

Le « Traité de Géométrie » de Varignon et l'apprentissage mathématique du jeune D'Alembert

Jeanne Peiffer



Édition électronique

URL : <http://rde.revues.org/301>

DOI : 10.4000/rde.301

ISSN : 1955-2416

Éditeur

Société Diderot

Édition imprimée

Date de publication : 1 juin 2005

ISBN : 2-9520892-4-8

ISSN : 0769-0886

Référence électronique

Jeanne Peiffer, « Le « Traité de Géométrie » de Varignon et l'apprentissage mathématique du jeune D'Alembert », *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie* [En ligne], 38 | avril 2005, mis en ligne le 30 mars 2009, consulté le 30 septembre 2016. URL : <http://rde.revues.org/301> ; DOI : 10.4000/rde.301

Ce document est un fac-similé de l'édition imprimée.

Propriété intellectuelle

Jeanne PEIFFER

Le « traité de Géométrie » de Varignon et l'apprentissage mathématique du jeune D'Alembert

La répartition chronologique des travaux de D'Alembert¹ fait apparaître clairement que le jeune D'Alembert s'est prioritairement intéressé à des questions de physique mathématique, avant de se lancer dans l'aventure de l'*Encyclopédie*. En 1743, il publie son *Traité de dynamique*, l'année d'après celui *des fluides*, il traite de la cause générale des vents en 1746, s'intéresse à des problèmes d'astronomie et, en mathématiques, au calcul intégral et aux cordes vibrantes. Dans tous ces écrits, il met en œuvre des outils techniques d'une sophistication telle qu'il est légitime de se demander comment il a acquis le bagage mathématique nécessaire ? Cet article est l'occasion de faire le point, dans une première partie, sur ce que nous savons de la formation mathématique du jeune D'Alembert. Dans une deuxième partie, je m'intéresserai plus particulièrement à un manuscrit conservé parmi les papiers de D'Alembert à la Bibliothèque de l'Institut. Il s'agit de notes d'un cours élémentaire de géométrie attribué à Pierre Varignon, premier titulaire de la chaire de géométrie du collège Mazarin. La présence de ce manuscrit dans les papiers de D'Alembert pose un certain nombre de questions auxquelles je tenterai d'apporter quelques éléments de réponse.

1. Voir la « Liste chronologique des œuvres imprimées de D'Alembert » qu'Anne-Marie Chouillet a établie d'après la thèse de Gilles Maheu, *La vie et l'œuvre de D'Alembert*, Paris, EHESS, 1967, et les travaux du comité de publication des œuvres complètes de D'Alembert (depuis 1992), *Analyse et dynamique*, s.l.d. d'Alain Michel et Michel Paty, Les presses de l'université Laval, 2002, p. 95-114.

La formation mathématique de D'Alembert. Témoignages et premiers écrits

Dans l'état actuel de nos connaissances, nous savons peu de choses précises concernant la formation mathématique de D'Alembert. Il y a d'abord son propre témoignage sur les cours suivis au collège Mazarin, puis les tout premiers textes rédigés par D'Alembert, dont certains restés inédits, qui nous livrent des indices sur les lectures du jeune D'Alembert.

Le cours de Léonor Caron au collège de Mazarin

Dans un récent article, Blake T. Hanna² a présenté le résultat de ses recherches d'archives concernant D'Alembert à l'université. Rappelons que ce dernier s'est inscrit en 1730 au collège des Quatre-Nations et fut reçu maître-ès-arts le 2 septembre 1735. Par conséquent, le jeune D'Alembert a dû y faire sa philosophie de 1733 à 1735. Pendant ces deux années, il suivit le cours de mathématiques dispensé par Léonor Caron, comme D'Alembert lui-même en témoigne dans « Mémoire de D'Alembert, par lui-même »³, rédigé à la troisième personne:

Le seul fruit que D'Alembert remporta de ces deux années de philosophie, ce fut quelques leçons de mathématiques élémentaires qu'il prit au même collège sous M. Caron, qui y professait alors cette science, et qui sans être un profond mathématicien, avait beaucoup de clarté et de précision. C'est le seul maître qu'ait eu D'Alembert ; le goût qu'il avait pris pour les mathématiques, se fortifiant de plus en plus, il se livra avec ardeur à cette étude pendant son cours de droit, qui lui laissait heureusement beaucoup de temps. Sans maître, presque sans livres, et sans même avoir un ami qu'il pût consulter dans les difficultés qui l'arrêtaient, il allait aux bibliothèques publics, il tirait quelques lumières générales des lectures rapides qu'il y faisait ; et de retour chez lui, il cherchait tout seul les démonstrations et les solutions. Il y réussissait pour l'ordinaire ; il y trouvait même souvent des propositions importantes qu'il croyait nouvelles ; et il avait ensuite une espèce de chagrin, mêlé pourtant de satisfaction, lorsqu'il les retrouvait dans les livres qu'il n'avait pas connus.

Léonor Caron, que D'Alembert – et c'est notable – reconnaît comme son « seul maître », succéda en 1722, âgé alors de 32 ans, à Pierre Varignon, premier détenteur de la chaire de mathématiques du collège Mazarin, dont

2. Blake T. Hanna, « D'Alembert à l'université », *Sciences, musiques, Lumières. Mélanges offerts à Anne-Marie Chouillet*, Ferney, Centre international d'étude du XVIII^e siècle, 2002, p. 37-46.

3. Voir « Le mémoire de D'Alembert sur lui-même », édité par Irène Passeron dans ce numéro.

il avait été l'élève. Janséniste⁴, l'abbé Caron fut destitué de ses fonctions par lettre de cachet le 29 septembre 1739. Dans un document⁵ plus tardif, daté du 10 septembre 1766, le grand maître du collège, Riballier, relate cet événement comme suit:

M. Caron succéda en 1722 au celebre Varignon, on peut dire, sans lui faire injure, qu'il n'a point soutenu la réputation de son predecesseur ; il n'est jamais sorti de la Sphere étroite des premiers elemens. En 1739 il crut que sa conscience l'obligeoit de s'opposer a la revocation de l'appel de la faculté des arts. l'on n'auroit pas trouvé étrange qu'un mathematicien n'eut pas pris parti dans cette querelle. il en fut la victime ; cette demarche servit de pretexte pour le faire sortir du College ou il étoit fort incommode par son humeur chagrine et tracassiere.

Caron y est dépeint comme un homme acariâtre dont on était content de se débarrasser et comme un professeur médiocre. Si en 1766, on se souvint encore de sa méchante humeur, c'est qu'après la mort prématurée, en 1762, de son successeur dans la chaire de mathématiques, l'abbé de La Caille, Caron avait retrouvé son poste. Ce qui n'alla pas sans poser quelques problèmes, comme en témoigne une requête⁶ adressée aux « Gens du Roy » afin qu'ils emploient leurs bons offices pour faire sortir la classe de mathématiques du collège Mazarin « de l'état de nullité où elle se trouve ». C'est l'occasion pour l'auteur de la requête de faire une brève histoire de la chaire :

Cette chaire à l'établissement du College fut remplie par le célèbre Varignon. Pour se conformer à l'usage de l'Université il donna ses Leçons en latin, et comme les Livres de Mathematiques n'étoient pas aussi multipliés qu'ils le sont devenus depuis, il dictoit des cahiers pendant près de trois quarts d'heure, et faisoit son explication le reste du tems. À sa mort arrivée en 1722, le sieur Caron fut nommé pour le remplacer. Eleve lui-même de M. Varignon, il continua ce qu'il avoit trouvé établi, c'est à dire qu'il dicta ses Leçons en latin.

La Caille innova en la matière. En effet, il avait fait imprimer son cours en français et consacra la leçon tout entière à expliquer les

4. En tant qu'« appelant » ou opposant à la bulle papale *Unigenitus*, Caron fut obligé par lettre de cachet de Louis XV de s'incliner devant les décisions pontificales. Voir à ce sujet l'article de Catherine Maire dans ce volume.

5. BnF, papiers Joly de Fleury, ms 1712, fol. 173v. Un grand merci à Patrick Latour, Bibliothèque Mazarine, pour m'avoir signalé l'existence de cet intéressant document.

6. BnF, papiers Joly de Fleury, ms 1712, fol. 134-136. Le document peut être daté de 1766.

7. Nicolas de la Caille, *Leçons élémentaires de mathématiques*, Paris, J. Collombet, 1741.

mathématiques, sans avoir à dicter de cours. Cette démarche avait, aux dires de l'auteur de la requête, été couronnée de succès:

Cette méthode eut tout le succès qu'il pouvoit desirer ; elle contribua beaucoup par elle-même, independemment du mérite et de la célébrité du Professeur, à lui attirer une foule d'Ecoliers, dont plusieurs ont fait depuis les plus grands progrès dans cette science, et font aujourd'hui l'ornement des Academies sçavantes.

