Comment initier en mathématiques la production d'une notation et ses usages à partir de l'activité des élèves ?

Un exemple d'entrelacement de phénomènes langagiers et non-langagiers dans la construction conjointe d'un milieu pour l'étude à l'école primaire

How to initiate and explore a marking-system during a mathematics lesson, working from pupils' activity. An example of combined language and non-language phenomena in the joint development of a an environment for study in primary schools

Serge Quilio et Dominique Forest

Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/ree/8928>

DOI : 10.4000/ree.8928

ISSN : 1954-3077

Éditeur

Nantes Université

Référence électronique

Serge Quilio et Dominique Forest, « Comment initier en mathématiques la production d'une notation et ses usages à partir de l'activité des élèves ? », *Recherches en éducation* [En ligne], HS3 | 2011, mis en ligne le 01 octobre 2011, consulté le 31 janvier 2022. URL : <http://journals.openedition.org/ree/8928> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/ree.8928>

Recherches en éducation est mise à disposition selon les termes de la Licence Creative Commons Attribution - Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International.

Comment initier en mathématiques la production d'une notation et ses usages à partir de l'activité des élèves ? Un exemple d'entrelacement de phénomènes langagiers et non-langagiers dans la construction conjointe d'un milieu pour l'étude à l'école primaire

Serge Quilio
Dominique Forest¹

Résumé

Nous proposons de décrire, dans des dimensions à la fois langagières et non-langagières, comment un professeur enseigne des mathématiques dans des dispositifs où la production de concepts mathématiques et de notations est réalisée à partir de l'activité des élèves et sous sa direction. Nous rendons compte du début d'un enseignement des fractions au CM2 de l'école primaire et plus précisément de l'invention, par les élèves, d'un moyen de désigner des grandeurs très inférieures à l'unité comme l'épaisseur d'une feuille de papier (très inférieure au millimètre, dont la mesure nécessite déjà une règle à coulisse), la masse d'un clou (très inférieure au gramme, limite de sensibilité de la balance Roberval), la contenance d'un dé à coudre. Nous montrons comment un professeur parvient à constituer avec les élèves le fond commun des faits, des objets et des règles, c'est-à-dire un milieu pour l'étude.

Le travail que nous présentons reprend des données issues des expérimentations conduites par Guy Brousseau au Centre d'Observation et de Recherches sur l'Enseignement des Mathématiques (COREM), dans lesquelles il a été étudié les conditions de transmission de savoirs mathématiques répondant à des contraintes épistémologiques précises. Ces recherches menées à l'école Jules Michelet de Talence ont conduit à l'élaboration de la Théorie des Situations Didactiques en Mathématiques (Brousseau, 1998). Elles s'appuyaient sur des dispositifs qui associaient chercheurs et praticiens dans la mise en œuvre d'enseignements qui, tout en étant en conformité avec les programmes nationaux de l'école primaire, étaient mis en œuvre dans une logique d'épistémologie expérimentale (Brousseau, 1980). Les enseignements produits dans ce cadre ont été enregistrés et certains de ces enregistrements sont aujourd'hui mis à disposition des chercheurs en éducation, avec le soutien de l'INRP/IFÉ, dans le cadre de l'opération VISA².

L'évolution de l'enseignement des Sciences qui s'est dessinée depuis l'Amérique du nord dans les propositions de l'Inquiry-based Science Education (IBSE), a diffusé en France notamment dans les programmes d'enseignement sous la dénomination de « démarche d'investigation » et a initié une réflexion pour un changement profond de l'enseignement scientifique. On peut ainsi lire dans le rapport Rocard rédigé en 2007 pour la commission européenne : « *L'enseignement des Sciences basé sur la démarche d'investigation (IBSE) a montré son efficacité à accroître l'intérêt et les niveaux de réussite des enfants et des étudiants, tant au niveau primaire que secondaire, tout en renforçant la motivation des professeurs* ».

¹ Serge Quilio, Ecole Normale Supérieure de Lyon/Institut Français de l'Éducation (ENS/IFE) - Dominique Forest, Centre de Recherche sur l'Éducation, les Apprentissages et la Didactique (CREAD).

