Philosophia Scientiæ

Travaux d'histoire et de philosophie des sciences

25-3 | 2021

L'analyse dans les mathématiques grecques

Entre l'« analyse des Anciens» et l'« algèbre des Modernes» : Y a-t-il une place pour Pierre de La Ramée?

Between the “Analysis of the Ancients Mathematicians” and the “Algebra of the Moderns Mathematicians” : Is there a place for Pierre de La Ramée?

François Loget

Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/philosophiascientiae/3125>

DOI : 10.4000/philosophiascientiae.3125

ISSN : 1775-4283

Éditeur

Éditions Kimé

Édition imprimée

Date de publication : 25 octobre 2021

Pagination : 131-154

ISBN : 978-2-38072-041-9

ISSN : 1281-2463

Référence électronique

François Loget, « Entre l'« analyse des Anciens» et l'« algèbre des Modernes» : Y a-t-il une place pour Pierre de La Ramée? », *Philosophia Scientiæ* [En ligne], 25-3 | 2021, mis en ligne le 25 octobre 2021, consulté le 06 novembre 2021. URL : <http://journals.openedition.org/philosophiascientiae/3125> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/philosophiascientiae.3125>

Tous droits réservés

Entre l'« analyse des Anciens » et l'« algèbre des Modernes » : Y a-t-il une place pour Pierre de La Ramée ?

François Loget

Centre d'études supérieures de la Renaissance – UMR 7323,
Université de Tours
Université de Limoges (France)

Résumé : Dans cet article, j'étudie la façon dont Pierre de La Ramée aborde la question de l'analyse mathématique, d'abord dans ses écrits de logicien, puis dans ses traités mathématiques. Dans les *Scholae mathematicae* (1569), en reprenant un argumentaire qui lui avait servi dans les controverses des années 1550 concernant la « méthode unique », il est conduit à la conclusion que l'analyse n'a aucune valeur démonstrative. Ses recherches sur les significations diverses du mot *analysis* et sur la nature de l'analyse dans les mathématiques grecques m'apparaissent pourtant comme une condition préalable pour que soit reconnue au XVII^e siècle la fécondité de la méthode analytique en géométrie.

Abstract: In this paper, I study Pierre de La Ramée's approach to mathematical analysis, both in his writings as a logician and in his mathematical treatises. In the *Scholae mathematicae* (1569), by taking up an argument that had served him in the controversies of the 1550s concerning the “unique method”, he was led to the conclusion that analysis has no demonstrative value. According to me, his research on the various meanings of the word analysis and on the nature of analysis in Greek mathematics is, however, a prerequisite for the recognition of the fruitfulness of the analytical method in geometry in the 17th century.

1 Introduction

Lorsque Jean-Étienne Montucla présente au milieu du XVIII^e siècle le développement de l'analyse comme la cause des progrès de la géométrie, il ne fait pas

que rappeler la rupture introduite par Viète et les développements apportés par Oughtred, Harriot, Descartes, etc. Il décrit aussi les « insuffisances » qui rendaient nécessaire qu'on donnât à l'analyse la « forme nouvelle » qui permit à ces auteurs de parvenir à leurs résultats [Montucla 1758, vol. IV, livre II, 74-75]¹. Il reconnaît ainsi une parenté, mais aussi une distance, entre l'« analyse des Anciens » et celle des « Modernes ». Tout le problème, pour les mathématiciens et historiens des mathématiques est, depuis lors et jusqu'aux études classiques de la fin du xx^e siècle, d'établir cette parenté et de mesurer cette distance – et de faire face à l'ambiguïté du jugement porté sur l'« analyse des Anciens » : notoirement limitée, on y voit cependant le germe de développements futurs.

La parenté entre l'« analyse des Anciens » et l'« algèbre des Modernes » a été reconnue à la Renaissance, grâce à la circulation des manuscrits et à l'impression des traductions et commentaires des mathématiciens grecs, permettant l'examen des démonstrations par analyse d'Euclide², de Pappus ou d'Archimède. Il n'est pas difficile d'imaginer les étapes qui ont conduit de là à l'appréciation ambiguë portée sur l'analyse par Montucla et d'autres historiens à sa suite. Il fallait d'abord qu'un sens spécifique du mot *analysis* en géométrie, distinct des sens que ce mot avait dans une culture dominée par la philosophie d'Aristote, et désignant une forme de raisonnement dont avaient usé les géomètres de l'Antiquité, soit distingué. Une fois cette signification dégagée, il devenait possible de juger de la puissance de la démarche analytique par rapport à la voie synthétique et d'apprécier sa proximité avec d'autres démarches comme le raisonnement par l'absurde. Et simultanément, la comparaison de l'« analyse des Anciens » avec les procédures de l'« algèbre des Modernes » permettait de rendre visible le bénéfice apporté par l'adoption d'une langue formelle. On allait en somme louer la fécondité heuristique et apodictique de l'analyse pratiquée par les Grecs tout en affirmant l'incontestable supériorité de la « nouvelle forme » que l'analyse avait prise chez les Modernes. On actait ainsi une transformation – transition lente ou franche rupture –, marquée dans l'histoire par les œuvres de quelques auteurs, ceux-là même que mentionne Montucla.

1. « La forme nouvelle qu'a prise l'analyse entre les mains des géomètres [du xvii^e siècle] est l'une des causes principales des rapides progrès qui ont mené la géométrie au point où elle est aujourd'hui. Tant que les rapports dont la recherche occupa les géomètres ne furent pas trop compliqués, les méthodes anciennes purent les aider à les démêler. [...] Ils pénétrèrent aussi avant que les instruments [...] dont ils étaient en possession leur purent servir, et ils en tirèrent un parti que ne soupçonneront pas ceux qui ne connaissent que la nouvelle géométrie. Mais enfin il était de la nature de ces instruments de ne pouvoir les aider que jusqu'à un certain point, et lorsqu'après avoir épuisé les recherches qui étaient à leur portée, ils voulurent s'élever à des spéculations plus difficiles, ils échouèrent devant des difficultés qu'une analyse moins savante, mais plus commode, surmonte aujourd'hui sans peine. »

2. Démonstrations attribuées à Euclide, pour les propositions II, 2-10, dont on sait qu'elles sont en fait l'œuvre d'Héron d'Alexandrie.

Les historiens contemporains qui se sont penchés sur cette transition ont relevé les singularités qui caractérisent la France de la Renaissance et du début de l'Âge classique. Des travaux récents portant sur les mathématiques françaises de la Renaissance ont permis d'apporter des éléments de réponse substantiels à la question posée à la fin des années 1980 par Warren Van Egmond sur l'origine du développement de l'algèbre dans une France qu'on supposait moins bien « équipée » que l'Italie ou les pays du nord de l'Europe pour que s'y implante une algèbre nouvelle [Van Egmond 1988]³. D'autres auteurs, s'intéressant à la dimension « symbolique » ou « scripturaire » de ce changement⁴, ont parfois été amenés à interroger la référence à l'« analyse des Anciens » dans les œuvres de Viète et Descartes⁵. Enfin, l'articulation entre le thème spécifique de l'analyse mathématique et celui de la méthode a conduit historiens et philosophes à rechercher le « chaînon manquant » qui assura la continuité entre l'analytique d'Aristote et la méthode canonique de raisonnement fondée sur l'analyse géométrique que propose Descartes.

Auteur d'un modeste traité d'algèbre, mais surtout promoteur de la « méthode unique », Pierre de La Ramée est apparu comme le candidat idéal pour assurer cette position⁶. L'ambition de cet article, limitée, est d'abord de préciser le sens que prend la notion d'analyse chez La Ramée, en lien avec sa

3. Giovana Cifoletti a ouvert la voie aux études sur l'algèbre française de la Renaissance [Cifoletti 1992]. Parmi les travaux les plus récents sur les mathématiques et l'algèbre dans la France de la Renaissance, on pourra consulter notamment [Koutechnikoff 2016], [Axworthy 2016] et les articles consacrés au domaine français dans [Rommevaux, Spiesser *et al.* 2012].

4. Voir par exemple [Heeffer & Van Dyck 2010], [Heeffer & Esteve 2012], [Serfati 2005]. Dans cette catégorie, l'ouvrage de Jean-Louis Gardies est à classer à part, tant son ambition et son propos sont spécifiques [Gardies 2001]. Enfin Panza offre une belle analyse en contrepoint de la « révolution symbolique » en s'efforçant de montrer que la rupture entre l'« analyse des Anciens » et l'algèbre des Modernes ne tient pas tant à l'introduction d'une langue nouvelle qu'au passage d'une analyse dite « intra-configurationnelle » à une analyse « trans-configurationnelle », dont il trouve des exemples chez Omar al-Khayyâm, puis chez François Viète [Panza 2007].

5. Dans la préface du traité *In artem analyticem isagoge* (1591, 1r–1v), Viète présente le traité en question comme le premier d'un ensemble de dix traités dont le titre générique, *Opus restitutae mathematicae analyseos, seu Algebra nova*, indique que le savant vendéen prétend s'inscrire dans la dynamique d'une « restauration » de l'analyse des Anciens qui constituerait la matrice d'une « algèbre nouvelle ». Descartes [*Regulae*, AT, X, 374] évoque les anciens géomètres qui utilisaient « quelque analyse » qu'ils avaient « cachée à leurs neveux » pour éviter qu'elle ne se perde en étant divulguée, jugement qui l'autorise à développer une forme d'analyse qui ne soit pas la simple « restauration » de l'analyse des Anciens, et à montrer sa capacité à le faire en abordant le problème de Pappus.

