La place de l'analyse dans la classification des mathématiques : de l'*Encyclopédie* à la *Méthodique*

Christian Gilain

Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/rde/4728>

DOI : 10.4000/rde.4728

ISSN : 1955-2416

Éditeur

Société Diderot

Édition imprimée

Date de publication : 15 décembre 2010

Pagination : 109-1028

ISBN : 978-2-9520898-3-8

ISSN : 0769-0886

Référence électronique

Christian Gilain, « La place de l'analyse dans la classification des mathématiques : de l'*Encyclopédie* à la *Méthodique* », *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie* [En ligne], 45 | 2010, document 7, mis en ligne le 15 janvier 2011, consulté le 30 juillet 2021. URL : <http://journals.openedition.org/rde/4728> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/rde.4728>

La place de l'analyse dans la classification des mathématiques : de l'*Encyclopédie* à la *Méthodique*

L'historiographie situe souvent au ^{xix}^e siècle l'apparition de l'analyse mathématique dans son sens actuel : branche spécifique des mathématiques, distincte en particulier de l'algèbre. Nous allons voir que la réalité historique est plus complexe, en étudiant le statut de l'analyse mathématique et son évolution dans les grandes encyclopédies de la période des Lumières, entreprises auxquelles ont participé des mathématiciens importants. Nous considérerons ainsi successivement : l'*Encyclopédie* éditée par Diderot et d'Alembert, dont ce dernier a dirigé, et largement rédigé, la partie Mathématique, dans les années 1750 ; le *Supplément à l'Encyclopédie*, avec l'apport de Condorcet, dans les années 1770 ; la partie *Mathématiques* de l'*Encyclopédie méthodique*, éditée par Bossut, Condorcet et Charles, dans les années 1780.

Initialement, on le sait, l'*Encyclopédie* devait être une simple traduction française de la *Cyclopædia* anglaise de Chambers¹. Si l'*Encyclopédie* a pris une toute autre ampleur, tant sur le plan scientifique que sur le plan idéologique, il est souvent utile, pour bien évaluer l'apport de d'Alembert, de comparer ses articles de mathématiques à ceux de la *Cyclopædia* ; on verra que c'est notamment le cas sur la question du statut de l'analyse.

I. Analyse et mathématiques dans l'Encyclopédie

Si l'on considère l'entrée ANALYSE dans le tome I de l'*Encyclopédie*, publié en 1751, on y trouve six articles distincts². Le premier article, écrit

1. On utilisera les abréviations courantes : *Cyclopædia*, *Encyclopédie*, *Supplément*. Dans cet article, l'abréviation *Méthodique* désignera seulement la partie *Mathématiques* de l'*Encyclopédie méthodique*.

2. Pour le premier article, Analyse est écrit en grandes capitales, pour les cinq autres il est en petites capitales.

par d'Alembert, concerne l'Analyse en Mathématiques et possède toute une chaîne de « désignants »³, que l'on va examiner ci-après ; le deuxième article a le désignant *Grammaire* ; le troisième a le désignant *Logique* ; les quatrième et cinquième ont le désignant *Littérature* ; enfin, le sixième comporte le désignant *Chimie*.

Cette grande diversité de sens du terme analyse se retrouve dans l'ensemble de l'ouvrage. En faisant une recherche « plein texte » avec la version électronique de l'*Encyclopédie*⁴, on trouve près de 900 occurrences répertoriées du terme, dont seulement un quart environ correspond au sens mathématique figurant dans le premier article. Cela confirme le caractère très polysémique de ce mot.

En fait, même si l'on se restreint au premier article, où l'analyse est définie dans le cadre des mathématiques, le sens du terme n'est pas univoque. Deux types de caractérisations apparaissent : celui où l'analyse est présentée comme une *méthode* et celui où elle apparaît comme un *domaine*, une branche des mathématiques, avec ses objets propres. On va s'intéresser particulièrement au développement de cette seconde conception de l'analyse mathématique, dans les diverses encyclopédies considérées.

Analyse : les désignants et le Système figuré

Souvent, ne figure qu'un seul désignant après la vedette d'un article, comme pour ANALYSE (*Grammaire*). D'autres fois, notamment lorsque l'article porte sur une notion importante, par exemple une science qui figure dans le Système figuré, on trouve une chaîne de désignants, allant du général au particulier, permettant de suivre la localisation précise du terme dans l'arbre des connaissances, à partir du « tronc ». C'est le cas pour les articles MATHÉMATIQUE OU MATHÉMATIQUES, ARITHMÉTIQUE, ALGÈBRE, GÉOMÉTRIE. Le premier article ANALYSE, qui concerne les mathématiques, est aussi dans ce cas et l'on a :

« ANALYSE (*Ordre encyclopédique, Entendement, Raison, Philosophie ou Science, Science de la Nature, Mathématiques pures, Arithmétique littérale, ou Algèbre, Analyse*). »

D'après cette chaîne, l'Analyse, située dans le cadre des mathématiques pures⁵, devrait être considérée comme une branche de l'Algèbre.

3. Sur cette notion, voir les actes du colloque *Les branches du savoir dans l'Encyclopédie*, publiés dans RDE, 40-41 (2006). Certains éléments de notre texte ont été présentés à ce colloque ; cependant, cette version est substantiellement étendue.

4. Voir le site <http://portail.atilf.fr/encyclopedie/>.

5. Rappelons qu'alors les mathématiques sont divisées en deux classes : les mathématiques pures, qui considèrent les propriétés de la grandeur de manière abstraite, et les

Figure 2. Fragment du Système figuré, concernant la partie Mathématiques

Mais, en parcourant la suite des désignants de cette chaîne dans le Système figuré, on constate que l'Algèbre se divise en deux parties dénommées « Algèbre élémentaire » et « Algèbre infinitésimale », et que l'on ne trouve pas à cet endroit le terme Analyse⁶ ! Dès le tome I de l'*Encyclopédie*, où est publié le Système figuré des connaissances humaines, et pour un article important rédigé par l'un des deux éditeurs, apparaît déjà un dysfonctionnement du système des désignants mis en place.