² VISA, Vidéos de Situations d'enseignement et d'Apprentissage, <http://visa.inrp.fr/visa>

Trente ans après leur invention et leur mise en œuvre au COREM, nous reprenons l'étude d'une de ces ingénieries *Rationnels et Décimaux à l'école élémentaire* dans laquelle la construction de connaissances mathématiques est rendue possible par un travail d'enquête au sens de Dewey (Dewey, 1993) mené collectivement dans la classe sous la direction du professeur.

Nous n'aborderons pas ici la question du caractère expérimental du travail mathématique. Nous tentons de montrer dans le travail qui suit, grâce à la puissance épistémologique de cette ingénierie, que les situations artificielles envisagées pour générer expérimentalement le savoir mathématique ne peuvent fonctionner de façon satisfaisante que sous certaines conditions, en particulier si les professeurs qui les mettent en œuvre sont à même à certains moments d'organiser conjointement avec les élèves le « monde » susceptible de fournir les ressources nécessaires à l'action et les contraintes qui généreront les apprentissages. Ce que nous appelons dans le modèle théorique choisi pour le travail de description, un travail mésogénétique.

1. Le contexte des analyses et la question que nous posons

Le dispositif *Rationnels et Décimaux à l'école élémentaire* que nous reprenons pour de nouvelles analyses, est une ingénierie mise en œuvre à des fins de recherche. Elle comporte 65 séances séquencées en 15 modules. Cet enseignement « expérimental » a été reproduit

pendant plus de dix ans au CM2 de l'école primaire Jules Michelet de Talence, par deux professeurs successifs, et le scénario minuté de l'ensemble a été publié (Brousseau & Brousseau, 1987). Afin de mieux comprendre notre choix de séquence analysée et situer son enjeu, nous apporterons quelques éléments de compréhension.

Dans cet enseignement de grande envergure, la séance dite de « l'épaisseur des feuilles de papier » est la leçon inaugurale. Elle consiste dans l'invention, par les élèves, d'un moyen de désigner des grandeurs très inférieures à l'unité comme l'épaisseur d'une feuille de papier (très inférieure au millimètre, dont la mesure nécessite déjà une règle à coulisse). Il s'agit par là pour les élèves de créer et expérimenter dans la suite de l'ingénierie des nombres nouveaux (des fractions) pour mesurer diverses grandeurs (*ibid.*, p.464).

L'analyse présentée ici porte sur cette première séance. Le professeur demande à des élèves qui ont l'expérience des questions de mesure des grandeurs depuis plus d'un an et qui ont utilisé une « règle pour mesurer des épaisseurs » (un pied à coulisse), de chercher à mesurer l'épaisseur de feuilles de papier ou plutôt, de « trouver un moyen pour désigner cette épaisseur de manière à distinguer entre elles des feuilles d'épaisseur différente ». L'analyse s'attache à la mise en scène de cette question, qui débouchera sur un travail de recherche par groupe avec l'usage du pied à coulisse, dont la version rudimentaire utilisée en classe ne comporte que des repères au millimètre, et ne permet pas, pratiquement, la mesure directe d'une seule feuille. Les élèves vont donc être amenés, de leur propre chef, à inventer des solutions, qui permettent la désignation de l'épaisseur des feuilles à partir de la mesure de paquets qui en comportent plusieurs.

Il s'agira ensuite pour les élèves de confronter leurs tentatives de solution à travers un jeu de communication et, pour le professeur, de gérer des solutions qui peuvent sembler contradictoires. Le professeur en fin de séance recueillera les notations inventées par les élèves, pour les organiser sous forme de tableau.

Cette séance et sa suivante instituent comme des objets mathématiques nouveaux les notations inventées par les élèves. L'étude menée par les élèves sous la direction du professeur montrera que ces objets ont presque toutes les propriétés des nombres entiers : plus tard, on les appellera en effet « les nombres rationnels ». Les élèves et le professeur en sont, dans la séquence analysée, aux prémices d'un processus qui se développera tout au long d'une année scolaire et conduira les élèves à explorer ces objets nouveaux, pour produire les nombres rationnels puis

les remplacer par un système plus simple qui permet d'approcher tous les rationnels : les nombres décimaux.