6. La thèse d'un « axe La Ramée/Descartes » défendue par André Robinet [Robinet 1996] a été contestée [de Buzon 2005]. Parmi les auteurs qui ont cherché à mettre en évidence les liens et différences entre les conceptions raméenne et cartésienne de la méthode, un article récent de P. Hamou [Hamou 2014] est d'une lecture stimulante, j'y reviendrai. Mais je me référerai aussi à [Dubouclez 2013] et [Mahoney 1994].

réflexion sur la méthode et dans le cadre des polémiques qu'il conduit avec les « aristotéliens ». Je m'efforcerai ensuite de dégager le sens spécifique qu'il donne à l'analyse géométrique. Pour cela, j'examinerai les quelques passages qu'il a consacrés, dans ses écrits philosophiques, à la question de l'analyse et, dans ses traités mathématiques, à la forme géométrique de l'analyse. À l'issue de cette enquête, je tenterai de répondre à la question de savoir si l'on peut attribuer à La Ramée, à travers la réflexion qu'il a conduite sur le sujet de l'analyse, un rôle dans la transition vers l'« algèbre des Modernes ».

2 Méthode unique et critique de l'analyse/synthèse dans la *Dialectica*⁷

Chez Pierre de La Ramée, comme sans doute chez nombre de ses contemporains, la réflexion sur l'analyse ne s'inscrit au premier abord pas dans le champ des mathématiques. C'est dans des discussions qui relèvent de la théorie générale de la connaissance, impliquant l'interprétation des œuvres de référence pour l'enseignement à l'université de Paris, qu'il aborde d'abord cette question, au moment même où il élabore le thème de la « méthode unique ».

2.1 La mise en place du couple analyse/genèse

À l'origine de l'interrogation de La Ramée sur l'analyse, il y a les polémiques dans lesquelles il est impliqué au sujet de cette « méthode unique ». Lorsque, dans ses premiers écrits de 1543⁸, La Ramée attaque Aristote et les aristotéliens, les accusant de n'avoir pas traité de la méthode, ses premiers opposants, Antoine de Gouvea et Joachim Périon, lui répondent qu'il en a traité, non pas dans le sens d'une unicité de la méthode, mais d'une méthode multiple, comme c'est aussi le cas chez Galien. Ainsi, Périon⁹ oppose à la méthode unique les trois voies décrites par Galien (*synthesis*, *analysis*, *diairesis*), auxquelles il ajoute une quatrième voie (*apodeixis*) décrite par Eustrate. Il y aurait donc, aux yeux de Périon, non pas une, mais quatre voies pour l'établissement et

7. Je m'appuie pour cette première partie sur l'irremplaçable étude de Nelly Bruyère [Bruyère 1984, chap. III–V].

8. Les premiers textes de La Ramée, parus en 1543 sont les deux versions des *Dialecticae Partitiones* [La Ramée 1543a,d], l'une manuscrite, l'autre imprimée, qui prennent dès leur première réimpression le nom d'*Institutiones* [La Ramée 1543c]. L'année suivante, il fait paraître les *Aristotelicae Animadversiones* [La Ramée 1543b], où il s'en prend à la logique d'Aristote. Les deux premiers imprimés sont mal accueillis. Antoine de Gouvea, un théologien de la Sorbonne, conduit devant l'université de Paris un procès à l'issue duquel La Ramée est condamné, par un décret de François I^{er} du 10 mars 1544, à ne plus enseigner la philosophie. Cette interdiction est levée en 1551.

9. Cf. « Oratio I », in [Périon 1554].

l'enseignement des arts. L'analyse serait l'une d'elle, l'un des embranchements de la méthode.

Dans l'édition de 1548 des *Animadversiones* [La Ramée 1548], La Ramée leur répond. Intitulé « De Methodo », le livre XIX est entièrement consacré à la question de la méthode selon Aristote, puis selon Galien. Aristote et les aristotéliens, dit-il, n'ont jamais défini ce qu'est la méthode universelle. Au contraire, ils distinguent les deux voies inverses de l'analyse et de la genèse. L'analyse serait la voie où l'on commence par la fin, par les choses les plus grossières et composées, pour aller vers les plus simples, la genèse étant la voie inverse qui procède au contraire du simple au composé. Ce point de vue d'Aristote sur la méthode est d'autant plus confus, explique La Ramée, qu'il doit être combiné avec ce qu'il enseigne par ailleurs sur le syllogisme, ses différents genres (démonstratif, dialectique, sophistique), ses composants (noms et verbes, prédicaments et prédicats, termes simples), qui seraient autant de degrés de la méthode. La critique d'Aristote est ici couplée avec celle de Galien, auquel La Ramée fait le même reproche qu'aux aristotéliens : il ne donnerait pas une définition ferme et constante de la méthode.

En somme, dès les années 1540, l'argumentation en faveur de la méthode unique, qui s'appuie sur la critique d'Aristote et des aristotéliens d'une part, de Galien et des médecins d'autre part, conduit à une réflexion sur les méthodes d'analyse et de genèse : ce dédoublement des voies « contraires » est inutile, mais aussi confusionnel, comme le montrent les multiples usages et acceptions distinctes du terme « analyse » chez Aristote.

Au milieu de la décennie 1550, c'est aux arguments de Jacques Charpentier contre l'idée d'une méthode unique que La Ramée doit s'opposer [Charpentier 1554]. Charpentier discute l'idée de la double voie analyse/genèse chez Platon et Aristote. Dans des traités qui ne relèvent pas de l'*Organon*, comme la *Physique* ou l'*Éthique*, Aristote descend « analytiquement » des choses générales aux choses spéciales, mais il suit aussi fréquemment la démarche inverse. Là où La Ramée ne voyait que de la confusion, son adversaire se range à l'opinion des commentateurs : il y a bien, chez Aristote comme chez Platon avant lui, une double voie d'accès à la connaissance.

2.2 L'argumentaire du *Quod sit unica methodus*

Les attaques de Charpentier portaient sur l'édition de 1550 de la *Dialectica* et l'édition séparée des livres IX et X (1554¹⁰). Dans ces textes, La Ramée renouvelle sa discussion sur la méthode chez Aristote et Galien en atténuant sa critique envers le premier et en faisant porter ses griefs avant tout contre les aristotéliens. Ce sont eux qui auraient distingué deux voies : la première,

10. Ces deux livres, parus séparément au début de l'année 1554, prennent dans la réédition de 1557 un titre à valeur de proclamation : *Quod sit unica doctrinae instituendae methodus*. Je me réfère ici à cette édition [La Ramée 1557] et dans les paragraphes qui suivent, je résume le contenu des pages qui touche à notre sujet.

descendante, appelée *analysis* par Porphyre, Ammonius ou Philopon, *theoria* par Simplicius, qui part de la fin et progresse par degrés en s'en éloignant. Cette voie, clairement identifiée dans les écrits d'Aristote, a la faveur de La Ramée, qui la rapproche de la voie « universelle » qui va du composé au simple et des choses les plus connues à celles qui le sont moins. La seconde voie que prétendent repérer chez Aristote ses commentateurs, inverse de la précédente, est la voie ascendante de la genèse (appelée *praxis* par Simplicius).

Pour La Ramée, plusieurs graves erreurs entachent l'interprétation par les aristotéliens de la logique d'Aristote. En particulier, l'opposition entre les deux voies d'analyse et genèse est confusionnelle : si la méthode d'Aristote est celle qui procède du général au particulier et du plus connu au moins connu – laquelle méthode est baptisée « analyse » ou « théorie » par les aristotéliens –, comment pourrait-on procéder par la voie inverse, baptisée genèse ou *praxis* ? La voie descendante, baptisée analyse par les commentateurs, la seule valable en fait, devrait être appelée genèse [La Ramée 1557, 9r–10r].

Il est caractéristique des écrits des années 1550 que La Ramée incrimine, plutôt qu'Aristote lui-même, ses commentateurs, accusés d'avoir rendu la logique d'Aristote, déjà peu claire par elle-même, plus obscure encore. Au final, l'argumentation de La Ramée tient en une thèse : il n'y a qu'une méthode, connue d'Aristote mais mal exposée par lui ; cette méthode, les commentateurs d'Aristote l'ont encore obscurcie ; concernant le couple analyse/genèse, ils donnent à tort le premier rang à l'analyse, alors que c'est à la genèse que revient ce premier rang. On voit que ces critiques convergent vers une disqualification de l'analyse : la méthode unique a pour nom genèse et l'analyse, voie inverse de la genèse, est de trop, puisqu'il n'y a qu'une voie d'accès à la connaissance.

2.3 Du couple analyse/genèse au couple analyse/synthèse

Dans la deuxième partie du traité, La Ramée répond à ceux qui prétendent qu'il y aurait plusieurs méthodes chez Galien. Le médecin latin, explique-t-il, a usé de bien des noms pour désigner la méthode. Dans le *De placitis Hippocratis et Platonis*, il distingue par exemple la voie divisive [*diairetikê*], aussi nommée *odos*, et la voie synthétique [*synthetikê*] ou *anodos*. On reconnaît ici, dit La Ramée, le couple introduit par les aristotéliens et baptisé par Simplicius *analysis* et *genesis*. Et ce couple est tout aussi factice : Galien s'est laissé abuser par une lecture erronée du *Phèdre* de Platon¹¹, lorsqu'il affirme que le philosophe appréciait les deux méthodes contraires, division et synthèse, alors qu'il y défend au contraire la voie unique que défend La Ramée lui-même. Nulle part Platon ne professe la synthèse ou voie régressive [*anodos*].