On trouve, certes, le terme Analyse dans le Système figuré mais ailleurs, au bout de la chaîne : Entendement, Raison, Philosophie, Science de l'Homme, Logique, Art de penser, Méthode, Démonstration, Analyse. C'est le sens de l'analyse, comme méthode opposée à la synthèse, ce qui correspond au troisième article ANALYSE de l'*Encyclopédie*, où la notion est située en *Logique* (mais sans que soit explicitée la chaîne des désignants telle qu'on l'a indiquée ci-dessus)⁷.

mathématiques mixtes, qui ont pour objet les propriétés de la grandeur concrète (voir l'article MATHÉMATIQUE OU MATHÉMATIQUES de l'*Encyclopédie*).

6. La situation est la même dans l'« Explication détaillée du système des connaissances humaines ».

7. Dans le Système figuré, on trouve aussi, dans le cadre des Mathématiques mixtes, l'expression classique « Analyse des hazards ». La définition est donnée à l'article HAZARDS (ANALYSE DES) : « [c] est la science du calcul des probabilités ».

Si l'on écarte cette acception du terme analyse comme méthode opposée à synthèse, et si l'on revient au contenu du premier article, dont la chaîne des désignants semblaient nous conduire à l'analyse considérée comme domaine (sous-domaine de l'algèbre), on s'aperçoit que la situation reste complexe. D'Alembert donne, en effet, la définition suivante : « ANALYSE [...] est proprement la méthode de résoudre les problèmes mathématiques, en les réduisant à des équations » (*Enc.*, I, 400b). A ce stade, l'analyse apparaît plutôt comme une méthode que comme une science⁸.

Cependant, plus loin, d'Alembert écrit :

L'analyse est divisée, par rapport à son objet en Analyse des quantités finies et Analyse des quantités infinies.

Analyse des quantités finies est ce que nous appelons autrement *Arithmétique spéculaire* ou *Algèbre*. [...]

Analyse des quantités infinies, ou *des infinis*, appelée aussi *la nouvelle Analyse*, est celle qui calcule les rapports des quantités qu'on prend pour infinies, ou infiniment petites. Une de ses principales branches est la *méthode des fluxions*, ou le *calcul différentiel*. [...] (*Enc.*, I, 400b-401a).

Dans ce deuxième extrait de l'article, l'analyse apparaît comme une science, avec ses objets propres qui sont les quantités. L'algèbre est située alors comme une partie de l'analyse, celle traitant des quantités finies.

On peut donc constater l'ambivalence du statut de l'analyse et de son rapport à l'algèbre, dans cet article de l'*Encyclopédie* : est-ce une méthode ou un domaine ? Et si c'est un domaine, est-ce un sous-domaine de l'algèbre ou, inversement, l'algèbre est-elle un sous-domaine de l'analyse ? Ou bien encore, analyse et algèbre sont-elles des dénominations synonymes⁹ ?

Désignants des articles de calcul différentiel et intégral

On a vu que la chaîne des désignants de l'article Analyse renvoyait, dans le Système figuré, à l'une des deux branches de l'Algèbre, qui ne

8. Rappelons que, dans l'*Encyclopédie*, les Mathématiques sont définies comme « la science qui a pour objet les propriétés de la grandeur entant qu'elle est calculable ou mesurable » ; la Géométrie comme « la science des propriétés de l'étendue » ; l'Algèbre comme la « science du calcul des grandeurs considérées généralement » ; l'Arithmétique étant la « science des nombres ».

9. « L'*Analyse*, pour résoudre les problèmes, emploie le secours de l'Algèbre, ou calcul des grandeurs en général : aussi ces deux mots, *Analyse*, *Algèbre*, sont souvent regardés comme synonymes. » (*Enc.*, I, 400b), écrit aussi d'Alembert dans son article ANALYSE.

peut être que l'Algèbre infinitésimale, différentielle et intégrale¹⁰. Il est donc naturel de regarder quels sont les désignants utilisés pour les articles consacrés aux concepts fondamentaux du calcul différentiel et intégral. Or, on constate que la plupart des désignants utilisés pour ces concepts sont relatifs non à l'algèbre mais à la géométrie¹¹, ce qui correspond à l'autre branche des mathématiques pures dans le Système figuré : on trouve *Géométrie* tout court (articles DIFFÉRENTIER, INFINIMENT PETIT), *haute Géométrie* (article DIFFÉRENTIEL) ou, surtout, *Géométrie transcendante* (articles EXPONENTIEL, FLUXIO-DIFFÉRENTIEL, FLUXION, INTÉGRALE). Cela correspond à la tradition où le calcul infinitésimal apparaissait essentiellement comme une nouvelle méthode pour étudier des objets géométriques. On trouve aussi utilisés les désignants : *Mathématiques transcendantes* (article INTÉGRAL) ou simplement *Mathématiques* (article LIMITE). Le désignant *Algèbre* apparaît peu (articles Série ou Suite, Convergent). Le désignant *Analyse* n'est quasiment pas utilisé (article Retour des suites : *Analyse sublime*). On voit la complexité voire la confusion de la situation. L'article VARIABLE a même le désignant double *Algèbre & Géométrie*.

Cette situation éclatée ne correspond pas aux déclarations d'intention de l'éditeur d'Alembert, dans le Discours préliminaire, sur le rôle des désignants pour articuler l'ordre alphabétique du Dictionnaire et l'ordre encyclopédique du Système figuré¹². Outre l'intérêt sans doute limité de d'Alembert pour le travail classificatoire¹³, on peut penser que cela reflète aussi l'état des mathématiques au milieu du XVIII^e siècle, période de transition où, par exemple, dans les Mémoires de l'Académie des sciences de Paris les travaux de Calcul intégral sont encore souvent classés en Géométrie alors qu'apparaissent de plus en plus des classements en Algèbre¹⁴.

10. Cf. ci-après, section IV.

11. Cela vaut aussi bien pour les sept premiers volumes où d'Alembert était coéditeur de l'*Encyclopédie* que pour les volumes suivants.

12. Une certaine cohérence apparaît davantage dans les adjectifs que dans les substantifs, avec l'utilisation fréquente des qualificatifs « transcendante(s) », « sublime », « haute », ce qui montre une volonté de marquer le caractère non élémentaire des concepts du calcul infinitésimal. On verra l'importance de cet aspect des choses ci-après, à la section IV.

13. Voir, par exemple, d'Alembert, *Discours préliminaire de l'Encyclopédie*, introduit et annoté par M. Malherbe, Paris, Vrin, 2000, p. 110.

14. Voir C. Gilain, « Calcul intégral et algèbre au XVIII^e siècle », *Associazione Subalpina Mathesis* (Seminari 2006), p. 93-101.