Plus encore, nous avons montré (Quilio, 2008) que ce moment de première rencontre avec ces nombres, organisé par le professeur, joue un rôle essentiel dans l'ensemble de l'ingénierie puisque cette situation est amenée à être ré-expérenciée bien plus loin dans l'ingénierie (leçon 39) pour donner un sens mathématique nouveau aux nombres construits.

Une partie du travail accompli par Brousseau (1981) a montré qu'il est possible d'engager les élèves dans un tel processus d'invention des mathématiques attendues, grâce à des situations artificielles. Nous reprenons à nouveau ces leçons pour comprendre ce que doit faire le professeur, pendant la séance. Cela ne relève alors plus seulement d'une analyse épistémologique de la situation (Mercier & Salin, 1988). Il nous faut en comprendre les principes didactiques de fonctionnement. C'est pourquoi nous nous tournons vers une perspective théorique et méthodologique initiée pour l'étude des classes ordinaires et qui impose une granularité du travail d'analyse très fine que nous spécifions dans ce qui suit.

2. Le cadre théorique des analyses

Nous reprenons des enregistrements de leçons de *Rationnels et Décimaux*, non pas dans le cadre de l'épistémologie expérimentale qui a présidé à leur genèse, mais en centrant le travail de description sur ce que professeur et élèves doivent réaliser

effectivement pour mener à bien ces leçons, en profitant du travail théorique et épistémologique tout à fait considérable qui a présidé à leur réalisation.

Nous tentons de mettre au jour, grâce à la puissance épistémologique de ces ingénieries, le fait qu'elles ne peuvent fonctionner de façon satisfaisante que si les professeurs qui les mettent en œuvre sont à même d'organiser conjointement avec les élèves le « monde » et le système de contraintes susceptibles de fournir des réponses possibles aux questions qui leur sont posées, leur permettant par la suite de les mettre à l'épreuve dans un processus dialectique qui générera les apprentissages. Nous examinons cette question en considérant avec Sensevy, Mercier et Schubauer-Leoni (2007) que les professeurs et les élèves agissent ensemble, dans un milieu, et que le savoir ne peut être considéré en dehors de cette action conjointe. Autrement dit, l'action du professeur, même dans le cas où l'action des élèves semble être réduite au minimum, ne peut se concevoir sans l'action de ceux-ci, et réciproquement. Les spécificités de l'action didactique entraînent par ailleurs des caractéristiques qui viennent renforcer la conjonction de l'action ; il ne s'agit pas en effet pour le professeur de déployer simplement sa propre connaissance, mais de faire en sorte que les élèves produisent « de leur propre chef » les actions qui font vivre et attestent de cette connaissance. L'activité du professeur est donc marquée par une certaine réticence³ (Sensevy & Quilio, 2002).

Ce qui est modélisé par Sensevy (2007) comme « jeu didactique » est ainsi pour le professeur un jeu second ordre, sur le jeu de l'élève lui-même aux prises avec le milieu. Ne pouvant agir directement, le professeur est amené à gérer continuellement une topogenèse (genèse des parts respectives dans l'action des élèves et du professeur à propos du savoir), une chronogenèse (genèse de la disposition du savoir sur l'axe du temps) et une mésogenèse (genèse des objets matériels et symboliques et des rapports à ces objets). Le modèle de l'action conjointe en didactique propose de rendre compte de ces trois genèses en observant ce que le professeur fait, au sein de chaque situation⁴ d'apprentissage, pour « définir » la situation, c'est-à-dire pour indiquer les règles du jeu auquel on va jouer, ce qu'il fait pour dévoluer la situation, c'est-à-dire pour faire en sorte que les élèves prennent la responsabilité du gain ou de la perte au jeu effectif

³ Nous entendons ici le mot réticence dans son sens, vieilli en français, d'une « omission volontaire de ce qui pourrait ou devrait être dit », et toujours actif dans l'anglais « reticent ».

