la logique et la théorie de la science* [Cavaillès 1997] –, soit l'élaboration d'une philosophie *immanente* à la réflexivité propre de la mathématique. Mais, à la différence de Cavaillès et en conformité avec sa

5. Ce projet poursuit l'héritage de la « découverte du formel » avec l'algèbre symbolique, dont Viète et Descartes auraient été les initiateurs et dont Leibniz aurait perçu le premier, au titre de la *mathesis universalis*, la puissance constitutive [Husserl 1957, § 26, 111].

6. Titre du § 56 qui clôt la discussion avec la *mathesis universalis* de Husserl en conclusion [PA1, 502].

7. Cet intuitionnisme est dit « extrinsèque » au sens où les normes limitatives qu'il envisage sont d'ordre philosophique et agissent donc de l'extérieur à la pratique mathématique – par différence avec l'intuitionnisme « intrinsèque » des mathématiciens comme Brouwer ou Heyting, qui accompagne comme « de l'intérieur » la constitution d'une certaine pratique mathématique.

reprise du thème de la *mathesis universalis*, Vuillemin ne se contente pas d'y voir simplement le terreau pour une théorie de la connaissance. Elle correspond à ses yeux à une sphère de détermination authentiquement *métaphysique*, quoique interne au mathématique, détermination qu'il appartient au philosophe de saisir et d'explicitier. C'est cet aspect, encore nébuleux, que le second tome permet, comme nous le verrons, de saisir plus clairement.

2.1 La *mathesis universalis* de Descartes et Leibniz dans le projet de Vuillemin

Ces éléments viennent s'ajouter à un autre aspect qui peut expliquer la présence si importante de la *mathesis universalis* dans le projet de Vuillemin et que l'on peut séparer du premier. Lorsqu'on ouvre le premier tome de *La Philosophie de l'algèbre*, on est frappé, en effet, de le voir prendre directement la suite de certains thèmes évoqués dans le précédent ouvrage : *Mathématiques et métaphysique chez Descartes*. Avant d'en évoquer le contenu, je rappellerai simplement un passage de l'« avertissement » du livre :

Au fur et à mesure que j'avancais dans mon enquête et que ma note se transformait en ces réflexions, je sentais qu'une interprétation plus vaste était en jeu, que la classification des courbes et les solutions apportées aux problèmes de la différenciation et de l'intégration conduisaient à une théorie générale des proportions qui n'est rien d'autre que la fameuse Mathématique universelle, et qu'enfin cette théorie n'était pas sans influencer à son tour et même sans modeler très profondément l'ensemble de la métaphysique cartésienne. [Vuillemin 1960, 2]

Or dans l'introduction de PA1, juste après avoir posé le problème général des rapports entre mathématiques et philosophie dans la constitution d'une philosophie théorique pure, Vuillemin reprend justement le dialogue avec ce moment fondateur du dogmatisme rationaliste moderne, incarné par la confrontation des pensées de Descartes et de Leibniz. Il repart alors des thèmes évoqués dans l'étude de 1960 dont il résume rapidement les thèses. Au premier rang figure le fait, manqué par Kant, que la mathématique connaît un premier tournant avec Descartes qui la fait sortir de la dépendance aux constructions dans l'imagination et l'appuie sur une « intuition purement intellectuelle » [PA1, 12]⁸. Tandis que la position kantienne du synthétique *a priori* reste ancrée sur le modèle privilégié de la construction des figures, le dispositif cartésien en est déjà sorti en intellectualisant la construction sous la forme de critères qui peuvent être décrits à la fois en termes imaginatifs (le tracé de certaines courbes par mouvement continu) et en termes purement conceptuels (la donnée d'une ou plusieurs équations algébriques). En ce point, Vuillemin

8. On rappellera à ce propos la première phrase de la conclusion de [Vuillemin 1960] : « La Mathématique de Descartes est purement intellectuelle en son principe ».

partage donc le diagnostic de Husserl et de nombre d'auteurs que nous avons mentionnés dans la première section de cette étude : l'âge classique connaît un premier tournant avec l'émergence de l'algèbre symbolique et sa mise au service d'une réforme en profondeur de la nature même du géométrique (censée accompagner, à leurs yeux, le développement de la « science moderne », au premier chef de la physique mathématisée).

Ceci a permis chez Descartes une entente nouvelle de l'analyse mathématique et sa parfaite réversibilité de droit dans une synthèse qui, par là-même, perdait tout privilège :

[...] réduite à l'Algèbre des longueurs qui ne considère que l'ordre et la mesure dans les nombres, les figures, les astres, les sons ou n'importe quel objet, sans rien ajouter qui tienne à une matière particulière⁹, la méthode ne rencontre que des vérités données à l'intuition d'un esprit attentif sous forme de « natures simples », lorsqu'on procède analytiquement, et elle ne parvient qu'à des axiomes et à des définitions clairs et distincts, lorsqu'on procède synthétiquement. [PA1, 12]

La principale difficulté portée par le cartésianisme réside alors dans le fait d'appuyer la méthode sur les mathématiques tout en la déployant dans un domaine, la métaphysique, où elle rencontre immédiatement la question de l'infini – question précisément exclue de la mathématique cartésienne « de l'ordre et de la mesure ». Cela suppose de faire intervenir des principes extrinsèques à la méthode elle-même, comme le principe de causalité ou le principe de correspondance de l'idée à l'idéat. L'ouvrage de 1960 évoquait déjà cette tension pour finir, à partir du passage célèbre des *Méditations métaphysiques* où Descartes doit s'appuyer sur une analogie mathématique « archimédienne » pour porter sa réflexion métaphysique (note III) – indiquant ainsi, comme de l'intérieur de son système, les limites de l'exclusion qu'il souhaitait faire valoir contre une saisie mathématique de l'infini. Vuillemin y reviendra en conclusion de PA1 en pointant ce qu'il désigne alors, parmi les différents nouages historiques de la mathématique universelle et de la métaphysique, comme « le second cercle du dogmatisme¹⁰ ».

Dans ce contexte, on voit très clairement le pas qu'est censé avoir franchi Leibniz : supprimer la dépendance trop étroite de la *mathesis universalis* cartésienne vis-à-vis de la mesure, pour l'ouvrir à une science de l'ordre pur [PA1, 33], qu'elle prenne la forme d'une combinatoire universelle ou d'une mathématique « qualitative » qui puisse s'étendre aussi bien à l'infini (analyse transcendante) qu'à la forme (*analysis situs*). On remarquera, au passage,

9. Ici, Vuillemin renvoie au passage correspondant de la quatrième des *Règles pour la direction de l'esprit* où Descartes décrit en fait la *mathesis universalis* [Descartes 1964-1974]. On voit donc au passage qu'il ne fait pas de différence entre cette dernière, la méthode et l'algèbre des longueurs exposée dans la *Géométrie*.