Les planches d'Analyse

Il est cependant un lieu où le terme Analyse figure en bonne place dans l'*Encyclopédie* : ce sont les planches de figures. Il y a, en effet, à côté des planches des autres sciences mathématiques (Géométrie, Arithmétique, Algèbre, Mécanique, etc.) deux planches étiquetées « Analyse ». On trouve les références aux figures (au nombre d'une cinquantaine) de ces deux planches dans les articles suivants :

Conchoïde, Différentiel / Calcul différentiel, Maximum, Rebroussement, Courbe, Développées, Cissoïde, Tangente, Resecte, Origine, Rayon, Osculation, Lemniscate, Rectification, Quadratrice, Spirale logarithmique, Lieu géométrique, Circonscriit, Ambigène/ Hyperbole ambigène, Approche, Nœud, Conjuguée / Ovale conjuguée, Folium.

Ces articles ont comme désignant *Géométrie* ou, parfois, *Géométrie transcendante*¹⁵. En regardant leur contenu, on constate qu'ils concernent des objets géométriques étudiés, en général, à l'aide du calcul infinitésimal ; on est donc dans le cadre de l'application de ce calcul à la géométrie. Cela confirme le lien existant entre le calcul infinitésimal et la catégorie Analyse.

II. La Cyclopædia de Chambers

Comme on l'a dit dans l'introduction, il est nécessaire de revenir à la *Cyclopædia* de Chambers pour apprécier l'apport propre de l'*Encyclopédie* à cette question de l'analyse¹⁶. On trouve, dans la *Cyclopædia* un article « Analysis », qui se subdivise aussi en plusieurs sous-articles (avec les sens du terme en Logique, en Chimie, etc.).

Pour le sens en Mathématiques, on a la définition suivante : « ANALYSIS, in mathematics, a method of solving, or resolving mathematical problems. » Il s'agit donc d'un sens de méthode, avec une phrase qui semble proche de la définition que va donner d'Alembert dans l'*Encyclopédie*. Mais la suite montre que Chambers a d'abord en vue ici la conception traditionnelle de l'analyse comme méthode générale opposée

15. Dans le Système figuré, la géométrie transcendante constitue la seconde branche de la géométrie, l'autre branche étant la géométrie élémentaire. Celle-ci étant la géométrie de la droite et du cercle, celle-là étudie les propriétés des autres lignes courbes.

16. La *Cyclopædia* a connu plusieurs éditions, après la première, en deux volumes, datée de l'année 1728. Pour un point sur les recherches concernant les éditions utilisées par les encyclopédistes, voir Irène Passeron, « Quelle(s) édition(s) de la *Cyclopædia* les encyclopédistes ont-ils utilisée(s) ? », RDE, 40-41(2006), p. 287-292. Nous avons ici utilisé principalement la 2^e édition, publiée à Londres en 1738, en vérifiant qu'il n'y avait pas de différence avec la 5^e édition de 1742, pour les passages qui nous occupent.

à la synthèse, alors que d'Alembert précise d'emblée dans sa phrase de définition que l'Analyse est une méthode pour résoudre les problèmes « en les réduisant à des équations », établissant ainsi tout de suite le lien avec l'Algèbre.

Cependant, un peu plus loin, on trouve cette assertion de Chambers :

ANALYSIS, is divided, with regard to its object, into that of *finites*, and that of *infinites*.

ANALYSIS of *finite Quantities*, is what we otherwise call *specious arithmetic*, or *algebra*. [...]

ANALYSIS of *infinites*, called also the *New ANALYSIS*, is particularly used for the *method of fluxions*, or the *differential calculus*.

Ce passage correspond presque mot à mot à celui de l'article de d'Alembert, que l'on a cité précédemment, qui apparaît donc essentiellement comme une traduction de la *Cyclopædia*. Ce passage oriente la définition dans le sens de l'Analyse conçue comme un domaine du savoir, comprenant deux sous-domaines dont l'un est l'Algèbre. L'article ANALYSIS de la *Cyclopædia* manifeste donc la même ambivalence entre les sens de méthode et de science que l'on retrouve chez d'Alembert dans l'*Encyclopédie*.

Cependant, il y a dans la *Cyclopædia* un élément intéressant, sans équivalent dans l'*Encyclopédie* : la présence, après l'article ANALYSIS d'un autre article intitulé ANALYTICS, terme dont voici la définition : « ANALYTICS, Analytica, the science or doctrine, and use of *Analysis*. See ANALYSIS » C'est un terme qui correspondrait au français « Analytique » mais, si ce mot est couramment utilisé comme adjectif, il l'est rarement comme substantif ; il peut l'être cependant dans certains contextes philosophiques et on le trouve ainsi dans le Prospectus de 1745 de l'*Encyclopédie* contenant une traduction du tableau de Chambers¹⁷.

L'usage du terme « doctrine » par Chambers oriente ici davantage la définition dans le sens d'un domaine, d'une science. Cela est confirmé par la consultation du tableau des connaissances que Chambers fait figurer dans la Préface de son ouvrage. Plus précisément, l'« Analytics » est située, dans le cadre des Mathématiques pures, comme l'une des deux branches de l'« Arithmetic », l'autre étant l'« Algebra ». Elle figure ainsi dans la liste des 47 domaines – sciences ou arts – du tableau, sur lesquels Chambers, dans sa préface, écrit une note, en donnant pour chacun une définition et un sommaire des principaux thèmes correspondants.

17. Il est reproduit, page 39, dans le cadre de la traduction française de la Préface de la *Cyclopædia* par Michel Malherbe, publiée dans RDE, 37 (2004).

Cependant, il ne faut pas surestimer la cohérence de cette dualité Analysis / Analytics figurant dans la *Cyclopædia* : on peut retrouver avec le terme Analytics la même hésitation sur la distinction méthode / domaine et, dans ce dernier cas, sur le contenu du domaine. Ainsi, si l'on considère la note correspondante de Chambers, on y lit : « 9 ANALYTICS, or the resolution of Problems by species, or symbolical expressions. » (*Cyclopædia*, p. iv) ; ce qui semble plutôt orienter le terme dans un sens de méthode utilisant l'Algèbre, laquelle est définie comme la « doctrine of Equations ». Remarquons, par ailleurs que c'est dans l'article ANALYTICS que l'on trouve une bibliographie des principaux ouvrages sur l'Analyse des infinis¹⁸, à partir de Newton¹⁹ et Leibniz.