⁴ Dans ce modèle, les mots « situation » et « jeu » sont proches, l'usage du mot « jeu » mettant en valeur les aspects dynamiques de ce qui est appelé par ailleurs « situation ». Dans la théorie de l'action conjointe, on modélise les situations en une succession de « jeux », chaque nouveau jeu étant produit par la nécessité d'un nouvel enjeu de savoir dans la classe.

qui est proposé, ce qu'il fait pour réguler la situation, c'est-à-dire comment il agit pour l'émergence de règles stratégiques permettant le gain, et enfin ce qu'il fait pour institutionnaliser les connaissances produites.

3. Le cadre méthodologique des analyses

La théorie de l'action conjointe en didactique (Sensevy & Mercier, 2007) considère le savoir dans l'action, et l'action dans le savoir. Cette entrée dans l'étude du didactique s'accorde avec le champ didactique plus général sur la nécessité d'un modèle *a minima* triadique mettant en scène des

instances (professeur-élèves-savoir) pour traiter les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage. Nous précisons quant à nous que l'instance élève est constituée dans une classe par un collectif et que les échanges entre les actants dans la situation didactique fonctionnent sous forme de polylogues⁵ ou apartés (Schubauer-Léoni, 2003). Ainsi l'articulation entre l'individuel et le collectif est à saisir à l'aune des multiples assujettissements que nécessitent les situations proposées par le professeur.

Nous envisageons d'explorer l'évolution dynamique du système didactique au moyen des descripteurs articulés de la théorie de l'action conjointe dans des dimensions sémiotiques plurielles et tenterons de décrire toutes les dimensions sémiotiques de l'action, qu'elles soient langagières (énoncés), graphiques (productions écrites et diagrammes) ou corporelles. C'est pourquoi nous considérons également dans nos analyses l'usage par le professeur de techniques du corps dans le milieu. Si pour des raisons d'exposition, les points de vue verbaux et non verbaux sont présentés séparément, l'objectif est bien de pouvoir au final rendre compte de la complexité de l'action conjointe en didactique dans toutes ses dimensions, en montrant leur imbrication.

Pour rendre compte de l'action conjointe dans sa dimension langagière, nous nous situons dans une perspective pragmatique telle qu'elle est envisagée par Vernant (1997), et spécifiée aux interactions langagières en situation d'enseignement-apprentissage des mathématiques (Sensevy & Quilio, 2002 ; Quilio, 2008). La pragmatique didactique se fonde sur la recherche des traces du savoir et des relations didactiques telles qu'elles se manifestent dans les énoncés produits successivement par le professeur et les élèves. Nous considérons alors que les énoncés produits constituent des transactions didactiques, entendues ici comme action sur le monde et signe adressés à autrui. À l'aide des éléments du langage contenus dans chaque intervention, nous cherchons à faire le lien entre l'organisation du système de relations entre le professeur et les élèves, et leurs rapports aux contenus de leurs interactions.

Pour rendre compte des aspects non-verbaux dans leur spécificité, nous utilisons l'approche proxémique (Hall, 1963, 1966), étude des relations spatiales que l'homme entretient avec son environnement et avec ses semblables, et spécifiée à l'analyse didactique (Forest, 2006). La proxémique repose sur une conception perceptive et autocentrée de la distance. Elle inclut les dimensions de la position, du regard, de la posture, et tout élément susceptible de rendre plus proche ou plus lointain les personnes et les objets. Il s'agit donc d'une distance reconstruite, et non d'une distance métrique. Elle permet non seulement de rendre compte de l'action du professeur dans certaines de ses dimensions non-verbales mais aussi, dès lors qu'elle est combinée avec la prise en compte des énoncés et des autres éléments matériels présents dans le milieu, de rendre compte du « métier » de professeur, dans une complexité que nous avons traduite en termes d'agencements didactiques (Forest, 2009).

Nous enrichissons le travail d'analyse de remarques recueillies auprès du professeur qui a réalisé cette séance, selon un dispositif d'auto-analyse par visionnage de l'épisode considéré.

⁵ Réunissant l'enseignant, un élève en position autorisée de façon conjoncturelle et, en troisième instance, le reste de la classe.