10. Titre du § 58. Le premier cercle, lié à la détermination aristotélicienne, est celui porté par l'analogie de l'être (§ 57).

que ce tableau est très similaire à celui que faisait déjà valoir Ernst Cassirer (puis, en France, Léon Brunschvicg) pour s'opposer aux interprétations trop étroitement « panlogiciques » de Leibniz que proposaient alors Couturat et Russell. Cette opposition avait d'ailleurs nourri le remarquable tableau dressé par Dietrich Mahnke dès 1925, lorsqu'il contrastait deux ententes de la « mathématique universelle » leibnizienne et posait la question de leur articulation à la métaphysique de l'individu [Mahnke 1925]¹¹.

Le cœur du geste leibnizien devient alors la mise au centre des mathématiques d'un concept de correspondance fonctionnelle, censée permettre d'installer la mathématique universelle en position de « science générale des relations » (sans plus les limiter aux seules relations quantitatives¹²). Un point essentiel du dispositif est de rendre à nouveau possible le nouage de la pensée mathématique à la métaphysique via un principe d'ordre supérieur qui vaut dans l'une et l'autre (le principe de continuité en étant une des instances les plus célèbres). Sous cette détermination, on se heurte néanmoins à un nouveau problème qui est l'écart entre l'analyse des concepts pour nous et en soi (ou, si l'on préfère : dans l'entendement divin), problème qui rejaillit sur la question de savoir si le principe de continuité peut passer du règlement des phénomènes à l'organisation des choses en soi (notamment si l'on garde à l'esprit que les vérités mathématiques devraient être redevables, *sub specie divinitatis*, du seul principe de non contradiction). Vuillemin rappelle alors le dispositif monadologique qui permet d'exprimer la structure des phénomènes « bien fondés » dans l'activité de la substance percevante et agissante (seule « chose en soi » digne de ce nom pour Leibniz), mais il remarque que cette solution tombe sous les coups de la critique kantienne en tant qu'elle ne saurait justement prétendre atteindre à l'ordonnancement des choses en soi vu comme déploiement des vérités éternelles dans l'entendement divin (ordonnancement auquel appartiennent toutes les vérités mathématiques).

Nous retombons alors sur le diagnostic déjà mentionné de crise du dogmatisme ouvert par la philosophie kantienne. Mais Vuillemin montre également quelles tensions traversent cette dernière dès lors qu'elle se place sous le modèle d'une méthode « ostensive », tout en cherchant à distinguer radicalement les mathématiques et la philosophie au titre de la possibilité des constructions [PA1, 54–55]. De fait, le philosophe ne semble pouvoir prétendre à « l'ostensivité » qu'à maintenir cette exigence dans une forme d'équivocité par rapport à la possibilité de construction réelle des concepts,

11. Cet ouvrage tient une place importante dans la première version de cette partie de l'introduction publiée par Vuillemin l'année précédente [Vuillemin 1961].

12. Jusqu'à une époque récente, il s'est agi de la définition la plus répandue de la *mathesis universalis* leibnizienne [Leibniz 2018, 14]. Elle conduit assez naturellement à l'idée d'une fondation purement logique du mathématique (même si les conceptions de « logique » vont fortement varier d'un commentateur à l'autre). En 1960, Belaval avait proposé un état de l'art de cette interprétation [Belaval 1960], où il réconciliait dans un même tableau les orientations de Couturat/Russell et de Cassirer/Brunschvicg dont Vuillemin est familier [Vuillemin 1961].

qui seule échoit au mathématicien. Il doit, par ailleurs, l'ancrer dans une remontée aux conditions de possibilité de l'expérience sensible qui la rend irréductiblement indirecte (alors qu'elle devrait être *de jure* indépendante de cette expérience sensible). Cette équivoque entraîne deux problèmes sur lesquels le kantisme devait nécessairement échouer aux yeux de Vuillemin [PA1, 56] : l'attachement à cette donnée sensible qui la maintient sous la dépendance d'une forme irréductible de contingence (qui se manifeste clairement dans l'analyse de l'espace) et la possibilité même de son application hors du domaine de l'expérience sensible (notamment dans la fondation d'une morale).

Derrière ces deux problèmes se cachent bien évidemment les difficultés liées à la question d'une intuition intellectuelle refusée par Kant. Il reviendrait alors à Fichte d'avoir pris ces problèmes à bras le corps en replaçant le concept d'opération au centre de la philosophie et en y ancrant la possibilité d'une méthode authentiquement génétique¹³. Ce que Vuillemin veut indiquer, au terme de son introduction, est que les mathématiques ont connu un développement parallèle en ce qu'elles ont éprouvé de plus en plus le besoin d'organiser la diversité des phénomènes étudiés selon des raisons *a priori*, à même de rendre compte de la diversité des individus rencontrés. C'est ce cheminement qui est esquissé avec la méthode « génétique » de Lagrange, par laquelle il chercha à analyser les modalités de résolution des équations algébriques et avec laquelle le développement propre du livre s'ouvre. Sous ce point de vue, Galois marque assurément une étape décisive en ce qu'il permet de situer dans une structure mathématique (en l'occurrence, celle de groupe), le ressort profond de la genèse, inaugurant la méthode « structurale » moderne en mathématiques. Ces évocations conduisent à la conclusion de l'introduction déjà rappelée où Vuillemin annonce le traitement de ce problème « si important et si négligé » de la mathématique universelle¹⁴.

2.2 La mathématique universelle dans PA1

Il est très remarquable que l'idée de « mathématique universelle », dont on vient de voir l'importance dans le dispositif d'ensemble du livre, ne joue pourtant aucun rôle dans sa première partie, où est détaillée l'histoire de la théorie des équations et l'émergence progressive d'une méthode structurale à

13. On voit au passage que la phénoménologie husserlienne, elle aussi caractérisée par son attention à la centralité des opérations (voir citation ci-dessus p. 49), mais dans le cadre d'une théorie structurale où ces opérations sont pensées comme adossées à une théorie générale des multiplicités (ou *mathesis universalis*), devait bien être l'interlocuteur privilégié du projet – même si cet aspect ne devient clair à la lecture que lorsque nous parvenons à la conclusion de l'ouvrage.

14. Remarquons à ce propos qu'avant d'engager le dialogue avec Husserl, qui occupe les paragraphes 52 à 56, la conclusion de PA1 revient effectivement sur le dialogue avec le rationalisme classique en expliquant clairement en quoi cette approche peut à la fois être relancée et discutée (il est d'ailleurs très significatif que Vuillemin ne craigne pas de l'intituler « Règles pour la direction de l'esprit »).

partir de la méthode génétique en algèbre. Elle donne, en revanche, son titre à la seconde partie consacrée aux théories de Klein (chap. V) et de Lie (chap. VI). Vuillemin ne donne aucune explication à ce sujet et se contente d'introduire la notion après l'exposition de la théorie riemanienne des fonctions d'une variable complexe [PA1, 303–333] et de la manière dont elle peut être reliée, via l'équation cyclotomique (partition du cercle) et la théorie des groupes de substitution, à la question de la construction des polyèdres (convexes) réguliers vue comme problème de partition de la sphère [PA1, 333–358]. C'est dans ce cadre qu'il retrace la théorie de Klein sur les polyèdres (à partir du livre de ce dernier sur l'icosaèdre). Sont contrastés alors *deux* modèles pour une mathématique universelle (comme l'indique le titre du paragraphe 41) : celle qui se trouverait reliée au *Timée* de Platon et celle qui se trouverait reliée à la théorie des groupes, « introduction naturelle à l'idée que nous pouvons nous former aujourd'hui de cette même Mathématique universelle » [PA1, 359].