11. Nelly Bruyère a identifié le passage de Platon auquel renvoie Galien et que réinterprète La Ramée : Platon, *Phèdre*, 265d-e [Bruyère 1984, 154, n. 1].

Un autre passage fameux dans lequel Galien traite de la méthode est le début de l'*Art médical* où il définit trois modes d'enseignement de la médecine¹². La Ramée cite le texte grec de Galien avant de traduire et de le commenter. Le médecin évoque trois voies : la première, « qui part de l'intelligence et de la notion de la fin, opère par résolution » ; la seconde qui procède par la « composition de ce qui ce qui avait été découvert par résolution » ; la troisième, « suivant la décomposition de la définition [La Ramée 1557, 16r] ». Le propos est ici tout à fait obscur, juge La Ramée. La troisième méthode doit être rejetée : ce n'est en rien une méthode. Les deux premières, décrites comme inverses l'une de l'autre, correspondent au couple analyse/genèse de Simplicius, à ceci près que le second terme est remplacé par celui de synthèse et que la priorité est inversée. Or, la voie ici baptisée « synthèse » est absurde : aucun art ne procède à partir du plus éloigné par nature et du moins connu ; en géométrie, cela reviendrait à commencer par l'étude du livre XV des *Éléments* avant de remonter progressivement au premier [La Ramée 1557, 19v]. Au contraire toute science procède des choses générales aux spéciales. Ce que Galien appelle ici « analyse » correspond à la voie divisive du *De placitis Hippocratis et Platonis*. Finalement, on ne trouve chez Galien qu'une seule méthode, identique à celle, également unique, que l'on trouve chez Aristote, et cette méthode est celle qui convient à tous les arts.

2.4 Valeur de l'analyse

Tout au long des décennies 1550-1560, la réflexion de La Ramée a été nourrie par les controverses sur la méthode unique. La nécessité de répondre aux objections de ses adversaires l'a conduit à reprendre et enrichir ses arguments, notamment en interprétant des passages de plus en plus nombreux tirés des écrits d'Aristote. L'enjeu est alors de montrer que, partout où ses adversaires voient des méthodes multiples, il n'y en a en fait aucune autre que celle qui procède du général au particulier. En somme, La Ramée réduit la pluralité des doctrines qu'il observe chez les auteurs de l'Antiquité à une seule, laquelle constitue la *prisca philosophia*, l'unique philosophie antique, pervertie par la négligence des auteurs en question et par les injures du temps. En défendant la méthode unique, c'est un projet de restauration des savoirs de l'Antiquité qu'entend accomplir La Ramée.

La réflexion sur la méthode unique, rendue assez formelle par les développements polémiques dans lesquels il s'inscrit, conduit donc La Ramée à rejeter

12. [Galien 1821-1833, I, 305-306] et [Galien 2000]. Le médecin distingue l'« analyse », la « synthèse » et la « décomposition de la définition ». C'est ce troisième mode d'enseignement qui est illustré dans l'*Art médical*, mais il est « inférieur » à l'analyse, mode dont Galien dit qu'il est le premier à l'avoir utilisé. Galien dit encore dans ce passage que certains médecins ont nommé la « décomposition de la définition » autrement : « développement », « analyse », « division », « explication », « exposition ». L'exposé est, on le voit, assez sybillin et laisse le champ libre à La Ramée pour dénoncer la confusion du propos de Galien.

les divers points de vue tendant à affirmer que l'analyse constitue une méthode. Est-elle pour autant privée de toute valeur ? Non. Si elle est rejetée hors du champ de l'apodictique, elle trouve néanmoins place dans le processus qui rend possible l'exercice de la méthode. Pour le comprendre, il faut se souvenir que, dans les premiers écrits de La Ramée, le concept de méthode s'enracine dans celui de *jugement*, lequel s'articule avec celui d'*invention*. Le *jugement* consiste à agencer des arguments ou des exemples préalablement sélectionnés et évalués lors du processus d'*invention*¹³. Ce processus consiste donc à recueillir, dans les savoirs constitués, les éléments susceptibles de fournir les matériaux de nouveaux discours. Les arguments ou exemples d'où le jugement méthodique tire sa force sont donc extérieurs ou étrangers au jugement méthodique lui-même. Matériaux empruntés aux savoirs constitués, ils sont recyclés en vue de la composition de nouveaux discours.

C'est au champ de l'*invention* qu'appartient l'analyse. De manière significative, La Ramée emploie, pour décrire son office propre, le verbe *retexere* (« détisser¹⁴ ») : par analyse, on détisse les œuvres constituées pour pouvoir en inspecter et évaluer les arguments qui entreront en composition dans les œuvres nouvelles. L'analyse a donc bien une valeur positive, en partie masquée par le contexte polémique dans lequel la réflexion sur l'analyse est conduite, visant à défendre l'unicité de la méthode en condamnant tout ce qui peut y faire ombrage. Dans son versant positif, l'analyse, relevant de l'*invention*, intervient avant la mise en œuvre du jugement méthodique et cette antériorité justifie son rejet hors du champ de l'apodictique. Il faut garder en mémoire cette caractéristique lorsque l'on aborde les traités qu'il publie à Bâle en 1569, où l'on trouve les passages concernant une forme spécifique d'analyse : l'analyse géométrique.

3 La critique de l'analyse géométrique dans les *Scholae mathematicae*

L'état final de sa réflexion sur la question de l'analyse/synthèse se trouve dans ses publications de l'année 1569. Résidant alors à Bâle, il publie notamment une nouvelle version des *Praelectiones* et les *Scholae in liberales artes* [La Ramée 1569b,c]. Dans les *Praelectiones* de 1569, le rôle de Galien est à nouveau examiné. La Ramée aboutit aux mêmes conclusions qu'en 1557, mais pour la première fois, il distingue nettement l'analyse/genèse des philosophes

13. Andreas Blank montre qu'en cela, La Ramée rompt avec la conception traditionnelle du syllogisme comme combinatoire de concepts, au profit d'une conception qu'il appelle « pragmatique », consistant à évaluer [*weighing*] les arguments qui entrent en composition dans le syllogisme [Blank 2008]. Ce qui vaut pour la forme syllogistique vaut pour les autres formes de jugement.

14. Cf. à ce sujet [Dubouclez 2013, 168 ff.].

de celles que pratiquent les géomètres. Il donne une définition de l'analyse géométrique, empruntée à Pappus et Proclus, et signale également un autre sens du mot « analyse », en algèbre, pour désigner l'opération consistant à calculer la racine d'un binôme¹⁵. Cet ajout doit être mis en rapport avec la parution des éditions bâloises des traités mathématiques : les *Scholae mathematicae* [La Ramée 1569d], qui complètent les *Scholae in liberales artes* [La Ramée 1569c], et les dernières versions de l'*Arithmétique* et de la *Géométrie*, associées dans un volume unique [La Ramée 1569a]. La confrontation entre une forme spécifique d'analyse, définie par Pappus et illustrée dans le livre XIII des *Éléments*, et l'analyse comme telle, lui impose une révision de ses conceptions. L'examen de ces traités permettra de saisir l'évolution de sa réflexion.

3.1 Qu'est-ce que l'analyse géométrique ?

La Ramée aborde la question de l'analyse géométrique dès le livre III des *Scholae mathematicae*. Il en donne alors une définition avant de porter un premier jugement à son sujet :

L'analyse est une certaine inversion de la démonstration, concluant la cause par l'effet, comme le dit ici justement Proclus ; et il dit que ladite analyse est souvent employée et mise en œuvre dans tous les *Éléments*. Théon n'a pas approuvé Euclide sur ce point [car] il utilise l'analyse dans cinq propositions seulement, à savoir [les propositions] 1, 2, 3, 4, 5 du livre XIII. Au second de la *Sphère*, Archimède l'utilise dans quelques propositions. Pappus [l'utilise] au début du livre VII. Je n'ai remarqué l'analyse nulle part ailleurs chez tous les mathématiciens et la véritable analyse est avant tout utile pour les côtés du carré et du cube et souvent il est utile de chercher par analyse complète la cause de l'œuvre. Mais ces démonstrations par analyse (telles celles en tous cas qui sont dans les *Éléments*) sont sophistiques et faire deux doctrines de la même chose, l'une apodictique, et l'autre analytique, comme le font en l'occurrence Théon, Archimède et Pappus, est un sophisme. Car si tu as démontré la chose avec discernement et clairement en partant de la cause, tu le démontreras sans discernement et obscurément par l'effet¹⁶. [La Ramée 1569d, 99]

15. N'ayant pu consulter les *Praelectiones* de 1569, je m'appuie ici exclusivement sur ce qu'en dit Nelly Bruyère [Bruyère 1984, 179].