4. Les analyses produites dans ce cadre

Le moment que nous avons choisi d'étudier se situe au tout début de la séance 1, soit les 5 premières minutes de la séance. Il s'agit pour le professeur, selon le descriptif de l'ingénierie, de poser aux élèves le problème de la désignation distinctive de feuilles

d'épaisseur différente, sachant que cette capacité à désigner les feuilles de façon non ambiguë sera ensuite utilisée dans un jeu de communication où les groupes seront divisés en deux, entre émetteurs et récepteurs. Pour gagner, les élèves devront donc au sein de chaque groupe se rendre capables de produire des désignations suffisamment efficaces, c'est-à-dire qui rendent possible, pour leur destinataire, l'identification à coup sûr des feuilles qui auront été désignées (codées). Ceci suppose que tous aient compris le mieux possible à quel type de matériel (les feuilles) ils ont affaire, et à quelles contraintes ils sont susceptibles d'être soumis. La distinction entre les feuilles ne pourra pas s'appuyer sur la perception, et il est important que les élèves éprouvent et comprennent cette impossibilité ; le gain au jeu dépendra d'autre chose que la sensibilité aux différences de nature : il dépendra de la qualité d'un codage.

Le professeur présente donc aux élèves les feuilles de papier qu'ils auront à désigner et à reconnaître. Alors que l'ingénierie originale mentionne la présentation d'une collection de feuilles d'épaisseur variable, on constate qu'ici le professeur qui conduit la leçon filmée a disposé deux séries identiques de paquets de feuilles, également d'épaisseur différente, de chaque côté de la classe. La série de gauche est visible à l'arrière-plan, la série de droite étant hors-champ sur les photogrammes représentés.

L'organisation de la classe

Au début de la séance, la classe se présente de façon classique. Chaque élève est assis à sa table de travail. Des paquets de feuilles de différentes épaisseurs se trouvent dans des boîtes posées sur une table (main gauche du professeur). Un dispositif analogue est aménagé sur une table à l'opposé de la classe (main droite du professeur) afin de fluidifier les déplacements à venir des élèves, compte tenu de la séparation de la classe en deux lors du jeu de communication qui suivra.

■ L'analyse de l'épisode du point de vue pragmatique : le jeu de l'identique et de la différence ; la détermination de la grandeur « épaisseur », du point de vue de la mésogenèse et de la topogenèse

Dès le début de la séance, l'essentiel de l'action du professeur, que nous nommerons P par la suite, se centre sur le sens à donner à « différentes » et « mêmes ». Les paquets de feuilles sont désignés par des noms différents et les mêmes paquets sont disposés à plusieurs endroits.

1. P : Alors // vous voyez ici de ce côté-ci sur deux petites tables et ici sur 2 autres petites tables on a disposé des paquets de feuilles de papier // Alors je vais prendre par exemple celles qui sont ici // Ici il y a un paquet de feuilles qu'on a appelé A // ici B // C // ici D // ici E // Vous avez les mêmes de l'autre côté // d'accord ? // C'est exactement les mêmes // alors si on les regarde // vous les voyez ?
2. Elv/c1 : Elles sont différentes

Les élèves sont sollicités par P pour énoncer un critère discriminant pour les feuilles. La grandeur « épaisseur » apparaît presque immédiatement mais elle n'est pas reprise par le professeur qui fait la sourde oreille par « *elles ont ?* » en 5 à la proposition d'un élève exprimée en 4 :

- 3. P : Elles sont différentes // Qu'est-ce qu'elles ont de différent ?
- 4. Elv/x : L'épaisseur
- 5. P : Elles ont ?

P prolonge ainsi la recherche d'autres critères par les élèves. Ci-dessous, l'intervention 6 peut être interprétée comme une demande d'indication par c1 à l'aide d'une proposition saugrenue, « *Elles ont pas la même forme* », et comme un indice pour P que les élèves n'envisagent plus d'autres critères. Le « *Oh // Elles ont pas la même forme* » de P en 7 est une indignation faible qui marque ce constat avec complicité, tout en conservant le constat d'une différence objective entre les feuilles par le « *effectivement* » du « *Elles ont quelque chose de différent effectivement* » dans ce même tour de parole.