Lorsque l'on suit les développements de cette partie, on voit que le trait que Vuillemin veut mettre en avant est le rôle méthodologique de l'algèbre et le fait que la théorie géométrique moderne n'est plus liée à une représentation externe, imaginative, mais n'étudie que « les rapports internes entre les éléments, tels qu'ils résultent des opérations par lesquelles on définit le groupe » [PA1, 361]. Ainsi la « généralisation des modernes » est-elle d'un autre type que celle des Anciens, parce qu'elle a abandonné tout lien à l'intuition géométrique : « la théorie de Klein montre donc une universalité opératoire et abstraite, tandis que le Pythagorisme voulait découvrir une universalité réelle et concrète » [PA1, 364]. L'argument sera le même dans l'étude des théories de Lie, qui permettent d'aborder le problème de l'espace en termes de groupes continus de transformation. Dans l'un et l'autre cas, il s'agit de parvenir ainsi à des classifications purement *a priori*. En se détachant de l'intuition, la mathématique formelle se rend alors capable de conquérir le domaine d'une taxinomie purement rationnelle, cœur de la nouvelle mathématique universelle :

Tant que la mathématique s'en tenait aux individus, il pouvait sembler que sa méthode d'analyse était entièrement étrangère aux classifications. Longtemps, les philosophes opposèrent donc le concept biologique ou classificatoire et le concept mathématique ou analytique. Mais l'intervention des structures fait voir que c'est une seule et même chose d'assigner les causes des propriétés et de définir un concept dans une classification. Bien plus, ce qui est rationnel dans l'analyse ne dépend que de cette découverte de la hiérarchie des genres et des espèces, rendue à la vie par la théorie des structures.

De ce fait, la Mathématique se rapproche de la Logique. Étant la science des structures qu'on étudie en faisant abstraction des objets auxquels elles s'appliquent, elle peut avoir une portée universelle, comme la Logique elle-même, en vertu de son formalisme. Déjà esquissée par l'extension indéfinie qu'elle comportait soit en

elle-même soit dans ses applications, comme on l'a vu au chapitre précédent, l'idée de mathématique universelle se précise dès qu'on prend conscience du type d'abstraction qu'implique la théorie des structures. [PA1, 390]

On comprend alors mieux pourquoi le « problème de la mathématique universelle » ne pouvait pas se poser de l'intérieur de l'algèbre elle-même, mais devait parvenir à ses « applications » pour se révéler comme tel. Il s'agit, en effet, d'indiquer le caractère structurant de l'algèbre abstraite, en tant qu'elle permet d'élaborer des classifications *a priori* (non seulement dans le domaine des équations polynomiales, mais dans celui des polyèdres, celui des types d'espace, etc.) soutien d'une méthode authentiquement « universelle ». On voit également au passage pourquoi une telle méthode, d'apparence limitée, pourrait néanmoins se prévaloir d'une forme d'universalité qui la rapprocherait – sous réserve d'arguments supplémentaires sur lesquels nous reviendrons dans l'étude du second tome – du projet d'une « science de la science ». Sous ce point de vue, il est remarquable que Vuillemin n'ait pas engagé sa réflexion avec le problème de l'espace, mais avec la théorie de la variable complexe et l'introduction des surfaces de Riemann. Tandis qu'on aurait pu s'attendre à le voir désigner par « Théorie de Klein » le fameux « Programme d'Erlangen » qui classe les géométries à l'aide des groupes de transformations et de leurs invariants, Vuillemin laisse cet exemple de côté (il avait le projet d'y revenir dans la première partie du second tome, PA2, chap. VIII du manuscrit A, § 48 à 49') pour se porter à un travail beaucoup plus spécifique : l'étude des solutions de la quintique à l'aide de la théorie des polyèdres réguliers revisitée par la théorie des groupes. Ce choix est tout à fait significatif à l'aune du problème de la *mathesis universalis* qu'il cherche à mettre en avant.

De fait, un des problèmes fondamentaux de la « mathématique universelle » est de clarifier la manière dont l'élaboration d'une « mathématique purement intellectuelle », qui s'engage avec Descartes, peut aller de pair avec un rapport maintenu à une forme d'intuition. La tentation est alors grande de s'appuyer sur la distinction cartésienne de l'imagination et de l'intellect pour faire valoir une sorte de vision directe des concepts qui permettrait d'en déplier les différentes déterminations (soit précisément ce que reproche Kant à ses prédécesseurs, arguant du fait qu'une telle contemplation semble ne laisser aucune place à la possibilité, pourtant avérée, d'une *invention conceptuelle* en mathématiques). Or, même si Vuillemin sacrifie parfois à ce vocabulaire et même si la référence appuyée à Fichte (puis à Husserl) oriente indéniablement dans ce sens, il voit bien également qu'un tel geste ne correspondrait pas aux conceptions de Descartes et Leibniz. Comme il le remarque lui-même, il arrive d'ailleurs à Descartes de distinguer *deux types* d'imagination, selon qu'elle est associée ou non aux objets géométriques ([PA1, 15], qui renvoie à la sixième des *Méditations*). Le problème n'est donc pas tant de reverser l'intuition du côté du seul intellect que de s'assurer que l'imagination peut évoluer en parallèle strict avec les processus intellectifs. Si

tel est le cas, comme il semble que ce le soit pour Descartes, alors l'imagination mathématique conserve toute sa puissance d'aide à l'entendement. Quant à Leibniz, il pousse cette détermination jusqu'à définir les mathématiques elles-mêmes comme science *de l'imagination* ([PA1, 28], qui renvoie à un texte où Leibniz caractérise la *mathesis universalis* comme une *logica imaginationis*). Dans l'un et l'autre cas est préservée la possibilité d'une imagination qui irait de pair avec l'intellect (plutôt que de l'arrêter) et dont les mathématiques (éventuellement réformées) sont justement exemplaires. Il ne semble donc pas du tout fortuit que la question de la mathématique universelle, même si elle n'est pas alors mentionnée explicitement, s'engage à partir de celle de l'imagination mathématique.

Le détour par la variable complexe a alors l'intérêt d'indiquer, bien plus clairement que ne l'aurait fait le problème de l'espace, la nature irréductiblement symbolique de l'imagination mathématique. Il s'agit, en effet, non seulement de créer une image *ad hoc* (les différents parcours de la variable étant représentés par Riemann au moyen de feuillets superposés recouvrant le domaine de variation et recollés les uns aux autres le long des points de ramification), mais surtout de faire preuve d'invention conceptuelle – et même de montrer qu'il est possible, en mathématiques, de régler par la création d'une image un problème conceptuel profond (ici celui de l'uniformisation des fonctions multivaluées). Vuillemin s'étend donc longuement sur la nature de l'« image riemanienne » [PA1, 322]. Il insiste alors sur sa nature symbolique. Repartant d'un passage célèbre de Cauchy sur l'expression symbolique « qui ne signifie rien par elle-même ou à laquelle on attribue une valeur différente de celle qu'elle doit naturellement avoir », il commente :

[...] un nombre imaginaire est symbolique parce qu'il se réduit à un couple de nombres associés suivant certaines conventions. De même, une équation imaginaire est symbolique, parce qu'elle représente en réalité deux équations entre quantités réelles associées suivant des conventions définies. Or il semblerait *a priori* que des symboles, ainsi définis, ne pussent être rendus intuitifs par des images appropriées, et que l'intuition dût se limiter à illustrer des réalités intellectuelles correspondant aux quantités réelles. Mais l'idée du plan d'Argand-Cauchy et, d'une façon plus systématique, les recouvrements des surfaces de Riemann démontrent qu'en fait on a su pour ces concepts symboliques créer une intuition satisfaisante.