En 1762 [...] le S^t Caron survivoit encore à sa disgrâce, quelques personnes de considération touchés de son sort s'intéressèrent pour lui faire rendre la place qu'il avoit occupée autrefois, et qui se trouvoit vacante. Les choses réussirent à leur gré ; le Sieur Caron rentra en possession de sa chaire (à 72 ans).

Mais toujours prévenu en faveur de son ancienne methode, trop agé pour adopter la nouvelle, et pour s'y conformer, il reprit son usage de dicter des cahiers, et de les dicter en latin.

Tout médiocre et rigide qu'il apparaîût ici, Caron a pourtant su, en début de carrière, s'imposer au jeune D'Alembert qui reconnaît avoir appris de lui les mathématiques élémentaires. Adrien Geoffrey, un des régents de philosophie, dit de lui: « Là où Orphée chante, le simple pâstre se tait »⁸. Le chant d'Orphée a séduit D'Alembert. L'enseignement de Caron, clair et précis sans être profond, a ouvert à D'Alembert un monde peut-être inconnu jusqu'alors. N'est-ce pas dans les mathématiques, plus que dans l'enseignement d'un médiocre professeur, que D'Alembert reconnaît son « seul maître » ? Dès 1736, juste après avoir quitté le collègue et alors qu'il est en première année de droit, D'Alembert (âgé alors de 19 ans) s'essaie à la rédaction d'un premier mémoire mathématique, qui nous est parvenu sous forme manuscrite, donnant ainsi forme à son ambition de maîtriser les arcanes de cette discipline.

Des lectures mathématiques du jeune D'Alembert

Dans le laps de temps s'écoulant entre son départ du collège de Mazarin, en 1735, et l'année de sa première publication, 1740, D'Alembert a poursuivi son initiation aux mathématiques à travers la lecture de manuels de la génération précédente, comme ceux de L'Hôpital, de Guisnée et de Reyneau. C'est ce que laisse supposer la forme de ses premiers écrits qui se présentent comme des éclaircissements, des commentaires ou des corrections de ces manuels.

Ainsi, le 23 novembre 1736, D'Alembert finit la rédaction, restée inédite, des « Remarques & éclaircissemens sur différens endroits de

8. Cité par Alain Firode dans ce volume.

l'application de l'algèbre à la géométrie de M^r. de Guisnée »⁹. Il s'agit d'un commentaire plus ou moins continu qui témoigne d'une lecture soutenue de l'*Application de l'algèbre à la géométrie* (1705)¹⁰ de Nicolas Guisnée. Ce dernier ouvrage peut être qualifié de géométrie analytique dans le prolongement de *La géométrie* de Descartes. Les problèmes y sont traduits en termes algébriques, une équation ou un système d'équations, et résolus par des techniques algébriques dans le but d'exhiber, si possible, une solution du problème. Les résultats de ces manipulations sont retraduits en termes géométriques et font l'objet d'une construction. L'ouvrage appartient à la littérature pédagogique, marquée par le projet de réforme de l'enseignement des mathématiques que Nicolas Malebranche avait promu dans les collèges de l'Oratoire. C'est plus vrai encore du *Traité analytique des sections coniques* rédigé par L'Hôpital¹¹ sous la pression de Malebranche et paru à titre posthume en 1707. Dans ses « Remarques & éclaircissemens », D'Alembert se livre, pour la partie consacrée aux coniques, à une étude comparative des méthodes appliquées par l'un et par l'autre des deux auteurs.

Dès 1739, D'Alembert communique à l'Académie des sciences un premier court mémoire, présenté le 29 juillet par Alexis Clairaut et l'abbé de Bragelonne dont le rapport subsiste. Ce mémoire¹², dont nous ne possédons pas le manuscrit, a pour objet la correction d'erreurs découvertes dans l'*Analyse démontrée* (1708) du Père Charles René Reyneau, proche de Varignon et appartenant lui aussi au cercle de Malebranche. Ce mémoire n'a pas donné lieu à publication, mais sa simple existence témoigne de la

9. Ce manuscrit de 110 pages est conservé à la Bibliothèque de l'Institut, ms. 2033. Il fera l'objet d'une publication dans le volume 1 de la première série des *Œuvres complètes* de Jean Le Rond D'Alembert.

10. *Application de l'algèbre à la géométrie ou Méthode de démontrer par l'algèbre, les Theorèmes de geometrie, & d'en résoudre & construire tous les Problèmes*. L'on y a joint une Introduction qui contient les Regles du Calcul Algebrique. Par Monsieur Guisnée de l'Académie Royale des Sciences, Professeur Royal de Mathématique, & ancien Ingenieur ordinaire du Roy. Paris, Claude Jombert, 1705. Ce livre a été imprimé aux frais de Pierre Rémond de Montmort et réédité en 1733. Voir Jeanne Peiffer, « Les notes marginales de Montesquieu dans un manuel de mathématique : les traces d'un savoir livresque », à paraître.

11. Il s'agit du *Traité analytique des sections coniques*, Paris, 1707, de L'Hôpital et non de la célèbre *Analyse des infiniment petits*, comme Hankins a dû le penser lorsqu'il note dans son *Jean d'Alembert. Science and the Enlightenment*, New York, etc., Gordon and Breach, 1970, p. 20: « D'Alembert had already made considerable progress in the calculus by 1736 ». Or, il n'y a pas de calcul différentiel dans ce premier texte de D'Alembert qui nous soit parvenu.

12. Christian Gilain a pu reconstituer le contenu de ce mémoire. Voir Christian Gilain, « D'Alembert et l'intégration des expressions différentielles à une variable », *Analyse et dynamique*, s.l.d. d'Alain Michel et Michel Paty, Les presses de l'université Laval, 2002, p. 207-235, notamment p. 208-210. Voir aussi, dans le présent volume, l'article de Jean-Pierre Lubet sur le traité de Reyneau.

part de D'Alembert d'une étude soutenue de l'*Analyse* de Reyneau, dont le tome 2 de la seconde édition venait de paraître en 1738. C'est dans ce manuel que D'Alembert a pu apprendre le calcul différentiel et intégral.

C'est donc dans les manuels de mathématiciens liés, comme Hankins¹³ l'a déjà constaté, au milieu intellectuel de Malebranche que D'Alembert a parfait son initiation aux mathématiques, au-delà des éléments appris au collège. Lorsqu'il a voulu acquérir un niveau plus élevé, il s'est sans doute tourné vers des publications plus spécialisées, comme les *Mémoires de l'Académie royale des sciences* ou les *Acta eruditorum*. En effet, les techniques introduites par Varignon dans ses mémoires académiques concernant l'étude des forces centrales¹⁴ sont connues de D'Alembert, car on en trouve trace dans son *Traité de dynamique*. Par ailleurs, à l'occasion du décès de Jean Bernoulli, en 1748, D'Alembert fait insérer dans le *Mercur de France* un éloge¹⁵ qui témoigne d'une connaissance étendue et approfondie des travaux du Bâlois. Il souhaite « rendre hommage » à sa mémoire, car c'est à lui qu'il doit « le peu de progrès qu'il a fait en Géométrie »¹⁶. En présentant les travaux scientifiques de Bernoulli, D'Alembert suit de fait l'ordre donné par les quatre volumes des *Johannis Bernoulli Opera omnia*, parus en 1742. C'est donc après cette date qu'il a dû prendre connaissance de l'ensemble de cette œuvre, même s'il a pu lire certains de ses articles dans les journaux de Paris ou de Leipzig.

La toute première publication¹⁷ de D'Alembert est un compte rendu, dans le *Journal des savants* de mai 1740, de l'ouvrage *Usage de l'analyse de Descartes* (Paris 1740) de Jean-Paul de Gua de Malves. Ce livre étudie les courbes du troisième ordre, leur classification et leurs points singuliers. D'Alembert mobilise, dans son compte rendu, toutes les ressources mathématiques récemment acquises en se référant à Saurin, Bernoulli, L'Hôpital, Bragelogne, Maupertuis et Newton. Il a dû étudier Newton et ses *Philosophiæ naturalis principia mathematica* peu après 1739, car nous disposons d'un commentaire manuscrit¹⁸ de l'édition annotée par Thomas Leseur et François Jacquier. Par ailleurs, D'Alembert cite explicitement

13. Thomas Hankins, *Jean d'Alembert. Science and the Enlightenment*, New York, etc., Gordon and Breach, 1970, p. 20-22.

14. Voir par exemple *Traité de dynamique*, Paris 1743, p. 20-22. D'Alembert y renvoie d'ailleurs à un mémoire posthume de Varignon.