Un même mélange des deux termes se retrouve dans les planches de figures (très proches de celles reprises dans l'*Encyclopédie*) : elles sont étiquetées « Analysis », mais les références dans les articles peuvent renvoyer indifféremment à « pl[ate] Analysis » ou « pl. Analytics ».

III. Le Supplément à l'Encyclopédie

Deux éléments du *Supplément*, qui paraît en 4 volumes en 1776 et 1777, intéressent notre sujet.

Le premier est un ajout à l'article ANALYSE de d'Alembert dans l'*Encyclopédie*, qui est présenté ainsi par son auteur, Jean de Castillon :

ANALYSE (*Mathématiques*). Le judicieux et profond écrivain, qui a composé l'article Analyse du *Dictionnaire des sciences, etc.*, s'est borné au sens que les modernes donnent à ce mot ; et, dans ce sens, il a traité ce sujet d'une manière digne de lui dans l'article cité, et dans les autres auxquels il renvoie. Cependant, je ne crois pas inutile de dire quelque chose de la méthode des anciens. (*Suppl.*, I, 385a)

Sans reprendre à son compte, tout en les citant, les propos de savants anglais sur la supériorité de la méthode géométrique des anciens, Castillon, après avoir rappelé les avantages des calculs des modernes, justifie son article en ajoutant : « Il me semble cependant qu'on tirerait encore plus de parti des calculs, si l'on faisait plus d'usage de quelques théorèmes que les anciens nous ont laissés²⁰. » (*Suppl.*, I, 386a)

18. Cependant, la liste des thèmes figurant dans la note 9, qui comprend aussi l'analyse combinatoire et l'analyse des hasards, montre que si l'*Analytics* contient l'Analyse des infinis, il ne s'y réduit pas pour Chambers.

19. Sur Newton et la notion d'analyse, voir Marco Panza, *Newton et les origines de l'analyse : 1664-1666*, Paris, Librairie A. Blanchard, 2005.

20. Il s'agit, bien sûr, de théorèmes de géométrie.

Le deuxième élément nouveau du *Supplément* est la contribution de Condorcet que, dès 1771, d'Alembert a sollicité pour actualiser les articles de mathématiques de l'*Encyclopédie*, en particulier ceux de calcul intégral, domaine dont Condorcet est spécialiste²¹. L'apport de celui-ci est important, non seulement par le contenu des vingt-cinq articles qu'il rédige, entre 1771 et 1774, mais par l'orientation très analytique de sa contribution (à l'opposé de la démarche de Castillon)²². De plus, on constate l'introduction dans huit de ses articles du désignant *Calcul intégral*, phénomène intéressant pour une double raison : Condorcet s'écarte ainsi de la tendance dominante de l'*Encyclopédie* qui, par les désignants utilisés, classait souvent en *Géométrie*, on l'a vu dans la section I, les concepts relatifs au calcul différentiel et intégral ; mais il n'utilise pas la terminologie du Système figuré, qui l'aurait conduit à introduire le désignant *Algèbre intégrale*, expression inusitée dans les publications des mathématiciens²³.

IV. L'*Encyclopédie méthodique*, *Mathématiques*

Le nouveau grand projet éditorial du libraire Charles-Joseph Pancoucke, au début des années 1780, est une *Encyclopédie méthodique, ou par ordre de matières*²⁴. A un classement alphabétique de tous les articles dans un seul Dictionnaire, avec l'usage de désignants²⁵ renvoyant aux domaines du savoir disposés dans le Système figuré de l'*Encyclopédie*, est substitué pour chaque science ou art un Dictionnaire particulier où l'ordre de présentation alphabétique est complété par une Table donnant un ordre méthodique de lecture permettant de transformer le Dictionnaire en Traité complet. C'est en tout cas le projet de l'éditeur affirmé dans sa présentation de la *Méthodique*, en 1781 :

21. Voir C. Gilain, « Condorcet, les mathématiques et le *Supplément à l'Encyclopédie* », *Lekton*, III-1 (1993), p. 79-92.

22. Condorcet, disciple de d'Alembert mais influencé aussi par Euler et Fontaine, a développé une démarche analytique radicale dans ses travaux de mathématiques pures, notamment ceux de calcul intégral (voir C. Gilain, « Condorcet et le calcul intégral », dans R. Rashed, éd., *Sciences à l'époque de la Révolution française. Recherches historiques*, Paris, Librairie A. Blanchard, 1988, p. 85-147).

23. A deux reprises – articles HOMOGÈNES et RICATI (*équation de*) –, Condorcet utilise des désignants doubles : *Algèbre. Calcul intégral*, ce qui met l'accent sur le rapprochement du calcul intégral de l'algèbre et son éloignement de la géométrie.

24. Un ouvrage, issu d'un colloque international, a récemment été consacré à l'*Encyclopédie méthodique* : C. Blankaert et M. Porret, éd., *L'Encyclopédie méthodique (1782-1832), des Lumières au positivisme*, Genève, Librairie Droz, 2006.

25. On trouve encore des désignants dans la *Méthodique*. Voir ci-après pour une étude de leur rôle.

A la tête de chaque Dictionnaire, il y aura un Discours préliminaire & un Tableau d'analyse, pour indiquer, comme nous l'avons dit, l'ordre dans lequel tous les mots doivent être lus, comme si chaque Dictionnaire n'était qu'un Traité didactique : par ce moyen le Lecteur voit, pour ainsi dire, d'un seul coup-d'œil le tableau de chaque Science & la liaison de tous les mots qui y ont rapport, ou plutôt de toutes les idées qui en sont les élémens.²⁶

On va le voir, le cahier des charges ainsi fixé par Panckoucke a été particulièrement bien suivi pour la partie *Mathématiques*²⁷, qui paraît en trois volumes de textes, en 1784, 1785 et 1789 (le recueil de planches paraissant en 1787). Le nom de d'Alembert figure encore sur la page de titre de ces volumes, comme coauteur, car nombre de ses articles mathématiques de l'*Encyclopédie* sont repris ici, bien que souvent complétés ; cependant, il n'a pas participé directement à cette nouvelle entreprise encyclopédique et est décédé avant sa publication. Mis à part l'astronomie dont s'occupe Lalande, ce sont les disciples de d'Alembert, Bossut et Condorcet, qui s'occupent de cette partie, rejoints par Charles à partir du tome II. Bossut en est l'éditeur principal : il signe la partie du Prospectus²⁸ présentant le Dictionnaire de mathématiques ainsi que le Discours préliminaire de celui-ci, consacré à l'histoire des mathématiques.