À la vérité, l'intuition mathématique tout entière est pourvue d'un caractère symbolique, au sens de Cauchy. [PA1, 312]¹⁵

15. On remarquera que cette dernière thèse n'est pas sans introduire de tension dans la manière dont Vuillemin lui-même ne cesse d'opposer la mathématique « intellectuelle » qui s'inaugure avec Descartes avec ce qu'il voit comme un réalisme des figures dans la géométrie ancienne. Si l'imagination mathématique est *toujours* symbolique, comme on peut en effet le concéder, elle devrait l'être depuis la géométrie ancienne – même si ces formes sont assurément différentes d'une période à l'autre.

On comprend mieux dans ces conditions en quoi la théorie des polyèdres réguliers revisitée par Klein fournit un exemple paradigmatique d'application de la « mathématique universelle » moderne : elle indique, en effet, un lien entre résolution des équations et élaboration d'une intuition symbolique propre qui donne à la théorie ancienne (où les polyèdres sont les objets à étudier) un sens complètement nouveau.

Les indications qui nous sont données sur la mathématique universelle dans ces développements sont éparpillées, mais Vuillemin les reprend dans la conclusion de PA1 (intitulée « La mathématique universelle ») en distinguant trois aspects. Le premier concerne le nouveau « Discours de la méthode » qu'induit le tournant formel de l'algèbre et qui reprend les déterminations esquissées dans l'introduction. En clin d'œil à Descartes, Vuillemin l'intitule « Règles pour la direction de l'esprit ». Il y résume la manière dont le rôle de la classification *a priori* à partir des structures a permis de réviser les préceptes de la méthode en les détachant du fantasme de la recherche de « natures simples », qui gouvernait à ses yeux le modèle cartésien de la méthode philosophique comme « analyse » (et plus généralement, l'idéal classique de l'« analyse »). Conformément à ce que nous venons de voir, il prend alors la peine de revenir sur la place de l'intuition, en insistant à nouveau sur le « rôle essentiellement symbolique et intuitif » de l'image mathématique tel qu'il apparaît exemplairement dans la représentation riemannienne des fonctions d'une variable complexe – les différentes réponses au problème d'Helmholtz-Lie fournissant l'autre exemple. Cet usage de l'intuition a néanmoins la particularité d'être toujours *de jure* intégralement résorbable dans une description conceptuelle abstraite, si bien que l'imagination ne s'y donne que comme une aide extrinsèque. La question reste donc ouverte de savoir si un rôle constitutif de l'intuition n'est pas également défendable. D'où le constat qui introduit à la discussion de Husserl :

Il ne reste donc qu'un seul sens selon lequel l'intuition peut recevoir un rôle non seulement subjectif ou symbolique, mais objectif et nécessaire en Mathématiques. C'est celui que lui reconnaît l'école intuitionniste, dans la mesure où elle aperçoit dans la suite des entiers naturels une donnée fondamentale et irréductible, une « synthèse *a priori* » que nulle analyse formelle ou logique ne saurait ramener à des éléments plus simples. Or il s'agit alors non plus de la représentation d'une réalité évidente pour tous, universelle et nécessaire, mais d'une décision métaphysique quoiqu'intérieure aux Mathématiques mêmes. Ainsi, la seule signification précise qu'on puisse reconnaître à l'intuition introduit nécessairement à la deuxième catégorie de questions que pose l'existence d'une Mathématique formelle, celles qu'elle pose au philosophe qui l'examine. [PA1, 479]

Ainsi, la détermination contemporaine de la *mathesis universalis* force à un dialogue avec l'« intuitionnisme » en tant qu'il veut maintenir en amont de la mathématique une intuition originaire. C'est dans ce contexte que

Vuillemin entreprend une discussion serrée avec les propositions de Husserl, qu'il rattache à cette ligne de développement. Le principal défaut de l'approche phénoménologique, à ses yeux, est de plaquer sur les mathématiques une détermination philosophique qu'il qualifie d'« extrinsèque » (par différence avec l'intuitionnisme intrinsèque des mathématiciens eux-mêmes, comme Brouwer ou Heyting, qui assument pleinement le fait de limiter *a priori* les pratiques mathématiques reçues comme légitimes : PA1, 171–172 et 495). Husserl n'a, en effet, aucun mal à accepter les méthodes symboliques modernes, en les reversant dans un type d'intuition propre, et il se rapproche sous ce point de vue de l'approche hilbertienne. Mais il est alors conduit à poser une exigence de « saturation » des systèmes d'axiomes qui suppose la décidabilité des jugements mathématiques et se heurte aux résultats démontrés par Gödel en 1931 [PA1, 499–500]. Ainsi, il ne se place ni du point de vue d'une métamathématique qui doit accorder après Gödel le pluralisme constitutif des interprétations, ni du point de vue d'un intuitionnisme intramathématique qui poserait une limitation constitutive dans les ressources dont peut se prévaloir le mathématicien [PA1, 494–495]. Sous ce point de vue, la phénoménologie reste irréductiblement une forme de dogmatisme (c'est l'objet du § 56, [PA1, 502–506]).

C'est sur cette base que Jules Vuillemin définit alors son propre programme :

L'analyse de la *mathesis universalis* et l'histoire du formalisme suggèrent une solution tout autre que celle de Husserl. Dogmatisme et scepticisme prônent tous deux un même idéal scientifique : celui d'une science et d'une philosophie complètement séparées de la Métaphysique. Le dogmatisme affirme cette séparation possible ; le scepticisme met en doute cette affirmation.

On essayera, pour résoudre critiquement ce problème, d'en renverser les termes en supposant que toute connaissance, quelle qu'elle soit, est de part en part métaphysique, en ce qu'elle implique à son principe des décisions et des choix qui n'appartiennent pas eux-mêmes à la juridiction intérieure de cette connaissance. [PA1, 504–505]

C'est donc tout naturellement que l'enquête se clôt par un retour sur ce qui, du point de vue du contexte analysé dans les deux premières sections de cet article, était la question la plus prégnante portée par la *mathesis universalis* à l'époque, soit son rapport à la détermination d'une métaphysique. Vuillemin repart alors, ce qu'il n'avait jamais fait auparavant, de la première mention connue d'une « mathématique universelle », chez Aristote, puis détaille les différentes apories portées par les propositions anciennes (analogie de l'être) et modernes (cercle du dogmatisme cartésien). Cela lui permet de préciser sa propre voie de sortie :

Une ontologie formelle demeure dogmatique, tant qu'elle est soutenue par une critique partielle de la raison pure. Cette critique

limite en effet étroitement l'usage objectif de la raison théorique à ce qu'en permettent de connaître des sciences « positives », elles-mêmes étrangères aux problèmes et aux décisions métaphysiques ; l'ontologie ne peut alors se constituer qu'en conflit avec ces limitations et par une méthode qui, invoquant l'expérience directe des choses en soi, s'oppose au caractère nécessairement indirect de la méthode critique.