16. « Analysis est quædam inversio *apodeixeos* ex effectis nempe caussam concludens, qualem significat Proclus in totis elementis ab Euclide frequenter adhibitam & tractatam esse. Theon Euclidem hac in re non probavit, in quinque tantum propositionibus reliquit, nempe in 1, 2, 3, 4, 5 p. 13. Archimedes secundo de sphaera in aliquot propositionibus usurpavit : Pappus initio libri 7. alibi in totis mathematicis *analysin* nullam animadverti : vera est analysis et quadrati et cubici lateris, et imprimis utilis : et saepe prodest absoluti operis caussam analysi investigare :

Pour comprendre ce passage, on doit le situer dans l'ensemble formé par les trois premiers livres des *Scholae mathematicae*. La Ramée reprend là les trois livres de son *Prooemium mathematicum* [La Ramée 1567], ouvrage dans lequel il a entrepris de dresser un vaste panorama de l'histoire des mathématiques, puis de défendre leur « utilité », enfin de détailler les défauts qui entachent selon lui l'œuvre d'Euclide. Sans négliger l'importance du second livre, il faut insister sur le fait que la reconstruction historique que propose La Ramée dans le livre I du Proème lui offre la justification des critiques qu'il formule dans le livre III et des réformes qu'il juge nécessaire d'apporter à la somme euclidienne¹⁷. Ces réformes sont expliquées dans les livres suivants des *Scholae mathematicae* et mises en œuvre dans le volume associant l'arithmétique et la géométrie [La Ramée 1569a].

Tant pour son histoire des mathématiques que pour sa critique d'Euclide, La Ramée s'appuie principalement sur une source : Le *Commentaire au premier livre des Éléments d'Euclide* de Proclus. Mais si cet ouvrage est une source d'information, son auteur est par ailleurs un acteur singulier de l'histoire des mathématiques de La Ramée : son commentaire offrirait le meilleur témoignage sur les *Éléments* tels qu'ils ont été rédigés par Euclide, avant que le texte nous en soit transmis sous une forme dégradée et avec des démonstrations rédigées par Théon¹⁸. Aussi Proclus est-il convoqué par La Ramée dans son plaidoyer contre l'Alexandrin : c'est à lui qu'il se réfère lorsqu'il entreprend de mettre en évidence les défauts qui entachent les *Éléments*, à la fois dans leur structure et dans le détail des démonstrations. Mais en même temps, il fait figure d'accusé et partage avec Euclide la responsabilité de ces défauts.

Le Diadoque, explique La Ramée, fait l'éloge de la « logique » suivie par Euclide dans les *Éléments*. C'est à Euclide que reviendrait notamment un double mérite : celui d'avoir « sélectionné » les éléments et de les avoir « mis en ordre » [La Ramée 1569d, 97–98]¹⁹, justifiant ainsi sa réponse à l'interrogation du roi Ptolémée : il n'y a pas de « voie royale », pas d'autre voie possible pour l'enseignement de la géométrie que celle qu'il a proposée

at tales analyticae demonstrationes, (quales illae sunt in elementis plané) sunt sophisticae, duasque ejusdem rei doctrinas, alteram analyticam facere, ut illic Theon & Archimedes & Pappus faciunt, sophisma est. » [Sauf mention explicite, toutes les traductions de Pierre de La Ramée sont miennes.]

17. Sur l'histoire des mathématiques de La Ramée, voir [Goulding 2012, 131–138], ainsi que [Loget 2004].

18. À la suite de Zamberti, et comme d'autres parmi ses contemporains, La Ramée considère Théon comme l'auteur des démonstrations des *Éléments* transmises à la postérité. Par la suite, je mettrai le nom de Théon entre guillemets pour indiquer cette qualité. Plus étrange est la chronologie qu'adopte La Ramée, qui fait de Proclus (412–486) un auteur du I^{er} siècle, antérieur donc à Théon (situé à juste titre au V^e siècle). Cette inversion est indispensable, tant pour faire de Proclus le meilleur témoin de la mathématique euclidienne que pour transférer à Théon, dernier des « compositeurs d'Éléments » la responsabilité de la rédaction transmise à la postérité. Cf. à ce sujet [Goulding 2012, 159–161].

19. La Ramée résume et commente ici Proclus, *Commentaires*, II, 5.

dans les *Éléments*. Tout au long du livre III du Proème, La Ramée reprend à son compte la question de Ptolémée et s'attache à montrer que les mérites que Proclus attribue à Euclide sont usurpés. La sélection de propositions qu'il a faite convient-elle aux débutants ? L'ordre qu'il a choisi et les modes de démonstrations qu'il a utilisés sont-ils les meilleurs ? À chacune de ces questions, La Ramée répond négativement.

Que le choix effectué par Euclide ne soit pas le bon, il le montre en dénonçant le nombre considérable de « redondances », c'est-à-dire de propositions inutiles, que l'on trouve dans les *Éléments*, dont il établit le nombre à 222 [La Ramée 1569d, 91] ! Poussant plus loin son enquête, La Ramée observe : Proclus a admis que la méthode démonstrative (apodictique) va des principes à ce qui est cherché, mais il discute longuement du raisonnement par l'absurde ou des diverses méthodes de conversion. Se pourrait-il alors qu'on puisse démontrer par une autre voie, inductive, qui remonte à partir d'un exemple singulier ? Tous ces procédés, conclut finalement La Ramée, sont à rejeter : si les propositions « non démontrables », ou principes, sont connues par induction, ce n'est pas le cas des propositions démontrables ; comme l'a enseigné Aristote : supposer ce qui est demandé, c'est faire un sophisme et non démontrer [La Ramée 1569d, 95]²⁰. Ces méthodes sont donc à compter parmi les redondances qui entachent les *Éléments*.

Pour ce qui est de la deuxième question, La Ramée fait l'examen des passages où Proclus évoque les « méthodes » d'Euclide et la « logique » qu'il a suivie dans ses démonstrations. L'Alexandrin, résume-t-il, a utilisé toutes les « méthodes dialectiques » : méthode de division, de définition, les diverses méthodes de conversion, ainsi que les deux voies contraires de l'apodictique – qui part des principes pour atteindre ce qui est cherché –, et de l'analyse – qui remonte de ce qui est cherché aux principes²¹.

C'est ici que se situe le passage cité plus haut. Comment l'interpréter ? La Ramée retient une caractéristique de l'analyse, soulignée par Proclus : c'est une voie « rétrograde », qui remonte des effets à la cause. Il adresse ensuite une première objection : si, comme le prétend le Diadoque, l'analyse était une méthode courante chez Euclide, elle ne l'a pas été chez ses successeurs : « Théon » ne l'a utilisée dans ses démonstrations des éléments qu'au début du livre XIII ; et hormis Archimède et Pappus occasionnellement, aucun autre

20. « Sophisma enim hic est Aristoteli [...] petere propositum, non demonstrare. »

21. Cf Proclus, *Comm.*, prologue II, chap. 2 et 5. Sur les méthodes de conversion, propositions, II, 409, 1–6.

auteur n'y a eu recours pendant l'Antiquité²². Cette remarque sur la rareté des recours à l'analyse annonce une condamnation de la voie de l'analyse qui est effectivement formulée à la fin du passage cité.

Ce rejet n'est pas inattendu. La Ramée l'a réaffirmé dès le début du livre III : il n'y a qu'une méthode pour l'enseignement des arts ; cette méthode unique, qu'Aristote suivait, mais qu'il avait exposée de façon confuse avant que ses commentateurs la rendent plus obscure encore, est aussi celle que suit Euclide, mais lui-même l'a obscurcie et elle a aussi été dégradée par Proclus. Toute démonstration part des causes et procède du plus connu au moins connu. La voie inverse de l'analyse n'est donc pas démonstrative, mais « sophistique ». On le voit : l'argument qui conduit au rejet de l'analyse en mathématique est le même que celui qui conduit au rejet des doubles voies (analyse/genèse) de Simplicius et Galien. Ici, c'est le primat de la voie descendante – disons de la synthèse – qui rend inutile une hypothétique voie inverse de l'analyse.

Pourtant, La Ramée mentionne, comme en passant, une autre acception, positive cette fois, du mot « analyse » : la « véritable analyse est utile, remarque-t-il, pour les côtés du carré et du cube²³ ». On voit se dessiner ici un schéma symétrique, pour l'analyse géométrique, à celui qui prévaut pour l'analyse comme telle : La Ramée rejette l'analyse géométrique hors du champ de la méthode, mais lui reconnaît une « utilité ». De quelle nature est cette utilité ? Officie-t-elle avant la mise en œuvre de la démonstration pour offrir les ressources utiles à la conduite de celle-ci ? Je réserve à un développement ultérieur mes remarques sur cette question de la « véritable analyse ».

3.2 Il n'y a pas de voie rétrograde en géométrie

La dernière mention de l'analyse dans les *Scholae mathematicae* se trouve, sans surprise, au début du livre XXIX, dans un préambule où La Ramée donne une première appréciation du livre XIII des *Éléments*, avant d'entamer l'examen des propositions :

22. La Ramée oublie de mentionner Apollonius parmi les utilisateurs de l'analyse. Son nom apparaît bien dans le premier livre du Proème et il souligne ailleurs dans le livre III qu'il a poussé plus loin qu'Euclide l'étude des coniques... Mais il est probable qu'il n'a pas lu l'œuvre d'Apollonius, dont il ne mentionne pas la traduction des livres I-IV des *Coniques* publiée en 1566 par Federico Commandino. Plus étonnant, La Ramée, bien qu'il se réfère à Pappus, ne relève pas que celui-ci fait de l'analyse une méthode pratiquée par Euclide ailleurs que dans les *Éléments* et par d'autres auteurs, Apollonius, Aristée, Eratosthène. On sait par son biographe Nicolas de Nancel [Nancel 1599, 202–203] que La Ramée a possédé une copie manuscrite de la *Collection mathématique* et il ne pouvait donc ignorer la mention par celui-ci de la « Collection analytique » des Anciens, qu'il mentionne d'ailleurs lorsqu'il commente le livre XIII, comme on va le voir bientôt.