Particulièrement intéressant pour notre sujet est la « Table de lecture », placée à la fin du tome III. Celle-ci, précisent les éditeurs, vise à atteindre le but le plus important de ce Dictionnaire de mathématiques : servir d'Eléments à ceux qui n'auraient sous la main que cet ouvrage pour toute bibliothèque mathématique. La Table classe les principaux articles selon l'ordre dans lequel ils doivent être lus ; ainsi, selon le vœu de Panckoucke, ce Dictionnaire de mathématiques pourra constituer un véritable traité, indiquent les éditeurs de cette partie. De plus, la Table propose une classification ordonnée des sciences mathématiques en dix parties :

1. Arithmétique ;
2. Géométrie élémentaire et Trigonométrie rectiligne²⁹ ;
3. Algèbre ;

26. *Mercure de France*, 8 décembre 1781, p. 58 ; ou *Encyclopédie méthodique. Beaux-Arts*, t. I, 1788, p. (liijb).

27. Pour une première synthèse sur les mathématiques dans la *Méthodique*, voir A. Coste et P. Crépel, « Prospectus pour une étude du dictionnaire de *Mathématiques* de l'*Encyclopédie méthodique* », dans C. Blankaert et M. Porret, o.c. note 24, p. 493-519.

28. Voir *Mercure de France*, 8 décembre 1781, p. 59-60 ; ou *Encyclopédie méthodique. Beaux-Arts*, t. I, 1788, p. (viii – xix).

29. Une coquille d'imprimerie a fait disparaître la Géométrie élémentaire dans la liste donnée au début de la Table de lecture, mais elle occupe bien cette place dans le tableau (*Méthodique*, III, p. 182).

TABLE DE LECTURE. 183

ALGÈBRE.

Algèbre.
Addition, }
Soustraction, } deuxièmes articles.
Multiplication, }
Division, }
Extraction, }
Fraction algébrique.
Exposant.
Progression.
Equation, (dans le Dictionnaire & dans le Supplément.)
Cas indéfinissable.
Racine.
Racines égales.
Racines commensurables en partie, (dans le Supplément.)
Approximation, (jusqu'à l'étoile; le reste doit se réserver pour l'analyse.)
Indéterminé, (l'article marqué 0 seulement.)

APPLICATION DE L'ALGÈBRE À LA GÉOMÉTRIE.

Application de l'Algèbre à la Géométrie, & de la Géométrie à l'Algèbre.
Conique.
Conjugué.
Construction.
Courbes, (jusqu'aux courbes & doubles courbures, exclusivement.)
Parabole.
Ellipse.
Hypocycloïde.
Allégorie.
Lien géométrique.
Trigonométrie sphérique.

ANALYSE.

Analyse.
Analytique.
Synthèse.
Calcul aux différences finies. (Après le mot différences, Arithmétique.)
Différentiel.
Calcul différentiel, } à la suite du mot diffé-
Equation différentielle, } rentiel.
Logarithme, (le reste de l'article.)
Exponentiel.
Tangente.
Rayon osculateur.
Série.
Maximum.
Indéterminé, (les deux autres articles.)
Intégral, (les premier, troisième & quatrième articles.)
Rectification.

Quadrature, (le dernier article.)
Tangente, (méthode inverse des.)
Quadrature, (l'avant dernier article.)
Substitution, (calcul intégral.)
Homogène.
Linéaire, (calcul intégral.)
Possible, (équations possibles, calcul intégral.)
Ricci.
Equations aux différences finies.
Maximum, (calcul intégral.)
Variation.
Intégral, (le cinquième article.)
Partielle.
Asymptote, (dans le Supplément.)

MÉCANIQUE.

Mécanique.
Statique.
Puissance, (Mécanique.)
Composition du mouvement.
Moment.
Équilibre.
Gravité.
Point.
Centre de gravité.
Machine funiculaire, (ou mot Funiculaire.)
Lévier.
Poulie.
Treuil.
Plan incliné.
Cote.
Vis.
Dynamique.
Élasticité.
Dilatation.
Mouvement.
Percussion.
Pèse-lier.
Pendule.
Oscillation.
Tautochrone.
Tiroir.
Gravitation.
Trajectoire, (Mécanique.)
Frottement.

HYDRODYNAMIQUE.

Fluide.
Spécifique.
Hydrostatique.
Hydrodynamique.
Hydraulique, & de toutes machines hydrauliques.
Contraction de la veine fluide.
Résistance des fluides.
Aube.
Air.
Écoulement.
Pompe.

Figure 3 : Table de lecture, *Méthodique*, III, p. 183

4. Application de l'Algèbre à la Géométrie ;
5. Analyse ;
6. Mécanique ;
7. Hydrodynamique ;
8. Optique, Dioptrique, Catoptrique ;
9. Astronomie ;
10. Perspective.

On constate que les cinq premières parties correspondent aux Mathématiques « pures » et les cinq dernières aux Mathématiques « mixtes », selon la division figurant dans l'*Encyclopédie* et classique à l'époque. Ce qui est, en revanche, nouveau, c'est l'introduction explicite de l'Analyse comme une science mathématique à part entière, distincte en particulier de l'Algèbre.

Nous allons regarder en détail les articles figurant dans cette partie Analyse de la Table de lecture, pour essayer de comprendre ce qui les caractérise, notamment par rapport aux articles d'Algèbre. La liste comporte une trentaine d'articles ou sous-articles³⁰. Dans notre présentation ci-après, on a gardé l'ordre des articles préconisé, en regroupant toutefois les sous-articles avec les articles correspondants. On y a fait figurer les indications suivantes :

- le titre de l'article ou du sous-article en respectant la typographie originale (grandes capitales, petites capitales ou minuscules en italique) ;
- le(s) désignant(s) éventuel(s) en italique (entre parenthèses, sauf pour les n^{os} 21 et 25) ;
- l'auteur de l'article (sinon, on signale que l'article n'est pas signé³¹) ;
- l'ouvrage où est apparu cet article pour la première fois (*Encyclopédie*, *Supplément* ou *Méthodique*).