- 6. Elv/c1 : Elles ont pas la même forme
- 7. P : Oh // Elles ont pas la même forme // Si elles ont toutes la même forme // Elles ont quelque chose de différent effectivement

Le critère de l'épaisseur apparaît de nouveau, comme on le voit dans l'extrait qui suit, mais de façon encore imprécise pour certains élèves, par exemple la « grosseur » en 9. P reprend en 10 « *Benoît // La grosseur // on appelle pas ça la grosseur* », pour introduire dans le milieu la dénomination de la grandeur qui va être retenue pour différencier les feuilles « *on appelle ça* ». Cette dénomination est d'ailleurs topogénétiquement partagée avec les élèves (tdp. 10 : *Benoît // La grosseur // on appelle pas ça la grosseur // on appelle ça ; tdp.12 : Elv/x : l'épaisseur ; tdp.13 P : l'épaisseur*).

Le travail mésogénétique se poursuit par une succession d'interactions physiques, initiées par P, avec les objets du milieu. Les caractéristiques physiques d'une feuille contraignent P à faire constater qu'effectivement l'épaisseur de chaque type de feuille est différente. Cependant le « *regardiez* » dans « *Alors je vais vous en donner pour que vous regardiez effectivement* », en 13, est une expression de sens commun qui introduit une certaine ambiguïté auprès de certains élèves. D'autant que P, toujours en 13, mobilise la vision en écrivant ostensiblement la désignation des types de feuille A, B, C et D « *je vais écrire leur nom dessus ensuite pour pouvoir les remettre // Alors ici j'ai pris une feuille du tas A // Je vais l'appeler ça c'est une feuille A la voilà* ».

- 8. Elv/x1 : l'épaisseur
- 9. Elv/x2 : la grosseur
- 10. Elv/x3 : ah oui l'épaisseur
- 11. P : Benoît // La grosseur // on appelle pas ça la grosseur // on appelle ça
- 12. Elv/x : l'épaisseur
- 13. P : l'épaisseur // Alors je vais vous en donner pour que vous regardiez effectivement // Alors il faut bien faire attention de regarder où est-ce que je les prends // et pour ne pas vous tromper je vais écrire leur nom dessus ensuite pour pouvoir les remettre // Alors ici j'ai pris une feuille du tas A // Je vais l'appeler ça c'est une feuille A la voilà // Je vais en mettre une ici // Là j'ai pris une feuille B // voilà // tiens tu vas me chercher une feuille C // Akim tu vas me chercher une feuille D // et on va demander à à // Pierre // ça c'est une feuille comment ?
- 14. Elv/c1 : C
- 15. P : ça c'est une feuille C // ça c'est une feuille D // ben regarde Pierre // tu en as là-bas // on t'a dit que c'est pareil // c'est pareil

En 16 le « *celle-là* » énoncé par l'élève f1 évoque un premier point de comparaison. Le « *Ah // celle-là on voit à travers* » en 17 marque la prise en compte de la remarque de f1 mais P tente aussitôt par un « *Chut // elles ont pas la même épaisseur // viens les toucher // viens les toucher // touche-les // touche celle-là* » d'orienter les élèves vers un autre mode de comparaison que la

transparence. On va en trouver une confirmation avec le « *oui* » du tour 19 « *Oui c'est comme un peu cartonné* ».

16. Elv/f1 : celle-là on voit à travers
 17. P : Ah // celle-là on voit à travers // Et ça c'est une feuille (inaudible ou coupure) E // Est-ce que vous savez ? // Chut // Elles ont pas la même épaisseur // viens les toucher // viens les toucher // est-ce que vous savez dans le commerce comment on fait pour les reconnaître quand on veut acheter une feuille de papier ? // Touche-les // touche celle-là
 18. Elv/x : elle est cartonnée celle-là // ça se voit

P ne cherche pas à s'attarder sur les modalités de mesure de l'épaisseur qui ne font pas l'objet de la recherche dans la séance. Il revient à deux reprises en 17 « *est-ce que vous savez dans le commerce comment on fait pour les reconnaître quand on veut acheter une feuille de papier ?* » puis en 19 « *est-ce que vous savez comment on les reconnaît quand on veut les acheter dans le commerce ?* » sur un contexte usuel de désignation des types de feuilles qui coupe court à toute discussion « *et bien on les pèse // on les reconnaît d'après leur poids* », même légitime car effectivement des feuilles d'épaisseur différente sont plus ou moins transparentes.