23. Relevons que cette remarque est absente de la première version du Proème [La Ramée 1567, 433–434] et est donc insérée en 1569, au moment de la rédaction des *Scholae*.

Ici Théon ajoute en outre, comme des choses nouvelles, *synthesis et analysis, composition et résolution*, des cinq premières. La *synthesis* est la position de ce qui est connu [pour parvenir] par voie de conséquence à la fin et à la compréhension de ce qui est cherché ; l'*analysis* est la position de ce qui est cherché comme connu [pour parvenir] par voie de conséquence à ce qui est admis pour vrai. Telles sont les définitions de Théon, et elles concordent avec celles qu'a proposées Proclus au premier livre des *Éléments* : les preuves mathématiques sont soit à partir des principes soit vers les principes ; à partir des principes connus par eux-mêmes ou démontrés d'une autre façon ; ou bien vers les principes, et ce sont *résolutions* et *déductions*. Les *résolutions* [ou analyses], qui ont le pouvoir de poser des principes, auxquelles sont opposées les *compositions* [ou synthèses], puisqu'on [y] procède des principes à ce qui est cherché. Les *déductions* par l'impossible tirent leur puissance de ce qu'elles démentent : ainsi, ce que propose Pappus au début du VII^e livre, selon qui l'*analysis* serait *anapalin lysis* [décomposition rétrograde] et celle-ci double *synthetike* et *poristike*, et bien plus : il parle de 32 livres *ton analuomenon* de trois auteurs, Euclide, Apollonius, Aristée²⁴. [La Ramée 1569d, 306]

« Théon », dit d'abord La Ramée, a ajouté les démonstrations des cinq premières propositions par *synthesis* et *analysis* (il utilise ici, pour traduire le grec, les mots *compositio* et *resolutio*, qui figurent dans les éditions latines de la Renaissance) et les a présentées comme une nouveauté. Il rapporte ensuite les définitions de la synthèse et de l'analyse qui accompagnent ces démonstrations²⁵ et note qu'elles concordent avec celles de Proclus : celui-ci dit en effet que les preuves mathématiques, soit descendent des principes, soit remontent vers les principes, et distingue parmi ces dernières les *résolutions* (analyses) et les *déductions* ou raisonnements par l'absurde. Lorsque

24. « Theon hic adhibet praterea *synthesin kai analysin* compositionem & resolutionem quinque primarum, tanquam res aliquas novas. *synthesis* est assumptio concessi per consequentia ad quaesiti finem et comprehensionem, *analysis* est assumptio quaesiti tanquam concessi per consequentia ad verum concessum. Hae sunt definitiones Theonis, quibus consentanea sunt illa, quae Proclus primo libro elementorum protulit, mathematicas probationes esse à principiis vel ad principia, à principiis per se notis vel aliunde demonstratis, ad principia esse resolutiones et deductiones. Resolutiones quae ponendorum principiorum vim habent, quibus compositiones opponuntur, cum à principiis ad quaesitum ordine progredimur. Deductiones ad impossibile habent vim destruendi : similique iis Pappus affert initio septimi libri, velut *analysis* sit *anapalin lysis*, eaque duplex *zetetike* et *poristike*, quin libros *ton analuomenon* narrat 32 à tribus authoribus Euclide, Apollonio, Aristeo. »

25. Les définitions en question sont placées, dans les éditions de la Renaissance comme dans la plupart des manuscrits, après la démonstration de XIII, 5, en préambule des doubles démonstrations par analyse et synthèse. Que cet ensemble soit interpolé ne fait guère de doute.

Pappus présente l'analyse comme voie inverse de la synthèse et distingue les deux formes d'analyse, *zététique* et *poristique*, il est aussi en accord avec ce que dit Proclus.

La Ramée affirme donc que trois auteurs, Proclus, Théon et Pappus – auxquels il faut associer les autres auteurs de la « collection analytique », dont il mentionne le nom : Euclide, Apollonius, Aristée – ont partagé une même conception de l'analyse. Un examen plus attentif pourrait sans doute l'obliger à admettre que les définitions, telles qu'elles sont formulées dans le livre XIII d'Euclide et le livre VII de Pappus, ne sont pas strictement équivalentes, mais il n'entreprend pas cet examen. Ce qui lui importe est d'affirmer l'unité des conceptions des Anciens pour pouvoir porter ensuite sur l'analyse le jugement que voici²⁶ :

Cette doctrine de Proclus et de Pappus s'accorde, dis-je, avec celle de Théon et tout ce genre de doctrine « rétrograde », comme dit Campanus, est une fiction tout à fait vaine. Ici en effet, Théon, de cinq propositions en fait quinze : les cinq premières sont démontrées séparément, ensuite deux autres démonstrations en sont faites, la première par résolution, la seconde par composition. Cette analyse ainsi définie par Théon est utile certes pour inventer des choses, et on a dit que cette façon de découvrir la vérité en mathématiques a été découverte par Platon. Mais le même Platon prévient qu'il faut ajouter la voie contraire de la genèse en composant et démontrant les choses inventées. Cette *analysis*, dis-je, est l'observation et l'expérience première, et ne sert pas à ordonner l'art et la doctrine. Les choses singulières sont d'abord inventées et les genres rassemblés ; elles sont enseignées après qu'elles ont été inventées, à savoir en commençant par les genres et en descendant vers les espèces²⁷. [La Ramée 1569d, 306]

26. Olivier Dubouclez fait de ce passage un commentaire dont la teneur est assez semblable à ce que j'en dis ici [Dubouclez 2013, 174–176]. Je commenterai plus loin l'argument crucial qu'il développe à partir d'un passage de la *Geometria*. Dubouclez s'appuie sur une édition par Lazare Schöner datant de 1627, ce qui explique la non-concordance entre la pagination que j'indique ici et celle que l'on trouve dans son ouvrage.

27. « Haec (inquam) Procli & Pappi, consentiunt cum Theonis ista doctrina, totumque genus hujus retrogradae (ut loquitur Campanus) doctrinae commentitium est, & valde nugatorium. Hic enim pro quinque demonstrationibus factae sunt à Theone quindecim : Primo quinque propositiones demonstrantur separatim deinde duae cujusque demonstrationes aliae factae, prima per resolutionem, secunda per compositionem. Analysis vero ista et sic à Theone definita rebus inveniendis utilis quidem est, eamque Plato veritatis inquirendae viam in mathematicis invenisse dicitur. At in componendis et demonstrandis rebus inventis contrariam geneseos viam adhibendam esse Plato idem admonet : *analysis* (inquam) ista est primae observationis et experientiae, artis et doctrinae ordinandae non est : aliter res singulares primo inveniuntur, deinde genera colliguntur : aliter docendae posteaquam inventae sunt, à generalibus nempe incipiendo, & descendendo ad species. »

La Ramée rejette donc une nouvelle fois la double voie analyse/synthèse en géométrie et tous les auteurs qui l'ont défendue. Mais il détaille cette fois les raisons de son rejet. D'abord, Théon a donné trois démonstrations des premières propositions du livre XIII quand une seule suffit. Les démonstrations par la voie analytique doivent donc être mises au nombre des multiples « redondances » présentes dans les *Éléments*. En second lieu, elles relèvent de l'« hystérologie » : la démarche analytique renverse l'ordre naturel de la démonstration, qui va du plus connu au moins connu. Le point de vue adopté par La Ramée ici pour l'analyse géométrique est bien calqué sur celui qu'il défendait pour l'analyse comme telle. En géométrie comme en général, l'analyse ne relève pas de la démonstration, mais de l'invention. Par l'analyse, écrit-il à la fin du passage cité, on collecte les « choses singulières » ou « genre » qui entrent en jeu dans la démonstration, c'est-à-dire dans l'enseignement, conduits dans un second temps.

La Ramée reproduit donc, dans sa critique de l'analyse en géométrie, l'argumentaire qu'il avait utilisé contre les interprètes d'Aristote et Galien pour défendre la méthode unique et critiquer la double voie analyse/genèse. C'est d'ailleurs contre eux qu'il est le plus virulent ensuite [La Ramée 1569d, 306–307] : que l'analyse soit inutile en géométrie, dit-il, Euclide et Théon le montrent eux-mêmes, puisqu'ils ne l'utilisent jamais qu'au début du livre XIII. Mais les commentateurs d'Aristote et de Galien ont eu un tort bien plus grand : ils ont imaginé une « méthode double » et prétendu que tous les arts pouvaient être exposés suivant cette méthode. Et La Ramée renvoie finalement à sa *Dialectique*, où, dans le chapitre consacré à la méthode, cette question est traitée plus longuement. Tout montre ici que La Ramée maintient, dans son appréciation de l'analyse géométrique, la position qu'il a toujours maintenue pour l'analyse en général : l'analyse relève de l'invention et non du jugement. Comme telle, son office est antérieur, mais aussi indispensable à la mise en œuvre du jugement méthodique.