15. « Mémoire historique sur la vie & les ouvrages de M. Jean Bernoulli », *Mercur de France* de mars 1748, p. 39-79.

16. *Ibid.*, p. 39.

17. *Journal des savants*, mai 1740, p. 286-296.

18. « Remarques sur quelques endroits des Principes de Newton », manuscrit conservé à la Bibliothèque de l'Institut (ms 2467, fol. 235-242 et ms 2033, fol. 23-30), 21 pages, étudié dans ce volume par François De Gandt.

Newton, mais aussi Euler, Daniel Bernoulli, Varignon et le *Treatise of Fluxions* de Maclaurin dans son *Traité de dynamique*. À partir de 1740, c'est l'œuvre même qui est notre première source pour reconstituer les lectures et apprentissages de D'Alembert.

Après une initiation aux mathématiques élémentaires dont nous ne savons pas grand'chose, D'Alembert parfait ses connaissances en géométrie analytique et en analyse dans les manuels issus du cercle des mathématiciens autour de Malebranche (Guisnée, L'Hôpital, Reyneau). Vont s'y superposer des connaissances plus spécialisées tirées des auteurs célèbres comme Jean Bernoulli et Isaac Newton, mais aussi de certains de ses contemporains, parmi lesquels Maupertuis, Gua de Malves et Maclaurin, sans que nous puissions exclure d'autres lectures qui n'ont pas laissé de traces visibles dans les premiers écrits de D'Alembert.

« *Traité de Géométrie Démontrée par Monsieur de Varignon* »

À travers l'analyse du manuscrit dont le titre figure ci-dessus, nous allons revenir, dans cette seconde partie, sur l'apprentissage des mathématiques élémentaires au collège des Quatre-Nations à l'époque de D'Alembert.

Des notes manuscrites du cours de Varignon conservées parmi les papiers de D'Alembert

D'Alembert, comme l'on sait, a légué ses papiers à Condorcet, alors secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences. Au XIX^e siècle, la fille Elisa de Condorcet, épouse O'Connor, a déposé le *Nachlass* de son père à la Bibliothèque de l'Institut, et avec lui le legs de D'Alembert. Les papiers de celui-ci ont été regroupés à un moment donné dans les volumes 1786-1794 et 2466-2474 de cette bibliothèque. Le volume 2469, « Géométrie de Varignon & autres ouvrages de géométrie élémentaire », ouvre sur une note manuscrite, non signée et non datée : « Ces manuscrits me semblent de la main de D'alembert, et, en ce cas, sont les fruits de ses premières études géométriques ». Le manuscrit qui désigne ce volume factice est un cahier¹⁹ non daté de 220 pages (+ 25 pages de figures) : « *Traité de Géométrie Démontrée par Monsieur de Varignon de*

19. Les dimensions de ce cahier sont approximativement de 17 cm par 22 cm. Le cahier est paginé et les pages ont été lignées soigneusement. Les figures sont jointes à partir de la page 221. Elles sont tracées avec soin à l'intérieur d'un cadre qui délimite une table. Seules les figures sont numérotées, pas les tables (dont une portant les figures 29 à 42 manque). Certaines ont d'abord été dessinées au crayon, puis reprises à l'encre noire ou rouge pour certains traits.

L'académie des sciences, professeur Royal des mathématiques au College mazarin a Paris ».

La présence de ce « *Traité de Géométrie* » parmi les manuscrits de D'Alembert soulève un certain nombre de questions. Et d'abord il convient de s'interroger sur la graphie de ce manuscrit. Correspond-elle bien à celle de D'Alembert comme le suppose l'auteur anonyme (Lacroix ?) de la note manuscrite mentionnée ci-dessus ? Puis, si c'était le cas, pourrait-il s'agir de notes prises par le jeune D'Alembert au cours de mathématiques dicté par Léonor Caron ? Celui-ci se serait alors contenté, à croire le titre du manuscrit, de suivre le cours de son prédécesseur, Pierre Varignon. C'est ce que suggère Thomas Hankins lorsqu'il écrit: «D'Alembert was taught mathematics by a Professor Caron, who led him through the lectures of Varignon... »²⁰. Or, aucune de ces questions ne semble pouvoir recevoir une réponse positive.

La comparaison de l'écriture du cahier « *Traité de Géométrie...* » avec le manuscrit 2033 consacré aux remarques et éclaircissements sur l'ouvrage de Guisnée rédigé et daté par D'Alembert en 1736, donc postérieur de quelques années, n'est pas concluante. Les deux écritures n'ont apparemment rien en commun et il semble difficile d'attribuer la rédaction des notes de cours à la main de D'Alembert (voir échantillons à la fin de l'article).

Il pourrait en revanche bien s'agir d'un cours dicté. En témoignent certaines fautes d'orthographe, le ton un peu plus personnel de certaines phrases et l'emploi du « je » dans les « avis » inclus dans une structure par ailleurs fortement déductive et dont il sera question plus loin. A-t-il pu être dicté par Léonor Caron comme Hankins le suppose ? Les notes sont en français. Or, nous avons vu ci-dessus que Léonor Caron avait conservé l'habitude de dicter en latin, puisqu'en 1766 on le lui reprochait explicitement. La même chose vaut pour Varignon dont le cours était en latin.

Il convient alors de s'interroger sur les liens de ces notes manuscrites avec le cours que Varignon professait en latin au collège des Quatre-Nations et qui nous est parvenu sous forme d'un manuscrit latin et d'une traduction française posthume. Avant d'entrer dans les détails de la confrontation, je rappellerai brièvement le rôle de ce personnage dans l'enseignement et la vie académique de l'époque.

Le célèbre Varignon

Pierre Varignon (né à Caen en 1654) a acquis de son vivant une certaine notoriété qui se traduit, dans les textes que nous avons cités

20. Thomas Hankins, *Jean d'Alembert. Science and the Enlightenment*, New York, etc., Gordon and Breach, 1970, p. 19.

ci-dessus, par l'épithète « célèbre » accolé constamment à son nom. Ordonné prêtre entre 1676 et 1679, c'est la cléricature qui lui permit d'étudier à l'université de Caen, dont il fut reçu maître-ès-arts le 15 septembre 1682, alors qu'il avait déjà près de 30 ans. Son ami Charles Irénée de Saint-Pierre lui offrit en 1686 de s'installer à Paris et partagea son logis et ses rentes avec lui. Dès 1687 parut à Paris le *Projet d'une nouvelle Mécanique* qui eut pour son auteur, Varignon, une conséquence positive presque immédiate. Il fut nommé géomètre à l'Académie royale des sciences et devint le premier titulaire de la chaire de mathématiques du collège Mazarin. Quelque temps après, il vint habiter le collège où il s'est éteint le 23 décembre 1722. Des versions manuscrites de ses cours d'algèbre, de géométrie et d'optique sont conservées²¹. Varignon fit soutenir des thèses²² sur l'architecture militaire, l'optique, le mouvement et la force des machines. Dès 1704, il occupa également la chaire de philosophie grecque et latine au Collège royal. La liste²³ des sujets traités, telle qu'elle a pu être établie par René Taton, fait apparaître des sujets de philosophie naturelle, comme la résistance des corps, la lumière et les couleurs, les lois de la mécanique, etc. Varignon savait clairement tirer profit de la liberté qu'offrait cette institution quant au choix des intitulés de cours.

Normand comme Fontenelle, il put établir des contacts importants avec le milieu animé par Malebranche et avec les cartésiens en général. Les avis de Varignon étaient sollicités par les oratoriens, et notamment par Reyneau. En octobre 1692, Varignon rencontra Jean Bernoulli à Paris. Ce

21. Hors le ms 2469 de la Bibliothèque de l'Institut, noté désormais BI 2469, nous sont parvenus un cours d'optique daté 1707-1708 et conservé au Conservatoire national des arts et métiers, des traités de géométrie 1716-1717 et d'algèbre 1717-1718 conservés à la Bibliothèque Mazarine. Pour plus de détails, voir la liste des œuvres de Pierre Varignon, *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli 2: Der Briefwechsel mit Pierre Varignon. Erster Teil (1692-1702)*. Bearbeitet und kommentiert von Pierre Costabel und Jeanne Peiffer, Birkhäuser Verlag, Bâle 1988, p. 387-408.

22. Cinq thèses nous sont parvenues, dont quatre soutenues entre 1690 et 1704 au collège de Mazarin. Voir la liste dans *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli 2*, p. 398-399.