Rien n'interdit toutefois de penser qu'une Critique générale de la raison pure est compatible avec le projet d'une ontologie formelle.

D'une part, les sciences dites « positives » et en premier lieu la Mathématique universelle relèvent de décisions métaphysiques. De l'autre, le dogmatisme étant lié, comme le prouvent ses cercles, à l'extension illégitime de l'usage de certains principes, renoncer à ses chimères n'oblige nullement, pour limiter cette extension à en appeler aux interdits particuliers, de la possibilité de l'expérience, extrinsèques par rapport à la raison pure. [PA1, 517]

Le premier tome s'achève donc par une déclaration programmatique en ce qui concerne la mathématique universelle. « Rien n'interdit de penser, écrit Vuillemin, qu'une Critique générale de la raison pure est compatible avec le projet d'une ontologie formelle » – cette critique générale ayant pour tâche, on l'a rappelé, « d'accueillir les décisions métaphysiques de la Mathématique universelle et d'en étudier les motivations rationnelles ». Rien ne l'interdit, en effet, mais rien ne le permet encore non plus. Car un tel projet suppose justement d'avoir à disposition une mathématique universelle *autre* que celle sur laquelle s'est appuyé Husserl (qui s'est contenté « d'appliquer à la pensée les procédés de l'Algèbre des structures »). C'est en ce point que les éléments livrés par la partie rédigée du second tome s'avèrent précieux. Sans eux, en effet, nous n'aurions tout simplement aucune idée de ce que Vuillemin vise par ce moment de dépassement critique de l'algèbre des structures.

2.3 La mathématique universelle dans le projet de PA2

De même que PA1 n'aborde le problème de la mathématique universelle, pourtant présenté comme un de ses fils directeurs, qu'après avoir séjourné longuement dans les méthodes de l'algèbre qui s'inaugurent avec Galois, de même le second tome, d'après ce qui en a été conservé, devait débiter *in medias res* par l'étude des développements de l'algèbre structurale : construction des nombres par extensions successives et théorie algébrique des nombres (chap. VI), suivi par une étude plus philosophique des modifications qu'une telle approche porte en termes de théorie de la définition (chap. VII) ; théorie des formes quadratiques et classification des géométries en termes de groupes de substitution (chap. VIII), suivi par une discussion philosophique sur les

méthodes de recherche d'invariants promues par la phénoménologie (chap. IX) ; théorie des nombres idéaux, conduisant aux constructions ensemblistes de Dedekind (chap. X), puis à la reconstruction des nombres naturels proposés par le même Dedekind (chap. XI). C'est finalement dans le dernier chapitre (XII), intitulé « L'algèbre générale » et dans la conclusion générale, que la mathématique universelle devait revenir sur le devant de la scène. Vuillemin en annonce les déterminations principales en ouverture du dernier chapitre :

J'ai tenté de montrer que, parmi les structures abstraites, celle qui avait joué le rôle unificateur le plus important en mathématiques était la structure de groupe. On verra que la relation la plus générale entre une Algèbre et ses sous-Algèbres s'appelle un treillis, et l'on peut donc prévoir que la théorie des treillis jouera, sur le plan de l'Algèbre générale, le même rôle unificateur que la structure de groupe dans l'algèbre abstraite. Mais elle a pour le philosophe une importance bien plus considérable. Le groupe était un objet exemplaire d'étude ; mais c'était par analogie seulement qu'on pouvait l'incorporer à l'étude de la pensée. Au contraire, comme la théorie des treillis ne fait usage que des concepts logiques les plus généraux, non seulement au point de vue technique, elle fait apercevoir l'infrastructure logique des mathématiques, mais elle fournit le modèle cohérent et exact de l'étude de la logique, et elle remplit enfin le programme que s'était fixé Aristote dans l'*Organon*. [PA2, 330]

Je reviendrai sous peu sur la manière dont cette description s'articule au projet d'une *mathesis universalis*, mais remarquons déjà qu'elle lève une part des tensions que nous avons relevées dans le parcours de PA1. On a vu, en effet, que l'idée de mathématique universelle est introduite dans PA1 sous la forme très spécifique de la théorie des polyèdres réguliers, revisitée par la théorie des groupes, tandis que la conclusion réinvestissait pourtant un sens bien plus ambitieux de « science des autres sciences ». Même s'il était possible de tisser des liens de l'une à l'autre en rappelant la détermination leibnizienne de la *mathesis universalis* comme « logique de l'imagination », force est de constater que ces liens pouvaient paraître ténus et jouer sur une équivoque du terme « logique ». Ce que nous apprend le début du chapitre XII de PA2 est que Vuillemin était parfaitement conscient de cette équivoque qui ne reposait que sur une analogie. Il ne pouvait en aller autrement, d'ailleurs, dans la mesure où la notion de groupe ne joue pas un rôle structurant en logique. Ce n'est pas le cas, en revanche, de la notion d'anneau (ou plus généralement d'algèbre¹⁶), qui a justement été l'objet principal du second tome. Ici, c'est bien *la même structure* qui vaut du côté des mathématiques et de la logique. Plus profondément peut-être, un célèbre théorème de représentation, découvert par Stone en 1936 et dont on verra l'importance pour Vuillemin, assurait une

16. Une algèbre sur un anneau (commutatif) est un module sur cet anneau dont la loi de composition est bilinéaire.

traduction systématique entre structure logique (algèbre de Boole, vue comme une certaine structure d'ordre), structure algébrique (anneau booléen) et structure topologique (espaces compacts totalement discontinus). Il permettait d'accéder à une unité remarquable des trois grandes « structures mères » bourbachiques, ouvrant ainsi la voie à ce qui pouvait apparaître comme les délinéaments d'une nouvelle « mathématique universelle »¹⁷.