Pour La Ramée, le sujet de l'analyse est clos. Il peut dès lors commencer la présentation des premières propositions du livre XIII, mais sans se donner la peine d'examiner les démonstrations « ajoutées par Théon ». Les démonstrations par analyse et synthèse sont simplement rejetées.

3.3 La question de la *vera analysis* : des *Scholae* à la *Geometria*

Dans les passages des *Scholae* que nous avons examinés, La Ramée condamne l'analyse géométrique, tout en défendant, sans grande précision, l'idée qu'une « véritable analyse », relevant de l'invention, serait utile à la conduite de la démonstration géométrique.

Revenons d'abord sur la remarque qu'il fait au sujet de la « véritable analyse » dans le livre III. La Ramée renvoie ici à une technique opératoire : l'invention du « côté » des carrés ou cubes, c'est-à-dire l'extraction de leur

racine ; et, renchérit-il, l'analyse peut être utile pour accéder à la connaissance des causes. La Ramée évoque à deux autres reprises cette technique, qu'il désigne alors comme *vera analysis*, dans les *Scholae mathematicae*. La première fois, brièvement, au livre XXV, alors qu'il commente le livre X des *Éléments*. Il s'agit alors d'extraire – il emploie ici encore le verbe *retexere* – la racine d'une entité algébrique, une ligne irrationnelle de la catégorie « binôme » ($23 + \sqrt{448}$). La Ramée ajoute que les propositions II, 4 et II, 5 des *Éléments* enseignent, la première par genèse, la seconde par analyse, l'invention du « côté » des binômes. Il reproduit les figures des deux propositions, sans la démonstration qui les accompagne et, sur la première, associe à ses divers éléments (côtés, carrés, rectangles) les valeurs numériques correspondant à l'exemple qu'il vient de traiter. Il ajoute enfin que la voie de la genèse est plus brève [La Ramée 1569d, 282]. L'algorithme qu'il emploie ici pour extraire la racine d'un binôme avait été décrit dans le traité d'algèbre de 1560, où le terme *analysis* était déjà employé pour désigner l'opération consistant à trouver [*retexere*] le « côté » de ces lignes irrationnelles que sont binômes et résidus²⁸.

On voit ici que la forme spécifiquement géométrique de l'analyse reste associée, dans l'*Algebra*, comme dans les *Scholae*, à l'acte de dé tissage associé à l'analyse comme telle. On peut donc penser que, pour La Ramée, l'extraction de racine est, dans le champ des mathématiques, le procédé qui correspond au « dé tissage » analytique tel que pratiqué dans le cadre de l'*invention*. Toutefois, alors que, dans les textes précédemment examinés, La Ramée utilisait ce verbe pour décrire un acte mental spécifique, indépendant et antérieur au jugement méthodique, ici la symétrie entre les deux démarches, analyse et genèse (l'une étant posée comme inverse de l'autre dans les définitions que La Ramée emprunte à Proclus et Pappus), est maintenue. En somme, sans admettre que l'analyse est une « seconde méthode », La Ramée laisse transparaître l'idée d'une complémentarité, et non la simple antériorité de l'analyse par rapport à la genèse.

En 1569, dans les *Scholae mathematicae*, la considération de l'analyse géométrique semble conduire La Ramée à faire un pas de côté par rapport à la position qu'il défendait dans ses écrits antérieurs et encore dans ses écrits philosophiques de 1569. Cette évolution est confirmée lorsque l'on se tourne vers les traités « techniques » que sont l'*Arithmetica* et la *Geometria*. Dans l'« élément » XI, 8 de la *Geometria* [La Ramée 1569a, 87–90], La Ramée relève que l'égalité qu'exprime II, 4 entre le « grand carré » et ses composants (carrés et rectangles), exprimée au moyen de nombres, conduit à l'analyse, c'est-à-dire à l'extraction de la racine carrée. Pour le montrer, il considère l'exemple numérique suivant, dans lequel, aux côtés des « petits carrés » composant le « grand carré » sont assignées les valeurs 10 et 2, valeurs qui sont indiquées sur la figure qui accompagne la proposition :

28. C'est-à-dire des irrationnels de la forme (respectivement) $a + \sqrt{b}$ et $a - \sqrt{b}$, cf. [La Ramée 1560, 9r-v].

Mais on cherchera souvent le côté du [carré] proposé en nombre. Ainsi, par l'élément [XII, 8] qui précède et son corollaire, l'analyse du côté du carré est disposée [*instructa*]. Cherchons donc le côté du carré proposé et considérons-en d'abord la genèse, telle que tu la vois ici, dans les nombres mêmes, à partir de la multiplication des nombres :

$$\begin{array}{r}
 10 \quad 2 \\
 10 \quad 2 \\
 \hline
 2 \quad 4 \\
 2 \quad 0 \\
 1 \quad 0 \quad 0 \\
 \hline
 1 \quad 4 \quad 4
 \end{array}$$

Tel est le rapport du carré avec les rectangles et les carrés, d'où est tirée l'analyse du côté du carré explicable en nombre. Et du moment que c'est le même chemin qui conduit d'Athènes à Thèbes et de Thèbes à Athènes, l'usage de l'analyse géométrique demeure ici [*superest*], comme plus loin pour le cube, alors qu'elle ne se trouve nulle part dans tous les *Éléments*²⁹. [La Ramée 1569a, 87–88]

La Ramée exprime, sur cet exemple numérique, la « genèse » du côté du grand carré, au moyen d'une multiplication présentée sous une forme inhabituelle. Procédant ainsi, son ambition est sans doute non seulement de

29. « Quadrati autem numero propositi latus saepe quaeritur. Itaque per proximum elementum, & ejus consecutaria analysis quadrati lateris instructa est. Quaeratur igitur latus jam propositi quadrati, & genesis ante spectetur, qualem hic é numerorum multiplicatione in numeris ipsis vides. [...] Haec ratio est quadrati cum rectangulo & quadrato, unde habetur analysis quadrati lateris explicabilis numero. Eadem siquidem via est Thebis Athenas, qua Athenis Thebas : Et hic geometrica analyseos usus superest, ut postea in cubo, cum alius in totis elementis nullus sit. »

calculer la valeur du « grand carré » (144), mais aussi d'exhiber les relations entre ce grand carré et ses composants (les carrés de valeur 100 et 4, construits sur les côtés donnés 10 et 2, et les rectangles de valeur 20 produits par la multiplication desdits côtés). Le schéma d'opération qu'il propose n'est pas exempt de défauts, car s'il fait bien apparaître les deux carrés 4 et 100, les valeurs numériques des deux rectangles ne sont pas nettement distinguées (alors qu'un simple aménagement consistant à ajouter une ligne aurait pu faire apparaître les deux valeurs 20).

Ayant ainsi exposé la « genèse », La Ramée entreprend l'analyse sur le même exemple numérique. Celle-ci consiste en une simple opération arithmétique, l'extraction de la racine de 144, dont il détaille l'algorithme (classique au demeurant³⁰). Comment interpréter ce passage à la lumière de ce qui précède ? Le contenu lexical du terme *analysis* ici mobilisé est le même que dans les *Scholae* : il désigne l'opération consistant à extraire la racine carrée d'un nombre. C'est ici un entier, dans les exemples examinés plus haut, il s'agissait d'entités algébriques (binôme), mais l'opération est la même et tout porte à croire qu'elle renvoie au même champ sémantique que celui porté par le verbe *retezere* : il s'agit de détiisser le carré pour en faire apparaître les composants.

Au-delà de ces points communs, ce passage comporte des singularités remarquables. D'abord, par un curieux renversement, La Ramée propose la genèse avant l'analyse, au rebours de ce qu'exigerait l'antériorité de cette dernière, constamment affirmée par La Ramée dans ses autres écrits. Bien plus, la multiplication posée par La Ramée au titre de la genèse semble accomplir aussi les fonctions d'une analyse, puisqu'elle inventorie les « arguments » qui entrent en jeu dans le « jugement » que constitue le calcul lui-même. Ainsi, c'est à la fois l'ordre de priorité entre analyse et genèse et le sens portés par l'analyse qui paraissent pervertis ici. Au regard de ces remarques, la formule « *Eadem siquidem via est Thebis Athenas, quae Athenis Thebas* » prend une signification forte : elle ne sert pas seulement à indiquer la symétrie entre genèse et analyse, ni même à introduire la remarque sur l'intérêt de la seconde, mais sonne plutôt comme un aveu : La Ramée semble concéder qu'il a renversé l'ordre de priorité entre analyse et genèse et mélangé leurs fonctions³¹. Dans

30. Cet algorithme est exposé, dans la forme même que reprend La Ramée, dans tous les traités d'arithmétique de l'époque. Voir par exemple [Peletier 1549, livre III, chap. 1, 47v–51r].