23. Voir René Taton, *Enseignement et diffusion des sciences en France au xviii^e siècle*, Paris, Hermann, 1986, p. 277. Parmi les sujets traités au collège royal, on trouve pour les années :

- 1711-12, Mouvement des animaux
- 1712-13, De la résistance des corps
- 1713-14, De la lumière et des couleurs
- 1716, Force des muscles
- 1718-19, Des lois de la mécanique
- 1719-20, Les météores
- 1720-21, Des différents systèmes du monde
- 1721-22, Les mouvements des êtres animés
- 1722-23, Lois fondamentales du calcul infinitésimal et physique supérieure.

fut le début d'une longue amitié et d'un échange épistolaire²⁴ qui ne s'est jamais interrompu jusqu'au décès de Varignon. Ces proximités intellectuelles firent de Varignon un ardent défenseur de l'introduction du calcul infinitésimal leibnizien en France. Et pourtant, il n'a jamais enseigné cette matière à ses élèves. Pour l'année académique 1722-1723, il avait annoncé un cours au collège royal sur les lois fondamentales du calcul infinitésimal et la physique supérieure, mais la mort ne lui a pas permis de réaliser ce programme. Dans plus d'une centaine de mémoires communiqués notamment à l'Académie, Varignon appliqua ce calcul à de nombreux problèmes de mécanique. Sans avoir laissé de résultats auxquels son nom serait resté attaché, il a notamment traduit en langage leibnizien la mécanique newtonienne, réussissant ainsi à établir des ponts entre les deux formes du calcul infinitésimal – et ce à une époque où l'opposition entre les deux calculs, leibnizien et newtonien, était on ne peut plus vive. Il s'attacha également à la clarification des principes de la mécanique.

Les éléments de géométrie de Varignon. Nos sources

Le fait que D'Alembert ait encore pu se servir du cours de géométrie élémentaire de Pierre Varignon, une douzaine d'années après la disparition de son auteur, témoigne du rayonnement de celui-ci dans le premier tiers du xviii^e siècle. Mais il convient d'abord d'établir l'identité des notes conservées par D'Alembert avec le cours de géométrie de Varignon. Nous disposons de deux versions de ce cours, un manuscrit latin et une version imprimée en français:

- Le manuscrit latin²⁵ est intitulé « Tractatus de Geometria elementari cum speculativa tum practica Datus a D.D. Varignon. Mathematicarum Emerito professore in Collegio Mazarinaeo anno 1716.1717 » et conservé

24. *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli 2-3: Der Briefwechsel mit Pierre Varignon. Erster Teil (1692-1702) – Zweiter Teil (1702-1714)*. Bearbeitet und kommentiert von Pierre Costabel und Jeanne Peiffer, Birkhäuser Verlag, Bâle 1988-1992.

25. Le manuscrit latin 3654 de la Bibliothèque Mazarine comporte en haut à droite une marque d'appropriation plus tardive: « De Mandane [ou Maudare] Ingénieur ord[inai]re du Roy 1729 ». A la fin du manuscrit, p. 376, en colophon, on peut lire:

« finis A.M.D.g.

Demandane

1739 »

Le manuscrit comporte deux graphies différentes :

La partie I de géométrie spéculative (p. 1-174) est notée dans une écriture plus scolaire que celle de la partie II de géométrie pratique (p. 175-298). Les deux diffèrent des inscriptions de Mandane [ou Maudare]. Le changement d'écriture peut suggérer qu'il s'agit de notes de cours de deux élèves différents, le premier ayant suivi le cours de Varignon en 1716, le second en 1717. Le cours aurait donc été dicté sur deux années (au rythme d'environ 200 pages par an). Le manuscrit porte quelques traces non systématiques de correction (possiblement de la main de Varignon), surtout au début.

à la Bibliothèque Mazarine (ms latin 3654). Le cours est en deux parties, l'une de géométrie spéculative divisée en cinq livres (p. 1-174), l'autre de géométrie pratique (p. 175-298), plus un appendice de trigonométrie sphérique (p. 299-376).

• Les *Elemens de mathematique de Monsieur Varignon*²⁶ ont été publiés en traduction française par l'abbé Jean-Baptiste Cochet en 1731, neuf ans après la disparition de l'auteur du cours. Le livre a été publié avec Approbation et Privilège du Roy. L'approbation date du 17 décembre 1730 et est signée Fontenelle: « J'ai lû par ordre de Monseigneur le Garde des Sceaux, ces Elémens de Mathématique; j'ai cru que sur le nom seul du célèbre M. Varignon, il n'y auroit pas à douter que l'impression n'en dût être très-utile ». Le privilège royal date du 22 mars 1731. Dans une lettre dédicatoire, le livre est adressé à Louis de Bourbon-Condé, comte de Clermont, fondateur en 1729 d'une Société des arts, à laquelle participait Jean-Paul Gua de Malves, un des auteurs lus par le jeune D'Alembert.

Jean-Baptiste Cochet est, selon Charles Jourdain²⁷, licencié en théologie de la maison de Sorbonne, régent de philosophie au collège de Mazarin (en même temps que Geoffroy) et recteur d'octobre 1746 à octobre 1748. Dans les années 1750, il rédige ses cours de logique, de métaphysique, de morale et de physique expérimentale. Lorsqu'il publie en 1756 le dernier volet, *La Physique expérimentale et raisonnée*²⁸, il écrit à la fin de sa préface :

J'ose esperer que ceux qui souhaitent avoir en notre langue, un corps régulier, complet, & abrégé de Philosophie moderne, me sçauront gré d'avoir tâché de les satisfaire, en ajoûtant à la La Clef des Sciences & des Beaux-Arts dont on va faire une nouvelle édition, & aux élémens de Mathématique de Varignon que j'ai traduits & mis au jour en 1730 [sic], les trois autres parties de la Philosophie.

Pour Cochet, sa traduction des éléments de mathématiques de Varignon fait donc partie intégrante de son projet, achevé vingt-cinq ans plus tard, de publier un cours complet de philosophie en français. Il est notable qu'il en ait commencé l'exécution par les mathématiques qu'il a publiées sous la forme d'un bel *in-quarto* alors que les autres parties

26. *Elemens de mathematique de Monsieur Varignon*, des Académies Royales de France, d'Angleterre, & de Prusse, Professeur de mathématique au Collège de Mazarin, & Lecteur du Roy en philosophie au Collège royal, À Paris, chez Pierre-Michel Brunet, Fils, Quay des Augustins, près de la descente du Pont-Neuf, à l'image S. Augustin, 1731.

Avec Approbation et Privilège du Roy.

27. Charles Jourdain, *Histoire de l'université de Paris au xvii^e et au xviii^e siècle*, Paris, Hachette, 1862-1866. Il existe une réimpression, Bruxelles 1966.

28. À Paris, chez Claude Herissant, Fils, 1756. Pour la citation, voir p. ix.

doivent se satisfaire d'un petit format (in-16). Il doit s'agir d'un de ses premiers travaux, car il a soutenu sa thèse²⁹ de théologie le 18 avril 1730.

Dans une préface très élogieuse pour Varignon, Jean-Baptiste Cochet reconnaît explicitement être le traducteur des *Elémens* :

Monsieur Varignon ... n'a jamais donné ses Elémens de Géométrie qu'en Latin, je les ai traduits en François, avec autant de fidélité & de précision qu'il m'a été possible, afin de les rendre utiles à un plus grand nombre de personnes.

Les éléments de géométrie proprement dits y sont précédés d'un abrégé d'algèbre et d'arithmétique, qui traite des quatre opérations élémentaires, des proportions et fractions, de l'extraction des racines et des équations (66 pages + table des matières). Les éléments de géométrie (155 pages, pagination indépendante) sont divisés en deux parties : La géométrie spéculative et la géométrie pratique.

Une confrontation rapide de ces deux versions avec le manuscrit conservé dans les papiers de D'Alembert montre à l'évidence que nous avons affaire à un même cours, bien que les trois versions diffèrent légèrement entre elles. Dans la suite, je vais donner une description succincte du contenu de ce cours, tout en signalant les principales différences entre les trois versions.