Mais il y a plus, puisque ce nouveau développement de l'algèbre conduit naturellement à l'étude de l'organisation des structures elles-mêmes, vues de l'intérieur (notamment via la notion de quotient et de sous-structure, objet du §40 du chapitre VI) comme de l'extérieur (dans les rapports ou « morphismes » entre structures). Or cette organisation s'avère elle-même redevable de certaines structures (d'ordre), dont une forme générale est, d'après le passage que je viens de citer, celle de treillis¹⁸. Il devient dès lors possible de faire droit à une philosophie réellement immanente de l'algèbre qui accompagnerait ce nouveau moment de réflexivité (prolongeant le premier tournant « critique » inauguré avec l'algèbre galoisienne). Tel est ce que Vuillemin désigne comme le moment de l'« Algèbre générale » ou « Algèbre de l'algèbre » :

L'Algèbre abstraite demeurerait un objet pour la théorie de la connaissance. L'Algèbre générale n'est autre que cette théorie elle-même, exprimée sous la forme symbolique des mathématiques. Si la philosophie, dans sa partie théorique, ne se confond cependant pas avec l'Algèbre générale, ce n'est point qu'un écart demeure entre leurs objets, puisqu'elles étudient systématiquement les opérations de pensée en général sous la condition de leur validité objective, et qu'ainsi est rempli le rêve séculaire de la *mathesis universalis*, mais que l'analyse transcendantale doit manifester le rapport de ces enchaînements avec la conscience qui les pense, tandis que l'Algèbre proprement dite ne s'intéresse qu'à

17. C'est précisément un des domaines dans lesquels Pierre Samuel, interlocuteur privilégié de Vuillemin pour les aspects mathématiques, avait obtenu ses premiers résultats après-guerre (sa thèse porte sur les ultrafiltres et la compactification des espaces uniformes) [Maronne 2014]. On prendra garde néanmoins au fait que l'inspiration directe de Vuillemin dans ses pages est plutôt [Bell 1940], en particulier son chapitre 11, « Emergence of structural analysis », dont la source n'est pas bourbachique, mais provient de la « théorie des structures » d'Oystein Ore – elle-même équivalente à la théorie des treillis de Birkhoff (voir la contribution de Simon Decaens dans ce dossier thématique). Les écarts se manifestent notamment dans le vocabulaire, Vuillemin ne parlant justement pas de « filtre », comme faisaient les Bourbaki sous l'impulsion de Cartan, mais d'« idéal somme ».

18. Le paragraphe 64 s'ouvre sur un exemple de ce type : un théorème de Wedderburn établissant que toute algèbre associative sur un corps se décompose en la somme d'une Algèbre semi-simple et d'une sous-Algèbre invariante nilpotente. Ce résultat est ensuite rapproché, suivant la description de E. T. Bell, d'autres théorèmes de décomposition (Jordan-Hölder pour les groupes finis, Noether sur la factorisation en idéaux premiers des anneaux commutatifs).

la cohérence exprimée du symbolisme, en faisant l'économie d'une référence constante au sens.

Ainsi, dans sa partie pure, la philosophie n'est que la théorie transcendante de l'Algèbre abstraite et des treillis. [PA2, 330]

On voit au passage en quel sens précis le programme de Vuillemin entendait prolonger et dépasser celui de Husserl en maintenant le principe d'une articulation entre logique formelle et logique transcendante au lieu même de la *mathesis universalis*. Cette déclaration reste néanmoins encore très mystérieuse à ce stade dans la mesure où la réflexivité semble d'abord s'être à nouveau entièrement résorbée dans la mathématique elle-même. On peine à voir le rôle que pourrait encore jouer, sinon de manière totalement extérieure, « le rapport de ces enchaînements avec la conscience qui les pense ». Plus généralement, il reste encore à expliquer comment une telle évolution pourrait servir de soutien à l'approche *critique* annoncée à la fin du premier tome.

Pour expliquer cette détermination, Vuillemin se lance d'abord dans une description détaillée de la structure de treillis, telle qu'elle apparaît dans la théorie des idéaux (§65), puis pour elle-même (§66–69). La portée critique de cette théorie y apparaît alors progressivement : elle se révèle, en effet, apte à formaliser et classer les différents systèmes logiques, et en particulier les calculs logiques classique et intuitionniste, par l'intermédiaire des propriétés des structures d'ordre sous-jacentes. L'annonce de la fin du premier tome prend alors tout son sens, puisqu'il revient bien au philosophe d'exhiber les « décisions métaphysiques » que porte cette « mathématique universelle » d'un nouveau type sous la forme du choix de certaines structures. Sous ce point de vue, Vuillemin va donner une importance particulière au théorème de représentation de Stone (qui suppose d'avoir exhibé au préalable la structure de treillis sous-jacente à celle d'espace topologique), parce qu'il indique comment des résultats purement mathématiques peuvent dès lors se transcrire en résultats logiques et réciproquement. La dernière phrase de la partie l'indique clairement : « le théorème de Stone servira, en Logique, pour décider si un système déductif est catégorique. Son importance critique est donc considérable » [PA2, 354a].

Dans la conclusion générale¹⁹, Vuillemin reprend son tableau du développement de l'algèbre en trois moments en étudiant tour à tour l'évolution des objets, des méthodes et des principes. Dans sa description de l'objet, il revient alors sur la réalisation du programme de la mathématique universelle :

Dans son troisième moment, l'Algèbre, faisant abstraction de la nature définie des structures, n'examine plus que les rapports qui lient une structure à ses sous-structures. Elle examine, par conséquent, l'idée de subsomption et de subordination, en son sens le plus général. Cette idée n'est autre que celle de ce que Kant appelait un jugement analytique, mais qu'il considérerait comme si

19. Voir dans le présent dossier la conclusion de Vuillemin ainsi que l'analyse qui en est donnée dans les contributions de Sébastien Maronne et Baptiste Mèlès.

évident ou si parfaitement étudié par Aristote, qu'il pensait que toutes les vérités qu'on pouvait encore découvrir à son propos ne touchaient qu'à la présentation et à l'élégance de l'exposé. Ce préjugé tenait à ce que le jugement analytique de l'ancienne logique ne portait que sur des exemples finis, pour aboutir aux truismes du syllogisme. [PA2, 357]

Il relie alors ce développement de la *mathesis universalis* moderne aux deux autres concepts (après celui de « structure ») qui devaient constituer les parties du second tome (infini et ordre) :

On notera que, surtout sous l'influence de Dedekind, le rapprochement qui s'est fait entre la logique et les mathématiques s'est fait par l'intermédiaire de l'infini. L'idée d'ordre pouvait enfin devenir l'objet d'une étude mathématique proprement dite, et, avec l'idée d'ordre, l'idée même de connaissance déductive que cette idée commande. L'Algèbre de l'Algèbre réalisait enfin le programme de la *mathesis universalis*, quand elle se proposait d'être une « doctrine de la science ». [PA2, 357]

Du côté des méthodes, le trait caractéristique de ce développement est l'extension de l'idéal d'une classification *a priori*, inséparable de l'axiomatique moderne, hors du domaine de l'algèbre et de la géométrie. Ainsi « l'algèbre de la raison » se trouve-t-elle en mesure d'étendre la relativité des connaissances mathématiques aux domaines qui semblaient jusqu'alors hors d'atteinte : l'arithmétique et la logique elles-mêmes [PA2, 359]. Cela conduit au fait que l'examen des principes doit désormais se faire sur fond de « plusieurs mathématiques possibles » [PA2, 362].

Fort de cette analyse, Vuillemin peut alors définir son propre « programme philosophique » (titre du dernier paragraphe, § 71). De manière saisissante, on y retrouve les grandes questions qui l'ont effectivement occupé par la suite : la manière dont les déterminations modernes de la question de l'infini relancent certaines questions théologiques ; une « théorie comparée des systèmes philosophiques » et les éléments d'une « logique philosophique » [PA2, 361].