Notons que quelques articles sont partagés, par les éditeurs, entre la rubrique Analyse et la rubrique Algèbre (voire la rubrique Arithmétique).

1. APPROXIMATION (*Algèbre*) :
 - 1^{re} partie : classée en Algèbre [Bossut – *Méthodique*]
 - 2^e partie : classée en Analyse [Condorcet – *Supplément*, avec le désignant *Mathématiques*]
2. ANALYSE :
 - 1^{re} partie : [d'Alembert – *Encyclopédie*] ;
 - 2^e partie, ANALYSE (*Mathématiques*) : [Castillon – *Supplément*].

30. Pour chaque rubrique, il ne s'agit que des « principaux » articles, précisent les éditeurs.

31. Lorsque l'article n'est pas signé, il est très probable qu'il ait été écrit par l'un des éditeurs.

3. ANALYTIQUE (*Mathématiques*) : [d'Alembert – *Encyclopédie*]
4. SYNTHÈSE (*Mathématiques*) : [Charles – *Méthodique*].
5. DIFFERENCE (*Arithmétique et Algèbre*) / CALCUL AUX DIFFÉRENCES FINIES : [Bossut – *Méthodique*].
6. DIFFÉRENTIEL (haute *Géométrie*) / CALCUL différentiel / EQUATION DIFFÉRENTIELLE : [d'Alembert – *Encyclopédie*]
7. LOGARITHME (*Arithmétique*) : [d'Alembert – *Encyclopédie*]
 – 1^{re} partie : classée en Arithmétique
 – 2^e partie (logarithme des nombres négatifs et développements en séries entières) : classée en Analyse
8. EXPONENTIEL (*Géométrie transcendante*) :
 [d'Alembert – *Encyclopédie*]
9. TANGENTE (*Géométrie*) / TANGENTES (*Méthode inverse des*) :
 Articles de d'Alembert dans l'*Encyclopédie*, réécrits ici (niveau plus élevé) : [non signés - *Méthodique*].
10. RAYON (*Géométrie*) / Rayon osculateur : [La Chapelle – *Encyclopédie*] ;
 article plus développé ici : [non signé – *Méthodique*].
11. SÉRIE ou SUITE (*Algèbre*) :
 – 1^{re} partie : [d'Alembert – *Encyclopédie*]
 – 2^e partie : [Condorcet – *Supplément*]
12. MAXIMUM, ou *plus grand en Mathématiques (analyse)* :
 [d'Alembert – *Encyclopédie*], très différent ici : [non signé – *Méthodique*]
 – MAXIMUM (*Géométrie. Analyse*) : conditions de maximum
 [Condorcet – *Supplément*]
13. INDÉTERMINÉ (*Mathématiques*)
 – 1^{er} article : classé en Algèbre : [d'Alembert – *Encyclopédie*]
 – INDÉTERMINÉ (*fonctions indéterminées*) : [non signé – *Méthodique*].
 – INDÉTERMINÉS, *problèmes indéterminés* (*Algèbre. Analyse*) :
 [Condorcet – *Supplément*]
 – *Méthode des coefficients indéterminés* : [Condorcet – *Supplément*]
 – *Séparation des indéterminées* : [Condorcet – *Supplément*]
14. INTÉGRAL (*Mathématiques transcendantes*)³² :
 – 1^{er} article : [d'Alembert – *Encyclopédie*]

32. Le deuxième article, qui était celui écrit par Condorcet pour le *Supplément*, semble ne pas avoir été retenu sur la liste de la Table de lecture ; peut-être est-ce dû à son abord difficile, complexité redoublée par le moment de sa rédaction (voir C. Gilain, *op. cit.* note 21, p. 86-88).

- 3^e INTÉGRAL (*Calcul intégral des équations en différences finies*) :
[Charles – *Méthodique*].
- 4^e INTÉGRAL (*Calcul intégral des équations en différences mêlées*) :
[Charles – *Méthodique*].
- 5^e INTÉGRAL (*Calcul intégral des équations en différences partielles*) :
[Charles – *Méthodique*].
- 15. RECTIFICATION (*terme de Géométrie*) :
[d'Alembert – *Encyclopédie*] ; modifié : [Charles
– *Méthodique*]
- 16. QUADRATURE :
 - Dernier article QUADRATURE [intégration des différentielles rationnelles, binômes, etc.] : [non signé – *Méthodique*]
 - Avant-dernier article QUADRATURE (*Calcul intégral*) :
[Condorcet – *Supplément*]
- 17. SUBSTITUTIONS (*Calcul intégral*) *Méthode des substitutions* :
[Condorcet – *Supplément*]
- 18. HOMOGÈNES (*Algèbre. Calcul intégral*) :
[Condorcet – *Supplément*]
- 19. LINÉAIRES, *équations linéaires* (*Calcul intégral*) :
[Condorcet – *Supplément*]
- 20. POSSIBLES, *équations possibles* (*Calcul intégral*) :
[Condorcet – *Supplément*]
- 21. RICATI (*équation de*) *Algèbre. Calcul intégral* :
[Condorcet – *Supplément*]
- 22. EQUATIONS *aux différences finies* : [Condorcet – *Supplément*]
- 23. VARIATION [calcul des variations] : [Charles – *Méthodique*]
- 24. PARTIELLES, *équations aux différences partielles* (*Calcul intégral*) :
[Condorcet – *Supplément*]
- 25. ARBITRAIRE, *Analyse (fonction)* : [Charles – *Méthodique*].

Quelle cohérence peut-on trouver dans cette liste ? Quel statut de l'analyse mathématique en ressort-il ? On constate que, pour l'essentiel, ces articles correspondent aux objets et théories mathématiques qui font intervenir, dans leur définition ou dans leur étude, des quantités *infinies* (calcul différentiel, calcul intégral et leurs applications à la géométrie). Si l'on reprend les extraits, vus précédemment aux sections I et II, des définitions données dans l'*Encyclopédie* et dans la *Cyclopædia*, la rubrique Analyse de la *Méthodique* correspond à ce qui y était appelé alors l'« analyse des quantités infinies » ou « nouvelle analyse », l'Algèbre

correspondant à ce qui était nommé l'« analyse des quantités finies »³³. Si l'on reprend maintenant l'arbre des connaissances, l'Analyse prendrait ainsi la place de l'« Algèbre infinitésimale » du Système figuré de l'*Encyclopédie* ou encore celle de l'« Analytics » de la *Cyclopædia*. On voit donc que la *Méthodique* formalise ce qui était en germe dans l'*Encyclopédie* : donner un statut spécifique à cette nouvelle analyse qu'est le calcul infinitésimal.