19. P : L'épaisseur regarde l'épaisseur // oui c'est comme un peu cartonné // est-ce que vous savez comment on les reconnaît quand on veut les acheter dans le commerce ? // oui ?
 20. Elv/x : Les couleurs
 21. P : Non parce que tu vois elles sont // celle-ci est un peu moins blanche parce qu'elle est un peu transparente // et bien on les pèse // on les reconnaît d'après leur poids
 22. Elv/x : il y a pas une grande différence quand même

Les tours de parole 23 et 24 sont tout à fait remarquables de ce point de vue et illustrent ce que nous avons désigné par réticence didactique. P suspend ainsi son énoncé complet « *on les reconnaît d'après leur poids (tdp. 21) parce que les feuilles qui sont plus épaisses (tdp. 23)* » et laisse aux élèves la responsabilité de poursuivre en explicitant la relation à l'objet du milieu. Il s'assure ainsi de la relation idoine au milieu, ici la grandeur et l'expression de sa mesure.

23. P : parce que les feuilles qui sont plus épaisses
 24. Elv/x : sont plus lourdes

Le « *donc* » du tour 25 permet à P de détailler l'usage de la vente du papier. Autrement dit, il décrit ostensiblement l'institution de la vente du papier par un jeu de langage / Forme de vie, qui lui est associé. Ce jeu de langage permet aux élèves de produire la bonne inférence dans les échanges avec P « *si je dis et ben je voudrais acheter une feuille de type quatre cents grammes // elle sera plus épaisse ou moins épaisse* » (tdp 25) ; Elv/x : *Plus épaisse* (tdp 26) ; P : *Plus épaisse* (tdp 27).

25. P : elles sont plus lourdes // donc dans le commerce quand on veut acheter des feuilles épaisses et bien on dit voilà je voudrais acheter une feuille de type deux cents grammes // ça veut dire quand on dit une feuille de type deux cents grammes // ça signifie que quand on prend un carré de ce papier-là qui fait 1 mètre de côté et qu'on le pèse ça pèse deux cents grammes // Si je dis et ben je voudrais acheter une feuille de type quatre cents grammes // elle sera plus épaisse ou moins épaisse ?
 26. Elv/x : Plus épaisse

L'ostension de l'institution de la vente du papier présente l'avantage de présenter par analogie le déroulement de la séance et des éléments du contrat de façon directe et rapide : « *je vais vous demander de trouver un autre moyen de reconnaître et de désigner ces feuilles et de les distinguer d'après seulement d'après leur épaisseur // Ah // seulement d'après leur épaisseur* » et de fixer analogiquement le fonctionnement du jeu de communication comme le demande c1 en 28 : « *Comment ça dans un jeu de communication ?* » à P : « *la moitié de l'équipe se mettra d'un*

côté // l'autre moitié de l'autre et on fera des messages avec le moyen que vous aurez trouvé // et on verra si vous savez reconnaître // si vous avez retrouvé l'épaisseur de la feuille que vous aurez désignée » (tdp 29). Du point de vue de la topogenèse le rôle de chacun se trouve ainsi précisément fixé. Les élèves devront construire intellectuellement un moyen de distinguer les feuilles pour faire des messages et le professeur fournit les moyens matériels nécessaires au jeu des élèves « si vous voulez quelque chose // est-ce que vous voulez que je vous donne quelque chose // quoi ? » (tdp 29) ; Elv/x : « des feuilles ».