3 Conclusion

J'espère, dans cet article, avoir montré deux choses : d'une part, que le thème de la *mathesis universalis* constitue bien un fil directeur du projet de Vuillemin (conformément à ce qu'il avance explicitement) et quelles en sont les déterminations principales ; d'autre part que seul le second tome – du moins la partie qui est en préservée – en déploie le sens, au-delà des déclarations programmatiques du premier. Ce sens est celui d'une approche structurale achevée en « théorie des structures étudiées pour elles-mêmes » ou « algèbre de l'algèbre ».

On voit aussi, par là même, pourquoi Jules Vuillemin pouvait avoir abandonné un tel projet. De fait, la prophétie selon laquelle la théorie des treillis allait prendre une place aussi centrale que celle des groupes ne fut pas réalisée. Sous ce point de vue, l'orientation générale du développement que Vuillemin voulait tracer fut assez rapidement frappée d'obsolescence. La quatrième de couverture de 1993 rapporte cet abandon à d'autres travaux (de l'auteur lui-même, à ce qu'il semble) et à des « parutions récentes sur ces sujets » (qui, si l'on se réfère à la phrase précédente, devraient renvoyer aux « questions concrètes de la mathématique universelle »). Étant donné le vague de ces indications, on en est réduit à des spéculations. Mais ces spéculations ne sont pas sans intérêt pour qui voudrait attaquer aujourd'hui le « problème si important et si négligé » de la mathématique universelle.

Un point semble acquis à la lecture de la partie conservée du second tome : Vuillemin a indéniablement pensé que le concept de treillis, et plus généralement le domaine de « l'algèbre universelle », allait jouer un rôle central et unificateur dans le développement des mathématiques. En ce point, où il suit à la lettre les prédictions d'E. T. Bell, il s'est clairement trompé. En 1993, il ne pouvait plus s'agir de prendre en compte une littérature nouvelle dans ce domaine (l'algèbre universelle) et l'on peut conjecturer que les « publications récentes » dont parle Vuillemin renvoient donc plutôt à des ouvrages qui pourraient avoir justement remis en cause son diagnostic. Du côté mathématique, le candidat le plus attendu est alors l'émergence progressive de la théorie des catégories et, en particulier, les développements consécutifs aux travaux de Lawvere et Grothendieck sur la notion de *topos*, contemporains de la parution de PA1²⁰.

Cela dit, une telle hypothèse laisse le mystère en l'état, puisque rien ne semblait empêcher Vuillemin de réviser son projet à l'aune de ce nouveau paradigme. La question fondamentale en ce qui concerne le projet d'une mathématique universelle est donc de savoir si cette révision aurait pu être *compatible* avec le projet initial. Or il semble que non, et je voudrais achever ce cheminement en esquissant brièvement pourquoi ce ne pouvait être le cas. Le modèle que suit Vuillemin dans *La Philosophie de l'algèbre* reste, en effet, attaché à l'idée d'une forme de prééminence de la logique sur les mathématiques [PA1, 65]. La logique fournit des règles générales de raisonnement qui peuvent ensuite être appliquées dans tel ou tel domaine, au premier chef dans les mathématiques. En ce sens, une théorie, même

20. Sur la continuité entre théorie des catégories et algèbre universelle, et la manière dont celle-là pouvait supplanter celle-ci, voyez les commentaires que Lawvere rédigea en 2004 pour la réédition de sa thèse de 1963 [Lawvere 1963]. Il faut également remarquer le point suivant : que le formalisme catégorique soit apte à capturer la notion bourbachique de « structure » en la généralisant au cas des « structures locales » était une intuition forte de l'école qui s'était développée en France autour de Charles Ehresmann et ces idées circulaient justement dans le milieu des praticiens de l'algèbre universelle dès le début des années 1960 : voyez notamment l'intervention de Jacques Riguet du 12 décembre 1960 au séminaire Dubreuil [Riguet 1960].

mathématique, des différentes formes de logique, associées à différents types de structure d'ordre, équivaut à une classification des formes de raisonnement. C'est pourquoi on peut associer cette classification à des choix qui s'effectuent *en amont* du mathématique et prennent, en dernière instance, leur source dans des « décisions métaphysiques ». Le projet critique renouvelé (qui nourrira le projet d'une classification des systèmes philosophiques) consiste alors non à choisir une de ces orientations, mais à en analyser la pluralité constitutive à l'aide d'instruments rationnels inspirés de la philosophie immanente des mathématiques elles-mêmes (dans le projet initial, ce qui est désigné tantôt comme « Algèbre de l'algèbre », tantôt comme « Algèbre de la raison »). Cette vision n'est pas accessoire dans le projet de Vuillemin : elle en constitue le cœur. Sans elle, il semble que le projet de « Critique générale » qu'il a en vue s'effondre aussitôt de lui-même.

Or c'est précisément un des aspects que l'émergence de la notion de *topos* dans les années 1960 a le plus profondément bousculés. Non seulement parce qu'elle proposait une autre façon de penser l'unité des structures algébriques, topologiques et d'ordre. Mais surtout parce qu'elle conduisait à une saisie de la logique assez différente. Comme y a insisté Jean Petitot, il ne s'agissait plus, en effet, de penser la logique comme réglant une syntaxe universelle, dont on pouvait ensuite étudier les différentes restrictions et interprétations [Petitot 1997]²¹. Dans le cadre catégorique, en effet, la forme de la syntaxe émerge directement de la structure du *topos* lui-même. Il en résulte qu'elle n'est plus astreinte à relever de *choix* (« métaphysiques » ou non). Le mathématicien se place dans un cadre intuitionniste ou classique en fonction du *topos* dans lequel il travaille. Même si rien ne l'empêche de suivre des principes « métaphysiques » à partir desquels il pourra accepter ou rejeter tel ou tel aspect de la pratique mathématique « ordinaire », ce type de décision n'opère plus comme ce qui tranche dans un pluralisme que seul le philosophe aurait la possibilité de pleinement penser. Le pluralisme est inscrit directement dans la pratique mathématique elle-même. Pour le dire autrement, la pluralité des structures est dès lors inscrite dans la pluralité des mondes mathématiques où le praticien évolue et non plus dans quelque analyse de « la raison » (ou du raisonnement).