Description succincte du « Traité de Géométrie » de Pierre Varignon

Le « Traité de Géométrie »³⁰ de Varignon est subdivisé en six livres. Le premier est consacré aux lignes droites et circulaires, le deuxième aux « surfaces ou superficies », le troisième aux « proportions en general » ou « Regles qui servent à comparer les grandeurs entre elles », le quatrième aux « proportions, lignes droites et figures qui en sont renfermées » et le cinquième aux « corps ou solides ». On y retrouve donc la subdivision classique en lignes (Livre 1), aires (Livre 2) et solides (Livre 5). Pour pouvoir comparer les aires entre elles, on a besoin d'une théorie des proportions (Livre 3) et de la similitude (Livre 4). Le dernier et sixième livre est intitulé « De la pratique » et se compose de problèmes résolus, y

29. Selon le catalogue collectif de France, un exemplaire de la thèse de Cochet intitulée « *Quaestio theologica : Quis sapiens ?...* » et soutenue le 18 avril 1730 sous la direction de Gaspard Thévenot est conservé dans la collection Joly de Fleury à la BnF. Je remercie Guy Picolet pour ce renseignement.

30. Cette description suit le manuscrit BI 2469 ayant appartenu à D'Alembert. Je l'appellerai cahier de D'Alembert bien que la seule chose dont on puisse être certaine c'est qu'il est aujourd'hui rangé dans les papiers de D'Alembert. Les différences importantes avec le manuscrit latin de la Mazarine – cours latin en bref – et surtout la traduction de Cochet imprimée en 1731 seront signalées.

compris à l'aide d'instruments dont l'élève apprend le maniement. Dans le manuscrit latin et les *Elemens* de Cochet, ce livre s'autonomise pour constituer une deuxième partie du cours.

Les cinq premiers livres de géométrie spéculative (ou la première partie) de ce traité ont une structure très fortement et sèchement déductive. Des axiomes ayant été posés, il y est procédé par définitions, corollaires, éventuellement lemmes, théorèmes et démonstrations. Celles-ci ne sont qu'une suite d'énoncés de propriétés avec des renvois aux axiomes, définitions et théorèmes qui précèdent. Parfois on distingue deux cas, chacun ayant sa démonstration particulière. On n'y trouve guère d'explications, ni de commentaires, rarement des exemples. Ceux-ci sont traités sous la forme de problèmes dans la partie consacrée à la géométrie pratique.

Dans le cahier de D'Alembert sont cependant insérés des « avis » – ou « monita » dans le manuscrit latin de la Mazarine où ils sont également présents – qui ont un statut un peu différent. Le professeur s'y adresse directement aux élèves. Il lui arrive de dire « je », surtout en français, le latin privilégiant le « nous » ou des formes plus impersonnelles pour le même type de remarques. Ces avis accompagnent, pour ainsi dire, l'édifice purement déductif que le professeur construit devant ses élèves. Cette voix « off » commente ce que le professeur est en train de faire, annonce d'où l'on vient et où l'on va, crée donc des liens, apporte des précisions techniques (souvent algébriques) et introduit des notations. Dans la suite, je m'appuierai sur cette voix d'accompagnement pour commenter la structure du cours.

Le traité débute ainsi :

L'algebre que l'on appelle en general la mathématique a pour obiet la quantité. C'est a dire que cette science s'applique a tout ce qui peut estre augmenté, ou diminué, a ce qui peut estre plus grand, ou plus petit qu'une autre chose, ou qui peut luy estre égal ; en un mot a tout ce qui peut estre nommé, ou mesuré, qui est ce qu'on appelle quantité ; mais comme l'on distingue deux sortes de quantités ; scavoir la quantité continuë dont toutes les parties sont jointes ensemble, et la quantité discrete dont les parties sont desunies et separées, lesquelles quantités on appelle la grandeur et la multitude de meme la mathématique en general n'a que deux parties : scavoir la geometrie, et l'arithmétique dont la premiere s'applique a la grandeur et l'autre a la multitude, de sorte que tout ce que l'algebre demontre est également vray dans la geometrie et dans l'arithmétique qui sont les deux seules et uniques parties de la mathématique a legard des autres sciences qu'on appelle ordinairement parties de mathématiques, telles sont l'astronomie, l'optique, l'adioptrique la catoptrique la mecanique ou science des mouvemens ; l'architecture civile et / militaire, ce sont plutost des parties de phisique que de mathématique, et on ne les appelle parties de mathématique que parce quelles sont entierement fondées sur la geometrie dont je vais donner les elements³¹.

31. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 1/2.

Le professeur, Pierre Varignon ou l'auteur de la traduction conservée dans les papiers de D'Alembert, restreint ici les mathématiques à la géométrie et à l'arithmétique. Il renvoie les autres sciences mathématiques comme l'astronomie, l'optique, la mécanique, etc. vers la physique bien qu'elles soient fondées entièrement sur la géométrie. On peut encore y lire un rapport de subordination à la géométrie. Cochet dans sa traduction ne retient de même que deux parties pour les mathématiques, qu'il nomme géométrie et algèbre. Les autres sciences mathématiques sont, pour lui, une « application de l'Algèbre & de la Géométrie à la Physique ». Mathématique et physique existent indépendamment l'une de l'autre, mais la première s'applique à la seconde. Le manuscrit latin³² est plus explicite, puisqu'il explique que ces sciences auxquelles on donne le nom de mathématiques requièrent des résultats démontrés en géométrie pour les appliquer à leur propre matière. Signalons en passant que dans le *Traité de dynamique* (1743), D'Alembert élève la mécanique au rang de science mathématique au même titre que la géométrie ou l'algèbre/arithmétique.

La géométrie, qui est l'objet du traité, est « la science des grandeurs telles que sont les distances des lieux, les longueurs des chemins, les largeurs

32. *Incipit* du ms. 3654 de la Bibliothèque Mazarine, p. 1-4: « *Antequam geometriae ingredias penetrabilia in vestibulo paulisper consistam iisque qui haec ad studia minus accedunt parati, gratum (opinor) facturus, eo spectantia generalia quaedam praelibabo.*

Itaque de Matheseos proxime dispiciamus objecto, cujus variis speciebus, seu diversi modo consideratione Mathesis ipsa varias in partes dividitur. Qua de re sciendum est objectum matheseos generale, prout id vulgo statuitur quantitatem esse quamlibet sive motus, sive luminis, sive sossi (?), sive longitudinum, latitudinum et altitudinum, sive corporum, sive ponderum, sive numerorum, uno verbo rei / (p. 2) cujuslibet mensurabilis et numerabilis : Quantum enim est id quod augmenti aut decrementi capax est, quod augeri vel minui, quod aequale vel majus vel minus altero dici potest ; ac id, inquam, objectum est circa quod totum quantum est versatur Mathesis universim sumpta, vulgo Algebra.

Quoniam vero species est quantitatis duplex, magnitudo scilicet et multitudo, quae alii continuam discretamque quantitatem appellant ; duas etiam in partes Mathesis universa dispescitur, Geometriam scilicet et arithmetican ; adeo ut quidquid fuerit demonstratum ab Algebra in mathesi generali, id etiam vera constet in Geometria et arithmetica quibus solin tota mathesin continetur.

Quod autem caeteras quas vulgo dicunt matheseos partes attinet Astronomiam, Opticam, Dioptricam, Catoptricam, Mechanicam, seu motuum scientiam etc. pro naturalis scientiae seu physicae partibus / (p. 3) geometriae subsidio tractatis omnino sunt habendae. Nec enim hae scientiae alia ratione mathematicarum nomine donantur, quam idcirco quod consideratio quantitatis ipsis interveniat, et quod in geometria (non luciosi modo sed et sublimiori) demonstratas conclusiones requirant, suae ut applicent materiae. Quo ratione vix aliqua par est scientiae naturalis quae mathematicae titulum sibi non queat arrogare ; adeoque cui non liceat lucis aliquid aut firmamenti de geometria mutuari, est enim magnitudo communis affectio rerum phisicarum, corporum naturae ponitur illigata, corporeis omnibus accidentibus permixta et quasi substracta, nec non in effectuum quorumcumque naturalium productione primas ferme partes ferens. Suas quoque corpora figuras obtinent, obeunt locales motiones, quarum interventu, si minus omnes, plurimi saltem et positioni (et quicumque fere / (p. 4) philosophicam elixationem admittunt) effectus peraguntur, quibus determinandis et inter se conferendis geometrica subinde theoremata deservire possunt et conducere ».

des rivières et des fosses, [...] C'Est ce qui fait que cette partie des mathématiques a pour objet la ligne, la superficie, et le corp »³³. Pierre Varignon se donne le corps solide – « ce qui a de l'étendue de tous côtés » –, puis en déduit les aires qui ne sont que ses extrémités sans profondeur. De même, les extrémités sans largeur sont des lignes, dont les extrémités sont des points. Varignon ajoute: « Il suit de tout ceci que les superficies, les lignes et points sont en nature avec les corps », c'est-à-dire qu'avec les corps, qui existent en nature, sont donnés les aires, les lignes et les points. Ceux-ci existent réellement et non seulement par abstraction mentale³⁴. L'abbé Cochet ne se soucie pas de la nature de l'existence des lignes, surfaces et corps. Il pose³⁵ simplement:

L'étendue en longueur considérée sans largeur & profondeur, se nomme ligne. L'étendue en longueur & largeur considérée sans profondeur, se nomme surface. L'étendue en longueur, largeur & profondeur, se nomme corps ou solide. Ces trois sortes d'étendue sont l'objet de la Géométrie.