Sont aussi classés dans cette rubrique « Analyse » les objets ou les théories qui font intervenir des opérations en nombre infini sur des quantités finies avec l'article SÉRIE OU SUITE, alors que ce thème figurait traditionnellement à l'époque dans les traités d'algèbre, avec la théorie des équations algébriques³⁴. Enfin, on y trouve quelques articles de type géométrique, concernant l'étude des courbes à l'aide du calcul différentiel et intégral (tangente, rayon osculateur, rectification) ; ce sont des articles qui aurait pu figurer dans une rubrique Application de l'Analyse à la Géométrie, qui n'apparaît pas dans la Table, alors qu'y figure une partie « Application de l'Algèbre à la Géométrie ».

En ce qui concerne ce dernier type d'articles, ajoutons que deux planches de la *Méthodique* sont étiquetées « Mathématiques, Analyse », qui contiennent essentiellement les mêmes figures que les planches étiquetées « Analyse » dans l'*Encyclopédie*. Les deux-tiers des articles correspondant à ces figures, dont on a donné la liste à la section I, ne figurent pas dans la Table de lecture, laquelle ne contient, en fait, qu'une sélection d'articles. Pour ce qui concerne les articles qui figurent dans la Table, cinq sont classés dans la rubrique Analyse et deux dans la rubrique Application de l'Algèbre à la Géométrie.

Les articles classés en Analyse introduits dans le *Supplément* ou dans la *Méthodique* utilisent très peu de figures : aucune pour les articles rédigés par Condorcet ; trois pour les articles de Charles (article INTÉGRAL / CALCUL INTÉGRAL DES ÉQUATIONS EN DIFFÉRENCES FINIES ; article RAYON OSCULATEUR) auxquelles il faut ajouter deux figures relatives aux cordes vibrantes (article INTÉGRAL / CALCUL INTÉGRAL DES ÉQUATIONS EN DIFFÉRENCES PARTIELLES), que l'on trouve à la planche 5 de la rubrique « Mécanique ».

33. Appelée aussi parfois « analyse ordinaire ». Voir, par exemple, le début de la préface de Fontenelle à l'*Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes* de L'Hôpital, publiée en 1696 : « L'Analyse qu'on explique dans cet ouvrage, suppose la commune ; mais elle en est fort différente. L'analyse ordinaire ne traite que des grandeurs finies ; celle-ci penetre jusques dans l'infini même. »

34. L'étude des suites finies reste ici en Algèbre, dans l'article PROGRESSION.

Les désignants de la Méthodique

Si on regarde les désignants des articles classés en Analyse dans la Table de lecture, on doit distinguer deux cas :

- si l'article existait déjà dans l'*Encyclopédie* ou dans le *Supplément*, en général on retrouve les mêmes désignants que dans les publications antérieures³⁵ ;
- si, par contre, il s'agit d'un nouvel article de la Méthodique, en général il ne possède pas de désignant.

De cela, il ressort que la présence des désignants dans la Méthodique a essentiellement un caractère résiduel et n'est pas connectée à la Table de lecture, laquelle ne remplace pas sur ce point le Système figuré de l'*Encyclopédie*.

Il y a cependant quelques exceptions intéressantes à cette constatation générale. Ainsi, l'article FONCTION, écrit par d'Alembert, auquel était attribué le désignant *Algèbre* dans l'*Encyclopédie* a dans la *Méthodique* le désignant *Analyse*, alors que le contenu est exactement le même (cependant, il ne fait pas partie des articles sélectionnés pour la Table de lecture³⁶). Par ailleurs, on trouve dans le Supplément figurant au tome III de la *Méthodique*, l'article ARBITRAIRE (*fonction*), rédigé par Charles et complétant son article sur le calcul intégral aux différences partielles. Cet article, qui a été ajouté en dernier sur la liste de la rubrique Analyse de la Table de lecture, comporte effectivement le désignant *Analyse* ; on peut penser que cette cohérence n'est pas fortuite même si elle reste locale³⁷.

Marques et facteurs de l'autonomisation de l'Analyse

On l'a vu, la place de l'analyse mathématique dans la classification des sciences reste ambivalente dans l'*Encyclopédie* : les concepts du calcul différentiel et intégral sont souvent encore reliés à la géométrie

35. Ce n'est pas le cas cependant pour les chaînes de désignants. Si la chaîne est restée à l'article MATHÉMATIQUES OU MATHÉMATIQUE, c'est en fait une exception : les sciences mathématiques fondamentales – Arithmétique, Géométrie, Algèbre, Analyse –, qui servent souvent de désignants pour les autres articles, ne comportent plus de telles chaînes.

36. Pourtant, L. Euler, dans la préface de son *Introductio in analysin infinitorum* (Lausanne, 1748), souligne que les « fonctions de variables » sont l'objet de l'Analyse infinitésimale. Cela représentait une étape importante dans l'autonomisation du domaine vis-à-vis de la géométrie ; par contre, sa conception conduisait plutôt à rapprocher qu'à distinguer l'analyse infinitésimale et l'analyse « ordinaire », c'est-à-dire l'algèbre.

37. On peut d'ailleurs remarquer que dans ce court Supplément figurent deux autres articles, non signés, comportant le désignant *Analyse* (ce qui représente une augmentation importante de l'usage de ce désignant) ; ces articles sont consacrés à des courbes (Cautistique, Lintéaire), étudiées à l'aide du calcul infinitésimal.

par leurs désignants alors que le calcul infinitésimal est placé en algèbre dans le Système figuré. Avec la contribution de Condorcet et les désignants utilisés, le *Supplément* accroît l'éloignement du calcul infinitésimal d'avec la géométrie et renforce son lien avec l'algèbre, tout en faisant apparaître une place spécifique pour le calcul intégral. La Table de lecture de la *Méthodique* marque une clarification importante : l'Analyse devient un domaine à part entière, à la fois distinct de la géométrie et de l'algèbre³⁸ ; la classification des sciences mathématiques présentée se rapproche ainsi substantiellement de celle en usage aujourd'hui.