La différence avec le pluralisme de Vuillemin peut sembler ténue, mais elle est, en fait, profonde. Pour la plupart des mathématiciens, la possibilité qui s'est ouverte avec ces développements est précisément de ne *plus* être contraints de choisir : le cadre intuitionniste s'avère être non pas l'objet d'une limitation, sur laquelle le mathématicien aurait à statuer en amont de sa pratique pour savoir s'il l'accepte ou non, mais un langage de description

21. Petitot insiste notamment sur le fait que l'approche catégorique permet une relance du projet husserlien d'un genre totalement différent de celui que critique Vuillemin. En permettant en effet de récupérer, de l'intérieur du mathématique, la forme des jugements perceptifs « morphologiques », elle permet de reverser dans la logique formelle bien des traits que Husserl voulait attacher à un transcendantal non mathématisable.

adapté à telle ou telle situation mathématique dans laquelle il se trouve – tandis que le langage classique se trouve plus adapté à telle ou telle autre situation. La différence essentielle dans l'élaboration d'une « critique » est que c'est alors, comme c'était déjà le cas chez Hilbert, de l'intérieur de la mathématique que le pluralisme émerge (et non plus de grandes orientations « philosophiques » dans la pensée) – mais en étendant cette fois ce pluralisme à la logique elle-même. Sous ce point de vue, la théorie des catégories peut se penser comme une véritable théorie de la relativité en mathématiques²². Ceci explique d'ailleurs, au moins pour partie, la situation de relatif désarroi dans laquelle pouvaient se trouver non seulement Vuillemin, mais plus généralement la philosophie des mathématiques depuis les années 1970, écartelée qu'elle était entre la persistance de discussions « fondationnelles » d'un autre âge – à laquelle la plupart des mathématiciens étaient devenus rapidement indifférents – et un repli sur des études de cas fournies par la pratique, mais inaptes à l'élaboration de considérations philosophiques générales (la pratique suffisant à porter par elle-même le pluralisme que le philosophe rêverait de dériver de grandes orientations dans la pensée). Or c'est peut-être là que se situe pourtant, si l'on suit la trajectoire de Vuillemin et si l'on veut la prolonger, le problème « si important et si négligé » d'une *mathesis universalis* aujourd'hui.

Remerciements

Ce travail n'aurait pas pu voir le jour sans l'invitation de Baptiste Mèlès à participer au « Club Algèbre » qui s'est réuni de 2013 à 2015 pour déchiffrer et analyser le manuscrit que Vuillemin avait rédigé pour la première partie du second tome de *Philosophie de l'algèbre*. Qu'il en soit remercié, ainsi que tous les participants du groupe : Emmylou Haffner, Gerhard Heinzmann, Sébastien Maronne, Philippe Nabonnand et David Thomasette.

Bibliographie

ARNDT, Hans Werner [1971], *Methodo scientifica pertractatum*, Berlin : de Gruyter.

BELAVAL, Yvon [1960], *Leibniz critique de Descartes*, Tel, Paris : Gallimard, nouvelle éd., 1976.

22. Ce parallèle a été développé par John Bell dans son article [Bell 1986]. Il y signale également un autre phénomène important survenu au début des années 1960 : la mise au point par Paul Cohen des méthodes de *forcing* pour la démonstration d'indépendance de certains axiomes que l'on pourrait vouloir ajouter à la théorie des ensembles standard (originellement « l'hypothèse du continu »). Une des interprétations possibles des résultats de cette méthode est que l'univers ensembliste n'est pas fixe, mais correspond à un cadre pour exprimer une pluralité de mondes mathématiques possibles.

- BELL, Eric T. [1940], *The Development of Mathematics*, New York : Mc Graw-Hill.
- BELL, John L. [1986], From absolute to local mathematics, *Synthese*, 69(3), 409–426, doi : 10.1007/BF00413980.
- BENIS-SINACEUR, Hourya [2018], Scientific philosophy and philosophical science, dans *The Philosophers and Mathematics : Festschrift for Roshdi Rashed*, édité par H. Tahiri, Cham : Springer, *Logic, Epistemology, and the Unity of Science*, t. 43, 25–66, doi : 10.1007/978-3-319-93733-5_2.
- CAVAILLÈS, Jean [1997], *Sur la logique et la théorie de la science*, Paris : Vrin, G. Canguilhem, Ch. Ehresmann, et J. Sebestik pour l'édition présente.
- COUTURAT, Louis [1914], *The Algebra of Logic*, Chicago ; Londres : The Open Court Publishing Company, titre original *L'Algèbre de la logique*, 1905 ; trad. angl. par L. Gillingham Robinson, préface par P. Jourdain.
- DESCARTES, René [1964-1974], *Œuvres de Descartes*, Paris : Vrin, 11 vol., éd. de Ch. Adam et P. Tannery. Nouvelle présentation par P. Costabel et B. Rochot.
- FOUCAULT, Michel [1966], *Les Mots et les Choses*, Paris : Gallimard.
- GÉRARD, Vincent [2001], *Mathématique universelle et métaphysique de l'individuation. L'élaboration de l'idée de mathesis universalis dans la phénoménologie de Husserl*, Thèse de doctorat, Université Paris-Est Créteil.
- HUSSERL, Edmund [1957], *Logique formelle et logique transcendantale*, Paris : PUF, trad. fr. par S. Bachelard de *Formale und transzendante Logik*, 1929.
- [1976], *La Crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendantale*, Tel, Paris : Gallimard, trad. fr. par G. Granel de *Die Krisis der europäischen Wissenschaften und die transzendente Phänomenologie*, 1935-1936.
- [1993], *La Phénoménologie et le fondement des sciences*, Paris : PUF, trad. fr. par D. Tiffeneau de *Die Phänomenologie und die Fundamente der Wissenschaften*, 1912.
- KLEIN, Jacob [1934-1936], Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra, *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik ; Abteilung B : Studien*, 3(1–3), 18–105 (1934) ; 122–235 (1936).
- LAWVERE, F. William [1963], *Functorial Semantics of Algebraic Theories*, Thèse de doctorat, Columbia University, reprint in *Theory and Applications of Categories*, n° 5, 1–121, 2004.

LEIBNIZ, Gottfried Wilhelm [2018], *Écrits sur la mathématique universelle*, Paris : Vrin, traduction et notes sous la direction de D. Rabouin.

MAHNKE, Dietrich [1925], *Leibnizens Synthese von Universalmathematik und Individualmethaphysik*, *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung*, Halle : Max Niemeyer.

MARONNE, Sébastien [2014], Pierre Samuel et Jules Vuillemin, mathématiques et philosophie, dans *Des mathématiques en Auvergne : histoire, progrès, interactions*, édité par Th. Lambre, Clermont-Ferrand : *Revue d'Auvergne*, t. 1, 151–173.

PETITOT, Jean [1997], La neige est blanche ssi... Prédication et perception, *Mathématiques et sciences humaines*, 140, 35–50, doi : 10.4000/msh.2771.

RABOUIN, David [2009], *Mathesis universalis. L'idée de mathématique universelle d'Aristote à Descartes*, Paris : PUF.

RIGUET, Jacques [1960], Catégorisation de la notion de structures et de structures locales chez N. Bourbaki et C. Ehresmann, dans *Séminaire Dubreil. Algèbre et théorie des nombres*, t. 14, 1–32.

VUILLEMIN, Jules [1960], *Mathématiques et Métaphysique chez Descartes*, Épiméthée, Paris : PUF.

— [1961], Sur la différence et l'identité des méthodes de la métaphysique et des mathématiques chez Descartes et Leibniz et sur la conception classique des principes de causalité et de correspondance, *Archiv für Geschichte der Philosophie*, 43(3), 267–302, doi : 10.1515/agph.1961.43.3.267.

— [1962], *La Philosophie de l'algèbre. Tome premier. Recherches sur quelques concepts et méthodes de l'algèbre moderne*, Épiméthée, Paris : PUF.