Dans les deux cours manuscrits suivent ensuite « Des principes de géométrie »³⁶, qui sont absents de la traduction de Cochet:

La géométrie commence par des principes si aisés à comprendre, qu'il n'y a personne qui puisse les nier ; En suite elle ne met rien en avant qui par un raisonnement clair et net ne soit prouvé par ses principes : et c'est de cette manière que cette science nous prouve et nous démontre ses admirables propositions qui du premier abord paroissent Incroyables, elle se sert pour cela de trois sortes de principes, sçavoir, les axiomes ou maximes, les définitions et les demandes, ou suppositions.

Des définitions des notions d'axiome, demande, problème, théorème, corollaire et lemme ayant été données, puis huit axiomes ayant été posés, le professeur formule un avis : « Je ne suppose rien dans les cinq premiers Livres sinon que l'on puisse imaginer des lignes droites tirées d'un point à un autre et prolongées autant qu'il en sera besoin »³⁷. On peut alors entrer dans le vif du sujet. Chacun des cinq premiers livres ouvre sur une phrase introductive présentant le contenu. Ainsi, pour le « Livre premier de la géométrie, Des lignes » :

33. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 2.

34. Le manuscrit latin est ici encore plus explicite : « *Atque ex his omnibus sequitur non per solam mentis abstractionem sed vere et realiter superficies, lineas, ac denique puncta simul existere cum corporibus quorum sunt extremitates* » (Mazarine, ms. 3654, p. 5).

35. Traduction de Cochet, *Elemens de géométrie*, p. 1.

36. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 3/4.

37. BI 2469, Traité de Géométrie, avis 2, p. 9.

nous traiterons dans ce livre des lignes qui sont de deux sortes, scavoir les droites et les circulaires Ce Livre est divisé en trois chapitres ; dans le premier nous parlerons des lignes droites et des angles quelles font. Dans le second nous parlerons des lignes circulaires et de leurs rencontres avec les lignes droites et entre elles ; dans le troisieme nous expliquerons la mesure des angles.

Le chapitre 1 débute avec la définition de la ligne droite, qui est « la ligne la plus courte de toutes celles qu'on peut mener ou imaginer d'un point à l'autre »³⁸. Toutes les autres s'appellent lignes courbes. Il est remarquable que le point n'a pas été défini dans la structure déductive, il est donné comme préalable. Dans l'ensemble des lignes, seules les droites se distinguent, toutes les autres sont dites courbes. Un certain nombre de propriétés sont déduites sous forme de corollaires de cette définition, comme « d'un point à un autre on ne peut mener qu'une seule ligne droite » ou « deux lignes droites ne peuvent renfermer aucun espace », puis la voix du maître dit³⁹ :

Cecy suffit touchant la nature des lignes droites, il faut maintenant parler de leurs différentes situations. C'est-à-dire de leurs rencontres et de leurs parallélismes, mais comme il les faut considérer dans un même plan, il faut auparavant expliquer ce qu'il faut entendre par ce mot de plan.

Suivent les définitions de plan et d'angle⁴⁰ :

Definition II

Une superficie à laquelle on peut appliquer une ligne droite de tous sens, s'appelle plan ou superficie plane, toute autre s'appelle superficie courbe.

Definition III

L'ouverture qui se fait à la rencontre de deux lignes inclinées l'une à l'autre dans un même plan s'appelle angle plan ou simplement angle.

Trois sortes d'angle sont introduites : les angles rectiligne, curviligne et mixtiligne, puis un avis attire l'attention des élèves sur la manière de noter les angles et donne un exemple.

Vous remarquerez que dans la suite nous nommerons les angles par trois lettres, dont celle du milieu signifie le sommet de l'angle ainsi l'orsque nous nommons l'angle DBE son sommet sera marqué par B.

38. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 9.

39. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 10.

40. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 11.

Après avoir défini l'angle droit et la perpendiculaire, Varignon démontre trois théorèmes (dont un avec sa réciproque) sur les droites sécantes et les angles qu'elles forment. C'est à partir de ces sécantes que Varignon introduit alors le parallélisme de deux droites : deux droites inclinées de la même manière à une troisième, c'est-à-dire qui font avec elle des angles égaux, sont dites parallèles. Le premier chapitre (sur les lignes droites, sécantes, perpendiculaires et parallèles) se termine par l'avis suivant : « ...il faut maintenant examiner les mesmes choses des lignes circulaires et de leurs rencontres avec les lignes droites »⁴¹. C'est l'objet du chapitre II, qui ouvre sur la définition de la circonférence (règle qui tourne autour d'un point), du cercle, de l'arc de cercle, du centre, des rayons, des cordes, des diamètres, des segments de cercle, des secteurs et des tangentes. Varignon y démontre quatre théorèmes et des corollaires « sur la rencontre des lignes droites avec le cercle » et deux théorèmes (+ corollaires) sur les cercles qui se coupent ou se touchent. La transition vers le chapitre 3 (De la mesure des angles rectilignes) s'effectue de nouveau par un avis :

voilà tout ce qui regarde la nature et la différente situation des lignes, tant droites que circulaires, et comme les angles que font ces lignes, se mesurent par les lignes circulaires comme nous verrons dans le chapitre suivant ; il est à propos de parler icy de la mesure de ces angles puisque sans cela nous ne pouvons rien dire des superficies⁴².

Varignon y démontre le théorème XVI suivant, dont je reproduis en guise d'exemple la démonstration⁴³ :

La mesure d'un angle placée au centre d'un cercle est l'arc qui est compris entre ces cotées, c'est à dire que l'angle au centre est égal à l'arc sur lequel il est appuyé.

Démonstration

La Def. 3^e [celle de l'angle plan] et le cor. de la définition 6 [celle du cercle] renferment la démonstration de ce théorème.

Le corollaire⁴⁴ mentionné introduit la mesure de l'angle et dit ce qui suit :

De cette description de cercle, il suit que la mesure du mouvement ou du chemin que fait la règle AB depuis la ligne droite AC, C'Est à dire de

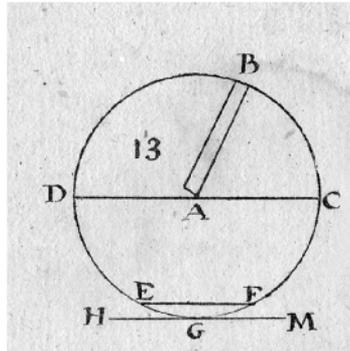
41. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 31.

42. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 51. Les superficies seront, je le rappelle, l'objet du Livre II.

43. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 51. Les additions entre crochets sont les miennes.

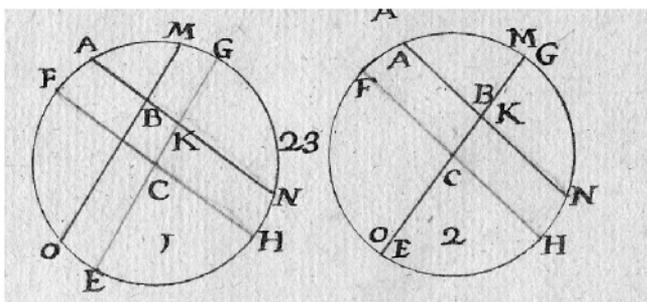
44. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 33.

l'ouverture qui se fait entre les deux lignes droites AB et AC par le mouvement de la règle, est l'arc BC que cette règle décrit par ce mouvement, puisque cet arc est le vestige de ce mouvement, par conséquent en est la mesure.

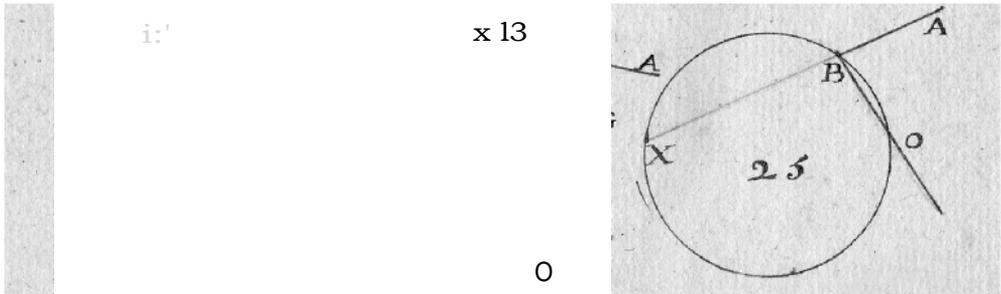


[Fig. 13, fol. 223]

Dans la suite, Varignon considère, dans trois théorèmes supplémentaires – les théorèmes XVII, XVIII et XIX – les cas où l'angle se trouve décentré dans le cercle, sur la circonférence et en dehors du cercle. Dans chaque cas, il indique la mesure de l'angle. Notons que des théorèmes manquent dans la traduction de Cochet.