31. Il revient à Olivier Dubouclez [Dubouclez 2013, 176–185] d'avoir saisi, après Michael Mahoney [Mahoney 1994, 32, n.17] la portée de ce passage. Dans le commentaire qu'il lui consacre, il affirme que l'équivalence entre les deux mouvements analyse/synthèse est rendue possible par la conversion de la figure en « chose nombrée » renvoyant à une identité algébrique : la multiplication posée par La Ramée serait l'expression (masquée) d'une identité remarquable, une formule « proto-algébrique » [Dubouclez 2013, 180], exprimée dans un « langage dépourvu de toute obscurité » [Dubouclez 2013, 180]. Je suis réservé sur cette affirmation, que Dubouclez emprunte à Mahoney sans la mettre en question : peut-on vraiment dire qu'on retrouve dans la multiplication de La Ramée le développement de l'identité remarquable $(a + b)^2$ sur l'exemple numérique $(10 + 2)^2$?

la *Geometria*, La Ramée précise donc le sens qu'il faut donner à l'expression *vera analysis*³². Ce faisant, il offre une vision de l'analyse qui semble allégée des critiques qu'il lui avait constamment adressées dans ses autres traités. Et surtout, il semble, plus encore que dans ses autres écrits, admettre une forme de complémentarité de l'analyse et de la genèse, au point que la première peut apparaître comme une « voie » à part entière, un mode de démonstration au même titre que la seconde.

4 Conclusion

Dans le vaste panorama qu'il dresse de l'histoire des mathématiques, La Ramée ne laisse de côté aucune question. Celle de l'analyse géométrique, qu'il trouve posée dans le *Commentaire* de Proclus et les *Éléments* d'Euclide et qu'il sait avoir été évoquée par Pappus, ne lui est pas indifférente. Les auteurs auxquels il se réfère [La Ramée 1567, livre I, 12, 15, 17]³³ lui ont appris que Platon a « inventé » l'analyse, qu'il en a transmis la connaissance à Léodamas, qu'Eudoxe l'a utilisée ainsi qu'Archimède dans *La Sphère et le Cylindre*. Un examen sommaire des définitions qu'en donnent Proclus et Pappus lui apprend par ailleurs qu'analyse et synthèse sont deux voies « inverses » et que la première procède à rebours. C'est sur la base de ces données qu'il livre son appréciation sur l'analyse géométrique : ce n'est pas une méthode de démonstration ; quant à la « véritable analyse », c'est une simple opération consistant à extraire une racine (carré ou cubique).

Cette appréciation est conditionnée par son parti pris en faveur d'une « méthode unique », qui lui interdit d'accepter aucune voie alternative. Toute démonstration procédant par voie de déduction, du plus connu au moins connu, du général au particulier, l'analyse qui procède « à rebours » ne peut être une voie d'accès à la connaissance. Pourtant, il attribue une valeur à la « véritable analyse » ; bien plus, à travers les maigres éléments qu'il livre à ce sujet, il suggère à son lecteur que celle-ci n'a pas pour seule fonction de permettre l'inventaire des « arguments » entrant en jeu dans la démonstration, mais qu'elle pourrait valoir comme « voie » démonstrative, complémentaire de la genèse.

L'ambiguïté de ce jugement peut faire comprendre l'appréciation, elle-même contrastée, des historiens, quant à la contribution de La Ramée à la transition vers l'« algèbre des Modernes ». La plupart d'entre eux la jugent sévèrement, sur la base d'un jugement rétrospectif porté sur les mathématiques de la fin du XVI^e siècle. Deux décennies après La Ramée, Viète, s'appuyant

32. Je ne m'arrête pas sur un autre passage de la *Geometria* où il est question de l'analyse [La Ramée 1569a, 156–157] : dans son *Élément* XXIII, 5 (où il reprend la proposition VII, 19 des *Éléments*, sur VII, 19), La Ramée traite de l'analyse du cube et présente l'algorithme permettant l'extraction des racines cubiques.

33. La Ramée tire ces informations de Proclus, mais aussi de Diogène Laërce.

à son tour sur le livre XIII des *Éléments* et le livre VII de la *Collection mathématique*, et saisissant la parenté entre l'analyse des Anciens et l'algèbre des Modernes, rebaptisée par lui *Art analytique*, donnera sa pleine valeur à la démarche analytique [Viète 1591], [Viète 2004, chap. I, « De la définition et division de l'analyse et des auxiliaires de la Zététiques »]. Sur la base de ce constat, on peut imputer à La Ramée une forme de cécité : aveuglé par une obsession de logicien, il n'aurait pas su voir ce qu'il y avait de fécond dans l'analyse géométrique. À l'opposé, quelques historiens ont été tentés de faire valoir que La Ramée avait pu, en donnant à l'analyse la valeur d'une voie démonstrative, voire en l'assimilant à l'algèbre, inspirer Viète ou Descartes³⁴. Entre ces points de vue opposés, quel parti prendre ?

Peut-être faut-il pour commencer poser la question des influences de façon plus fine. Pour un lecteur d'aujourd'hui, la « restauration » entreprise par La Ramée apparaît comme un bouleversement de la forme euclidienne, et pour les contemporains de La Ramée, elle devait sans doute apparaître comme plus radicale encore, puisqu'elle aboutissait à mettre en question, en le confrontant au modèle de la « méthode unique », tout l'héritage des Anciens. Cela pouvait discréditer La Ramée auprès de bien des mathématiciens, mais on peut supposer que le caractère très corrosif de sa critique a pu stimuler la curiosité de quelques-uns et les inciter à dégager le sens spécifique de l'analyse géométrique, à en examiner les démonstrations et les comparer avec celles que permettait l'algèbre symbolique. Ils pouvaient ainsi s'affranchir des limites que La Ramée s'était lui-même imposées et affirmer la puissance de l'algèbre des Modernes tout en revendiquant leur dette à l'égard de l'« analyse des Anciens ».

Il ne s'agit donc pas ici de rouvrir le débat, d'importance minime à mes yeux, concernant l'influence qu'a pu avoir La Ramée sur Viète ou Descartes. Il me suffit de noter que ces derniers ne pouvaient pas ignorer les positions de La Ramée, compte tenu de l'audience qu'il avait eue de son vivant, de la large diffusion de ses traités et du rayonnement après sa mort de sa pensée, véhiculée par ses nombreux épigones. C'est ce qui me permet d'hasarder une hypothèse : au XVII^e siècle, des mathématiciens, même hostiles à La Ramée, même ne l'ayant lu que superficiellement, ont pu être influencés par la pensée ramiste et incités à réagir à son entreprise corrosive. Par définition,

34. Avant Olivier Dubouclez, Michael Mahoney [Mahoney 1994, 32] a supposé que Viète avait pu emprunter à La Ramée l'idée d'identifier algèbre et analyse. À sa suite, Olivier Dubouclez affirme que La Ramée « a contribué à nourrir le mouvement par lequel l'analyse s'est ouverte à un nouveau champ d'objets » [Dubouclez 2013, 186]. Mahoney analyse même, de façon abusive, que La Ramée a fait lui-même cette identification dans l'*Algebra* [La Ramée 1560] en citant une phrase tirée du commentaire qu'en a donné son disciple Lazare Schöner [Schöner 1586]. Que ce soit un ramiste, sinon Ramus lui-même, qui fasse (pour la première fois ?) cette identification est une donnée qui autorise un questionnement : la contribution de La Ramée de la question de l'analyse, si rudimentaire soit-elle, a-t-elle permis à ses contemporains – et à ses partisans en premier lieu – de pousser plus loin la réflexion, pour permettre à l'analyse de muter vers la forme qu'elle a prise dans les mathématiques du XVII^e siècle ?

une telle hypothèse ne peut pas être confirmée : ce type d'influence est généralement invisible³⁵.

Pour aller plus loin encore, on peut adopter un point de vue surplombant et considérer la question, non pas simplement en termes d'influences, mais en termes de changement culturel. Dans son histoire des mathématiques, La Ramée développe une thèse : tout le savoir mathématique était connu des Anciens, mais ce savoir a été mal exposé par les savants de l'Antiquité, mal compris par les commentateurs, et encore dégradé à mesure qu'il a été transmis à travers les siècles pour parvenir dans le monde latin. Cette thèse justifie son projet d'une « restauration » du savoir mathématique des Anciens, à commencer par la pièce centrale de ce savoir, les *Éléments*. L'idée qu'il serait possible d'aller au-delà du savoir hérité des Anciens lui est étrangère, et tout comme sa méthode suppose la réutilisation d'arguments empruntés aux discours constitués, sa réécriture des *Éléments* n'a pas d'autre ambition que de réagencer le matériau euclidien pour l'exposer dans l'ordre conforme à la bonne méthode. C'est évidemment une tout autre ambition qui anime ceux qui, comme Viète et Descartes, ont promu après lui l'analyse mathématique. Assimilée par Descartes à la méthode, elle devient un art que chacun peut s'approprier (en ce sens, elle est générale ou universelle) et par lequel chacun peut s'instruire et instruire autrui. Changeant de visée, la méthode s'inscrit aussi dans un espace culturel profondément transformé, dans lequel le projet de restaurer les savoirs anciens a laissé place à l'ambition de produire des savoirs nouveaux, dans la dynamique qui est en train de naître autour de l'imaginaire du « progrès scientifique³⁶ ». À ce niveau, il ne s'agit plus de parler du rôle de La Ramée dans la transition de l'analyse des Anciens à l'algèbre des modernes, ni de ses éventuelles influences sur ses lecteurs et successeurs, mais de reconnaître qu'entre la génération de La Ramée et celle de Descartes s'est accompli un changement radical, une mutation culturelle

35. Je n'en n'ai trouvé aucune trace, si ce n'est quelques lignes du père Tacquet. Dans l'*Historica Narratio* qu'il place au début de son édition des *Éléments*, cet auteur reconnaît s'être appuyé sur le Proème, mais affirme immédiatement ensuite que La Ramée a été si excessif dans ses attaques contre Euclide qu'il ne pourra pas être écouté (« hic audiendus non erit ») [Tacquet 1654, 6v–7r].