Cependant, il ne faut pas surestimer la cohérence de la distinction algèbre – analyse de la *Méthodique* sur la seule base du critère de contenu scientifique (fini *versus* infini). Cela se manifeste, notamment, dans les quelques cas d'articles que la Table découpe pour en répartir les parties dans les rubriques algèbre et analyse respectivement. Ainsi, si l'article APPROXIMATION est divisé en deux, on constate que la première partie, classée en Algèbre, utilise aussi les séries infinies, comme la seconde partie, classée en Analyse ; cette dernière se différencie surtout ici par sa nouveauté et sa plus grande difficulté. De même, la première partie de l'article LOGARITHME, considérée comme élémentaire, est classée en Arithmétique ; c'est la seconde partie, consacrée au problème des logarithmes des nombres négatifs et aux développements en séries entières, qui est classée en Analyse.

Le critère didactique de niveau de difficulté apparaît ainsi comme jouant également un rôle dans le classement d'un concept ou d'une théorie en Analyse, plutôt qu'en Algèbre : les articles correspondants, on l'a vu à la section I, étaient auparavant présentés dans l'*Encyclopédie* comme appartenant à la « haute » Géométrie ou à la Géométrie « transcendante ». Ce critère est d'ailleurs en accord avec le fait que l'ordre des parties des mathématiques choisi pour la Table de lecture vise explicitement à permettre l'utilisation du dictionnaire comme un traité, sur la base de l'affirmation suivante des éditeurs :

Pour étudier les Mathématiques avec avantage, il faut en étudier les différentes parties dans un ordre tel que l'étude d'une partie quelconque suppose seulement des connaissances qu'on ait pu acquérir dans l'étude des parties précédentes ; (*Méthodique*, III, p. 182a)

38. A l'article PURES (*Mathématiques pures*), non signé, on lit ainsi : « se dit des Mathématiques qui considèrent en général les propriétés de la grandeur sans application à la physique, telles que l'arithmétique, l'algèbre, l'analyse, & la géométrie. » (*Méthodique*, II, p. 682b). A l'article PUR de l'*Encyclopédie*, signé par d'Alembert, les mathématiques pures étaient divisées en trois parties seulement : algèbre, arithmétique et géométrie.

Ainsi peut-on penser qu'il y a aussi dans l'introduction de la division en deux domaines distincts - l'Algèbre et l'Analyse – une volonté de marquer clairement pour le lecteur l'existence d'un saut dans la difficulté, qui ne recouvre pas totalement mais largement, le passage de l'étude du fini à celle de l'infini.

Le rôle des divers éditeurs

Si la présentation de la Table de lecture n'est pas signée, on peut d'abord penser que l'auteur en est Bossut, éditeur principal de cette partie *Mathématiques* de l'*Encyclopédie méthodique*, dont il a rédigé le Discours préliminaire. Ce qui peut conforter cette hypothèse, c'est l'activité et les publications de Bossut. Il était bien préparé à cette démarche didactique, en tant que professeur à l'Ecole du génie de Mézières (1752-1768), puis examinateur du corps du Génie, pour des élèves devant devenir officiers ou ingénieurs. Cette activité s'est concrétisée, notamment, par la publication, dans les années 1770, d'un *Cours de mathématiques à l'usage des élèves du corps royal du Génie*, qui va connaître plusieurs éditions.

Dans le tome I « Arithmétique et Algèbre » du *Cours*, Bossut commence par un « Discours sur les mathématiques en général » qui contient un paragraphe *Division des mathématiques* intéressant pour notre sujet. Après avoir rappelé la classification des mathématiques en Mathématiques pures et Mathématiques mixtes (ou Sciences physico-mathématiques), il divise les mathématiques pures en quatre branches³⁹ : Arithmétique, Algèbre, Analyse infinitésimale et Géométrie, ce qui correspond à la division figurant dans la Table de lecture de la *Méthodique*.

Cependant, dans le Prospectus de l'*Encyclopédie méthodique*, où Bossut apparaissait comme le seul éditeur de la partie Mathématiques⁴⁰, et annonçait⁴¹ effectivement un Discours préliminaire contenant une « Histoire abrégée des mathématiques » et une « Table ordinale des articles » pour l'ordre de lecture préconisé, il ne parlait pas de la division des sciences mathématiques de la Table, ni dans son principe, ni dans son contenu⁴². En fait, nous pensons qu'il faut sans doute associer à cette

39. Voir, par exemple, L. Bossut, *Cours de mathématiques, à l'usage des élèves du corps royal du génie*, 3^e éd., t. I, Paris, 1781, p. 11.

40. A l'exception de l'Astronomie dont Lalande avait la charge.

41. Voir *Mercure de France*, 8 décembre 1781, p. 60 ; ou *Encyclopédie méthodique. Beaux-Arts*, t. I, 1788, p. (ix).

42. Remarquons d'ailleurs que, dans le Discours préliminaire (*Méthodique*, I, p. i), Bossut donne une division des sciences mathématiques différente de celle de la Table de lecture.

initiative Condorcet et Charles, qui apparaissent comme coéditeurs l'un dès la sortie du tome I, l'autre à partir du tome II. On peut remarquer, d'ailleurs, que, à part quelques articles de d'Alembert repris de l'*Encyclopédie*, les articles classés dans la partie Analyse sont principalement de Condorcet et de Charles⁴³ ; ceux qui portent sur le calcul intégral, dans ses développements récents, sont particulièrement nombreux (environ les deux tiers de l'ensemble). On peut ainsi faire l'hypothèse que c'est l'expansion rapide de ce domaine – le calcul intégral –, depuis le milieu du XVIII^e siècle qui a conduit ces trois mathématiciens de l'Académie des sciences de Paris⁴⁴, à introduire l'Analyse comme nouvelle science mathématique, distincte à la fois de la Géométrie et de l'Algèbre, avec ses objets propres et son degré de difficulté spécifique.

Cette apparition de l'Analyse comme science mathématique autonome est une étape historique importante. Cependant, cette classification des mathématiques, avant de se stabiliser, connaîtra encore diverses péripéties, notamment dans le cadre du cours d'Analyse de l'Ecole polytechnique, à la fin du XVIII^e et au début du XIX^e siècle. Mais ceci est autre histoire...

Christian GILAIN,
Institut de Mathématiques de Jussieu, Université Paris 6.

43. Les articles correspondants de Condorcet étant repris du *Supplément*.

44. Disciples de d'Alembert, ils sont aussi influencés par Euler dont ils citent abondamment les œuvres.