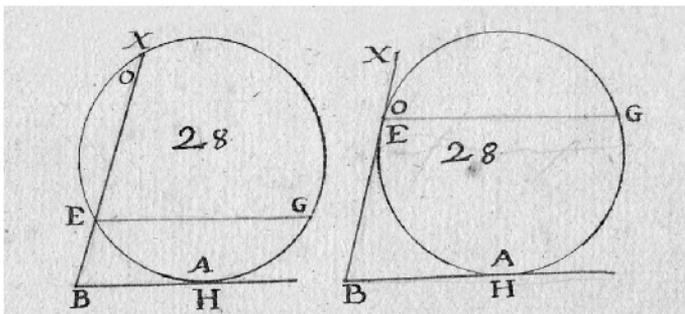
[Fig. 23, fol. 225]



[Fig. 24, 25, fol. 225]



[Fig. 28a, fol. 225]



[Fig. 28b-c, fol. 225]

« Le Livre II de la geometrie. Des surfaces ou superficies » se trouve d'emblée restreint aux « superficies planes a l'exemple d'Euclide »⁴⁵. Varignon y suit le même plan que pour les lignes droites : intersection de deux plans, inclinaison d'un plan sur un autre, plans perpendiculaires et plans parallèles. Il définit ensuite des figures rectilignes, curvilignes et mixtilignes, mais de fait, il sera question essentiellement de triangles rectilignes et de parallélogrammes. Puis, on aimerait bien pouvoir comparer ces figures entre elles. La voix du maître avertit alors :

nous ne pouvons pas passer plus loin sans la connaissance et l'usage des regles de proportion car la mathematique est tellement fondée sur ces regles que quiconque les ignorera, ou les croyra trop a la legere, ne pourra jamais faire aucuns progres dans cette science. Il faut donc expliquer presentement les proportions et les demontrer, non pas seulement dans les nombres, mais dans toutes sortes de grandeurs puisque les nombres ne servent que pour exemples et que les exemples ne font point des demonstrations.⁴⁶

Varignon commence le Livre III, consacré aux « proportions en general », en donnant des définitions des notions de rapport ou raison, de rapport arithmétique ou de rapport géométrique. Ainsi :

Legalité ou l'inegalité que les mathematiciens remarquent entre les grandeurs qui sont comparées ensemble cette Egalité ou Inégalité, sapelle rapport ou raison, et si on considere ce raport selon la difference, dont la plus grande quantité surpasse la plus petite ; ... Ce rapport ainsy consideré sapelle raport arithemetique.⁴⁷

Comme exemple, Varignon donne 6 et 2. Leur rapport arithmétique est 4 puisque « 2 est supassé par 6 de quatre unités ». Leur rapport géométrique est 3 car on considère alors « l'inegalité des grandeurs, suivant la maniere dont la plus grande contient la plus petite ; ou bien dont la plus petite est contenuë dans la plus grande ». Il suit de ces définitions qu'il n'y a de rapport « qu'entre les grandeurs homogenes, c'est a dire de mesmes especes ». Ainsi, par exemple, « il n'y a point de raport entre la distance qu'il y a de paris a Lyon, et celle qu'il y a de pasque a la pentecoste ». Varignon introduit alors l'antécédent et le

45. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 58.

46. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 81.

47. BI 2469, Traité de Géométrie, définition XIV, p. 81/82.

conséquent, les rapports d'égalité et d'inégalité, puis compare deux rapports entre eux :

Deux raports par exemple, celui de A a B [et de C a D] sapellent semblables, ..., lorsque l'antecedent de l'un A contient de la mesme maniere {c'est a dire ny plus ny moins} son consequent B et que l'autre antecedent C contient son consequent B de la mesme maniere que l'autre antecedent C est contenu dans son consequent D⁴⁸.

La proportion (ou analogie) est alors « la ressemblance qu'il y a entre deux raports »⁴⁹. Si A a B et C a D sont semblables, alors A est a B comme C est a D et on note cette proportion $A/B // C/D$. Varignon en déduit un lemme dit « fondamental des proportions ». Si l'on a la proportion $AD/DB // CD/DE$, alors $AE = CB$, c'est-à-dire que les parallélogrammes AE et CB seront égaux entre eux. Et réciproquement.

La règle de trois est introduite sous forme d'un corollaire au lemme ci-dessus: « Il suit de cecy la methode de trouver un quatrième nombre proportionnel a trois nombres données lequel quatrième nombre s'appelle x ». L'exemple qu'il cite s'énonce: « Si je depense 60 Ecus en cinq mois, en combien de mois en depenserayie 252 ? »⁵⁰. Varignon écrit l'analogie $60/5 // 252/x$, dont il tire $x = 21$.

Suivent alors sept règles de manipulation des proportions illustrées par une figure (Fig. 45) :

Si $AB/CD // CD/DE$, alors *invertendo* $DB/AD // DE/CD$.

Si $AD/CD // DB/DE$, alors *alternando* $AD/DB // CD/DE$.

Si $AB/CD // CD/DE$, alors *componendo* ou *addendo* AD plus $DB/DB // CD$ plus DE/DE .

Si $AB/DB // CE/DE$, alors *detrahendo* AB moins $DB/DB // CE$ moins DE/DE .

Si $AB/DB // CE/DE$, alors *convertendo* $AB/AD // CE/CD$.

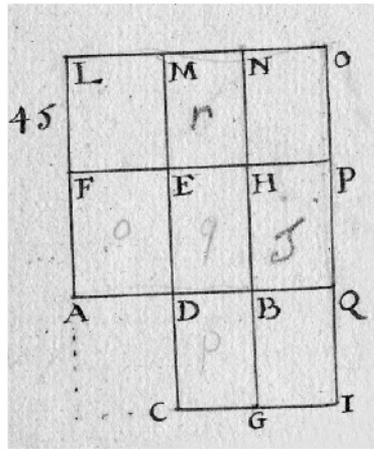
Si $AD/DB // CD/DE$ et $DB/BQ // DE/EM$, alors *ex proportione ordinata* $AD/BQ // CD/EM$.

Si $AD/DB // DE/EM$ et $DB/BQ // CD/DE$, alors *ex proportione turbata* $AD/BQ // CD/EM$.

48. BI 2469, Traité de Géométrie, définition XVII, p. 83.

49. BI 2469, Traité de Géométrie, définition XIX, p. 85. Cochet, p. 55, dit de manière plus moderne: « On appelle proportion l'égalité de deux raisons... ». La proportion y est notée $A.B :: C.D$.

50. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 87. Cochet traite la règle de trois dans la partie consacrée à l'arithmétique, p. 38-40.



[Fig. 45, fol. 227]

Cette partie se termine par un avis encourageant:

quoy que letudiant ne comprenne pas tout d'un coup toutes ces choses, il ne faut pas pour cela qu'il perde courage parce que l'ors qu'il en fera usage, il les aprandra mieux dans les exemples et connoitra aisement que ces sept regles comprennent seules tout ce qu'Euclide a dit des proportions⁵¹.

« Ces choses » sont immédiatement appliquées, au Livre IV, à la théorie classique de la similitude des figures, notamment des triangles et des parallélogrammes. Le cercle y est traité comme un polygone infinilatère. Ainsi, on y trouve la remarque que les polygones inscrits et circonscrits au cercle « deviennent infinilateres et a la fin ils se confonderont en un seul »⁵². Il suit que « le cercle et toutes les figures planes renfermées par des lignes courbes peuvent être considérées comme des polygones Infinilateres, c'est a dire d'un nombre Infiny de cotées »⁵³. Après avoir indiqué que la superficie du cercle est égale à celle du triangle dont la hauteur est le rayon et la base la circonférence, Varignon parle de la quadrature du cercle dans les termes suivants :

51. BI 2469, *Traité de Géométrie*, p. 94. Chez Cochet, p. 59, on lit: « Tout ce qu'Euclide a dit des proportions, est renfermé dans ces sept règles, qui sont la base & le fondement de la Dialectique des Mathématiciens, comme on le verra par l'application de ces règles qui suffisent pour l'intelligence de tout ce qui appartient aux proportions en général ».