36. Philippe Hamou met en évidence de façon lumineuse la différence entre méthodes raméenne et cartésienne, mais aussi le changement culturel en question : « La préoccupation essentielle n'est plus pour un Descartes ou un Bacon comment préserver le savoir face aux atteintes du temps et de la barbarie. Il ne s'agit plus essentiellement de se demander comment instruire autrui, lui communiquer un savoir déjà conquis par les anciens, mais dont la préservation serait précaire. Il s'agit d'abord et avant tout de se demander comment s'instruire soi, dans l'univers de la modernité, en un temps où tout concourt à montrer que l'édifice du savoir est loin d'avoir été achevé par les anciens, où la science se présente de nouveau comme un édifice à construire, une tâche ouverte pour les générations futures. Pour cette tâche, il semble qu'on ne puisse plus s'appuyer sur la tradition et l'autorité. Par la méthode bien entendue, il s'agit donc de se faire autodidacte, de s'instituer en maître de soi-même – c'est seulement à cette condition qu'on peut se rendre capable d'instruire autrui. » [Hamou 2014, 9–10]

que la simple recherche, si minutieuse soit-elle, des contributions individuelles ne peut permettre de comprendre pleinement – les acteurs de cette mutation n'étant eux-mêmes pas conscients qu'ils étaient en train de la rendre possible³⁷.

Bibliographie

- AXWORTHY, Angela [2016], *Le Mathématicien renaissant et son savoir. Le statut des mathématiques selon Oronce Fine*, Paris : Garnier.
- BLANK, Andreas [2008], Ramus and Leibniz on Analysis, dans *Leibniz : What Kind of Rationalist ?*, édité par M. Dascal, Dordrecht : Springer, 155–166, doi : 10.1007/978-1-4020-8668-7_10.
- BRUYÈRE, Nelly [1984], *Méthode et dialectique dans l'œuvre de Pierre de La Ramée*, Paris : Vrin.
- DE BUZON, Frédéric [2005], Mathématique et dialectique : Descartes ramiste ?, *Les Études philosophiques*, 75(4), 455–467, doi : 10.3917/leph.054.0455.
- CHARPENTIER, Jacques [1554], *Animadversiones in libros tres dialecticarum institutionum Petri Rami*, Paris : T. Richard.
- CIFOLETTI, Giovanna [1992], *Mathematics and Rhetoric : Jacques Peletier, Guillaume Gosselin and the French Algebraic Tradition*, Thèse de doctorat, Princeton University.
- DUBOUCLEZ, Olivier [2013], *Descartes et la voie de l'analyse*, Paris : PUF.
- GALIEN [1821-1833], *Galenī Opera omnia*, Leipzig : Knobloch, éd. par C. G. Kühn.
- [2000], Art médical, dans *Œuvres*, édité par V. Boudon-Millot, Paris : Les Belles Lettres, t. II.
- GARDIES, Jean-Louis [2001], *Qu'est-ce que et pourquoi l'analyse ? Essai de définition*, Paris : Vrin.
- GOULDING, Robert [2012], *Defending Hypatia : Ramus, Savile and the Renaissance Rediscovery of Mathematical History*, Dordrecht ; Heidelberg ; London ; New-York : Springer.

37. Le moindre mérite de l'étude de Marco Panza n'est pas d'avoir justement mis en évidence la différence radicale entre l'analyse des Anciens et l'algèbre des Modernes et de montrer que pour la comprendre, il fallait situer l'analyse à un niveau théorique auquel les acteurs qu'il étudie ne pouvaient pas avoir accès [Panza 2007].

HAMOU, Philippe [2014], Sur les origines du concept de méthode à l'âge classique : La Ramée, Bacon et Descartes, *Revue LISA/LISA e-journal*, XII(5), 1–15, doi : 10.4000/lisa.6249.

HEEFFER, Albrecht & ESTEVE, Maria Rosa (éds.) [2012], *The Epistemic Functions of Algebraic Symbolism : Historical Case Studies*, *Philosophica*, t. 87, Gand : Ghent university.

HEEFFER, Albrecht & VAN DYCK, Maarten (éds.) [2010], *Philosophical Aspects of Symbolical Reasoning in Early Modern Mathematics*, Londres : College Publications.

KOUTEYNIKOFF, Odile [2016], *Guillaume Gosselin. De Arte Magna Libri Quatuor/ Traité d'algèbre suivi de Prælectio/ Leçon sur la mathématique. Étude introductive, traduction française, annotations*, Paris : Les Belles Lettres.

LA RAMÉE, Pierre de [1543a], *Dialecticæ partitiones ad Franciscum Valesium Christianissimum Gallorum regem*, [Manuscrit], s. l.

—— [1543b], *Aristotelicæ animadversiones*, Paris : J. Bogard.

—— [1543c], *Dialecticæ institutiones, ad celeberrimam et illustrissimam Lutetiæ Parisiorum Academiam*, Paris : J. Bogard.

—— [1543d], *Dialecticæ partitiones, ad celeberrimam et illustrissimam Lutetiæ Parisiorum Academiam*, Paris : J. Bogard.

—— [1548], *P. Rami Aristotelicæ Animadversiones*, Paris : J. Bogard.

—— [1557], *Quod sit unica doctrinae instituendae methodus, Locus e IX animadversionum P. Rami*, Paris : A. Wechel.

—— [1560], *Algebra*, Paris : Wéchel.

—— [1567], *Prooemium mathematicum ad Catherinam Mediceam, reginam, matrem regis*, Paris : A. Wechel.

—— [1569a], *Arithmeticæ libri duo, geometriæ septem et viginti*, Bâle : Episcopus.

—— [1569b], *Praelectiones*.

—— [1569c], *Scholæ in liberales artes [...]*, Bâle : Episcopus.

—— [1569d], *Scholarum mathematicarum libri unus et triginta*, Bâle : Episcopus.

LOGET, François [2004], La Ramée critique d'Euclide. Sur le *Prooemium mathematicum* (1567), *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 54(153), 3–28, doi : 10.1484/J.ARIHS.5.101839.

- MAHONEY, Michael S. [1994], *The Mathematical Career of Pierre de Fermat, 1601-1665*, Princeton : Princeton University Press, 2^e éd.
- MONTUCLA, Jean-Étienne [1758], *Histoire des mathématiques, dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours [...]*, Paris : Jombert, 4 vol., rééd. citée de la seconde édition (Paris, H. Agasse, 1799) : Paris, A. Blanchard, 1968.
- NANCEL, Nicolas de [1599], *Petri Rami vita, edited with an English translation*, La Hague : Martinus Nijhoff ; Leuven University Press, édité par P. Sharratt, *Humanistica Lovaniensia – Journal of neo-latin studies*, 24, 1976.
- PANZA, Marco [2007], Qu'est-ce qui est neuf et qu'est-ce qui est ancien dans l'*analysis restituta* et l'*algebra nova* de Viète et quelle en est leur provenance ? Quelques réflexions sur les relations entre l'algèbre et l'analyse avant Viète, *Revue d'histoire des mathématiques*, 13(1), 85–113, doi : 10.24033/rhm.48.
- PELETIER, Jacques [1549], *L'Aritmetique de Jacques Peletier du Mans, departie en quatre Livres*, Poitiers : J. H. de Marnef.
- PÉRION, Joachin [1554], *De Dialectica libri tres. Ejusdem Orationibus duae pro Aristotele, dialecticarum rerum cum primis refertae, in Petrum Ramum [...]*, Bâle : J. Oporinus.
- ROBINET, André [1996], *Aux sources de l'esprit cartésien. L'axe La Ramée-Descartes, de la Dialectique de 1555 aux Regulæ*, Paris : Vrin.
- ROMMEVAUX, Sabine, SPIESSER, Maryvonne et al. (éds.) [2012], *Pluralité de l'algèbre à la Renaissance*, Paris : Champion.
- SCHÖNER, Lazare [1586], *Petri Rami Aritmetices libri duo, et Algebrae totidem : a Lazaro Schonero emendati & explicati Ejusdem Schoneri Libri duo : alter De Numeri figuratis ; alter De Logistica sexageneria*, Francfort : Wechel.
- SERFATI, Michel [2005], *La Révolution symbolique : la constitution de l'écriture symbolique mathématique*, Paris : Pétra.
- TACQUET, André [1654], *Elementa geometriæ planæ ac solidæ : Quibus accedunt selecta ex Archimedæ theoremata*, Anvers : J. Meursium.
- VAN EGMOND, Warren [1988], How algebra came to France?, dans *Mathematics from Manuscript to Print (1300-1600)*, édité par C. Hay, Oxford : Clarendon Press, 127–144.
- VIÈTE, François [1591], *In Artem analyticem Isagoge. Seorsim excussa ab Opere restitutæ Mathematicæ Analyseos, seu Algebra nova*, Mettayer.
- [2004], Introduction à l'art analytique, *Cahiers François-Viète*, 7, en ligne.