52. BI 2469, *Traité de Géométrie*, p. 111.

53. BI 2469, *Traité de Géométrie*, p. 112.

Il est évident selon cecy qu'il seroit bien aisé de trouver une figure rectiligne egalle a un cercle, s'il etoit possible de trouver une ligne droite qui fût egalle a la circonference, mais c'est la difficulté ; et les geometres n'ont encore pu trouver cette ligne qu'a peu pres et peutestre ny parviendront ils jamais. que si cela ce pouvoit, on auroit a la fin la quadrature du cercle qu'il y a si longtemps que l'on cherche, c'est a dire une moyenne proportionnelle entre le demy rayon et la circonference de la quelle moyenne proportionnelle le quarré seroit egal a la superficie du cercle, qui est ce que l'on cherche pour avoir la quadrature du cercle⁵⁴.

Viennent ensuite quelques éléments de trigonométrie rectiligne – sinus, tangente, sécante, sinus total, sinus verse – qui doivent permettre de « reduire en lignes droites ce qu'il y a de circulaire dans les triangles »⁵⁵.

Le « Livre V de la geometrie Des corps ou des solides », débute ainsi :

Comme toutes les figures rectilignes se divisent en triangles, ainsy tous les corps se divisent en piramides, et comme la connoissance des piramides depend particulièrement des parallelepipedes et des prismes, nous parlerons seulement de ces trois choses autant que nous en aurons besoin pour trouver les solidités des corps⁵⁶.

Le prisme, par exemple, est défini par la translation d'un plan parallèlement à lui-même.

Il suit de cette generation des parallelepipedes ou des prismes rectangles, que ces corps sont produits ou faits par la repetition de la baze repetée autant de fois qu'il y a de points dans leurs hauteurs et par consequent qu'un chacun de ces corps est égal au produit de sa baze multipliée par sa hauteur⁵⁷.

Pour établir les volumes et les superficies de la sphère, du cylindre et du cône, Varignon trace un carré avec une de ses diagonales et un quart de cercle inscrit. Lorsque le carré est mis en rotation, il décrira un cylindre, le quart de cercle une hémisphère et le triangle formé par la diagonale et deux côtés du carré un cône. Varignon demande alors aux élèves d'imaginer « que ces trois solides soient coupés par un nombre infiny de plans paralleles à la baze »⁵⁸. Il raisonne donc sur des infinitésimaux. Cochet ajoute d'ailleurs une référence à Archimède.

54. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 114.

55. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 116.

56. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 129.

57. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 130.

58. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 139.

Le dernier Livre, beaucoup plus volumineux que les autres (p. 141-220), est consacré à la géométrie pratique dont Varignon (ou son traducteur) dit :

La geometrie pratique, ne sert pas seulement a mesurer la terre comme le porte son nom, mais elle sert a mesurer toutes sortes de quantités, on l'appelle cependant geometrie, C'est a dire mesure de la terre ; parce qu'elle a servy autres fois en Egypte {ou elle a été inventée} a mesurer les terres et les campagnes, a cause que les debordements du n'il confonderent tous les ans les limites des champs ; et comme la necessité est la mere des Inventions, et des Sçiences. on peut dire que la geometrie a été inventée par occasion. tout ce qui a quelque quantité au ciel et en la terre peut être mesuré par la geometrie pratique ...⁵⁹

L'élève y apprend à ériger une perpendiculaire à une droite donnée, à mener par un point donné une parallèle à une droite donnée, à diviser les angles en 2ⁿ parties. Pour la division de l'angle en trois parties, il est fait recours à un instrument. Nous nous proposons de revenir ailleurs sur ce dernier livre.

Résultats de la confrontation et conclusions

Le cahier inséré dans le volume 2469 intitulé « Géométrie de Varignon & autres ouvrages de géométrie élémentaire » et regroupant des papiers ayant appartenu à D'Alembert, contient bien des notes en français correspondant au cours de géométrie que Pierre Varignon a pu dicter en latin au Collège de Mazarin. Lorsqu'on confronte ces notes à la traduction française du même cours publiée par l'abbé Cochet en 1731 sous le titre d'*Elemens de mathematique de Monsieur Varignon*, il est manifeste que les deux traductions, même si elles ne diffèrent pas beaucoup, ne sont pas identiques. Il y a différence de contenu, l'abbé Cochet ayant fait précéder le cours de géométrie par un abrégé d'algèbre et d'arithmétique. Différence de structure aussi, puisque Cochet distingue deux parties, l'une spéculative, l'autre pratique, alors que dans le cahier de D'Alembert la géométrie pratique est traitée sur le même plan que la théorie des proportions par exemple, c'est-à-dire comme un des six Livres du cours. Les notes manuscrites gardent quelque trace de l'oralité d'un cours dicté. Les « avis » dans lesquels le professeur dit « je » sont absents de la version imprimée. Leur contenu reformulé a cependant parfois trouvé place dans l'imprimé.

⁵⁹. BI 2469, Traité de Géométrie, p. 141. Cette description ne se trouve pas dans Cochet.

Sinon, les différences entre les notes manuscrites et le cours imprimé sont minimes. Les figures, plus nombreuses et regroupées dans des tables numérotées dans l'imprimé, ont même lettrage que celles du manuscrit, sauf que certaines sont en position inversée. J'ai signalé des différences dans la notation des proportions. La seule différence véritable concerne les théorèmes réciproques, que Cochet met sur le même plan que les théorèmes directs, sans signaler le lien de réciprocité.

En conclusion, nous sommes en présence de deux traductions françaises du même cours latin de Pierre Varignon, l'une restée manuscrite, l'autre imprimée en 1731. Les notes manuscrites retrouvées dans les papiers de D'Alembert ne sont pas de sa main. Nous pouvons tranquillement exclure l'hypothèse formulée naguère par Hankins selon laquelle Léonor Caron, professeur de mathématiques de D'Alembert, se serait servi des *Elementa geometriae* de Varignon, qu'il se serait contenté de traduire en français et de dicter à ses élèves. Caron, comme Varignon, faisaient leurs cours en latin. La traduction manuscrite (jadis attribuée à la main de D'Alembert) est un peu plus archaïque dans la forme que le cours imprimé, pour ce qui concerne notamment les notations ou certaines définitions (comme celle de la proportion). S'agit-il d'une première version de la traduction que l'abbé Cochet aurait ensuite reprise pour la publication, comme Marie-Madeleine Compère l'a suggéré au colloque de Lille ? Rien ne permet de l'exclure ni de l'affirmer. Je pencherais plutôt pour l'existence de deux traductions indépendantes, dont celle conservée dans les papiers de D'Alembert précéderait d'une ou deux décennies celle imprimée en 1731 par le tout jeune docteur Cochet. Il faut alors expliquer comment ce cahier est parvenu dans les papiers de D'Alembert ? Signalons qu'il ne s'agit pas du seul document concernant Varignon que D'Alembert conservait « dans ses paperasses ». Ainsi, il possédait également une « vieille lettre de Leibnitz à Varignon, bien authentique et signée de sa main »⁶⁰ qu'il a communiquée à Lagrange lorsqu'il était question d'éditer les œuvres complètes de Leibniz⁶¹. Fontenelle, qui était le légataire universel de Varignon et donc en possession de ses papiers, côtoyait D'Alembert à l'Académie à partir de 1741 et a possiblement communiqué des écrits du « célèbre Varignon » au jeune D'Alembert, avide de parfaire sa formation

60. Ces termes autorisent à penser que D'Alembert avait par devant lui la lettre originale. Voir D'Alembert à Lagrange en date du 2 mars 1765, *Œuvres de Lagrange*, t. XIII, p. 32-35. Je remercie Irène Passeron de m'avoir signalé cette lettre.

61. Lagrange était responsable du volume III consacré aux mathématiques de l'édition latine des œuvres de Leibniz parues en 6 volumes sous la direction de Louis Dutens à Genève en 1768 (réimpression: Hildesheim, 1989).

de mathématicien. Mais nous ignorons pratiquement tout du *Nachlass* de Varignon et de sa postérité.

Le cahier de cours conservé avec les papiers de D'Alembert donne des renseignements précieux sur les éléments de géométrie tels que Varignon les enseignait au collège des Quatre-Nations vers le tournant du siècle, et il mérite d'être étudié à ce titre. Malheureusement, il ne livre que peu d'informations concernant la formation mathématique du jeune D'Alembert. La place qu'on peut lui assigner dans le cadre d'œuvres complètes de D'Alembert est tout à fait marginale.

Jeanne PEIFFER
CNRS, Centre Alexandre Koyré