Le travail mésogénétique et topogénétique se trouve ainsi condensé dans le tour de parole 27 ci-dessous où P constitue finalement la chronogenèse de la situation « *et bien aujourd'hui je vais vous demander // écoutez bien le travail qu'on va faire aujourd'hui // Je vais vous demander de trouver un autre moyen de reconnaître et de désigner ces feuilles et de les distinguer d'après seulement d'après leur épaisseur // Ah // seulement d'après leur épaisseur // quand tu me dis elles sont plus foncées ou plus claires c'est d'après leur épaisseur ? // non // on va essayer // alors vous allez travailler par équipe // (...) // quand vous aurez trouvé un moyen de désigner l'épaisseur des feuilles par équipe vous allez discuter entre vous // vous l'essaierez dans un jeu de communication et vous verrez si ce moyen fonctionne bien »*. L'énoncé enchâssé « *quand tu me dis elles sont plus foncées ou plus claires c'est d'après leur épaisseur ? // non »* dans ce tour de parole est d'ailleurs typiquement une forme de narration fictivement dialoguée, qui résume le travail mésogénétique effectué conjointement avec les élèves, et pose explicitement une des règles du jeu des élèves dans le milieu.

27. P : Plus épaisse // elle pèse plus lourd // ça veut dire qu'un carré de ce papier-là pèsera plus lourd // ça va ? // et bien aujourd'hui je vais vous demander // écoutez bien le travail qu'on va faire aujourd'hui // Je vais vous demander de trouver un autre moyen de reconnaître et de désigner ces feuilles et de les distinguer d'après seulement d'après leur épaisseur // Ah // seulement d'après leur épaisseur // quand tu me dis elles sont plus foncées ou plus claires c'est d'après leur épaisseur ? // non // on va essayer // alors vous allez travailler par équipe // vous êtes par équipe // une équipe // une autre équipe // une équipe // une équipe // une équipe // vous allez travailler par équipe concurrente // quand vous aurez trouvé un moyen de désigner l'épaisseur des feuilles par équipe vous allez discuter entre vous // vous l'essaierez dans un jeu de communication et vous verrez si ce moyen fonctionne bien

28. Elv/c1 : Comment ça dans un jeu de communication ?

29. P : Et bien si tu trouves un moyen de désigner l'épaisseur de chaque feuille pour les distinguer // tu l'essaieras dans un jeu de communication // on cachera là // la moitié de l'équipe se mettra d'un côté // l'autre moitié de l'autre et on fera des messages avec le moyen que vous aurez trouvé // et on verra si vous savez reconnaître // si vous avez retrouvé l'épaisseur de la feuille que vous aurez désignée // ça va ? // vous vous remettez par petits groupes // alors vous vous retournez // voilà tout simplement // si vous voulez quelque chose // est-ce que vous voulez que je vous donne quelque chose // quoi ?

30. Elv/x : des feuilles

■ **Identité et différence du point de vue proxémique : constituer un milieu matériel comme ressource pour tous les élèves**

Il s'agit de montrer dans ce qui suit comment le professeur, dans ce type d'ingénierie, donne corps aux savoirs, c'est-à-dire matérialise dans l'action la possibilité de l'émergence de ces savoirs.

P présente aux élèves les feuilles de papier qu'ils auront à désigner et à reconnaître. Il a disposé deux séries identiques de paquets de feuilles, également d'épaisseurs différentes, à deux côtés de la classe comme nous l'avons déjà indiqué.

A0	A1	A2	A6 ⁶

	<i>P : Alors,</i>	<i>J'veais prendre par exemple</i>	<i>Celles qui sont ici</i>
P est placé devant les élèves. Le lieu, centré, matérialise visiblement une position haute dans la topogenèse, conforme à ce début de séance.	P se détourne vivement de ce lieu, en se dirigeant vers les bacs de feuilles situés à gauche, et en ponctuant son déplacement : <i>Alors</i>	P s'arrête, en tournant son regard vers la droite de la classe, où est disposée la deuxième série de bacs à feuilles. Le <i>par exemple</i> peut être référé à celle-ci aussi bien qu'à celle de gauche. Il reprend son déplacement vers la gauche, en regardant les élèves devant lui.	Il se déplace latéralement, en restant face à la classe. Il regarde de nouveau nettement vers la droite, en direction de l'autre ensemble de bacs, tout en indiquant de la main les bacs de gauche. L'énoncé peut être référé soit au regard, soit à l'indication.

La technique mésogénétique consiste ici à identifier, par un agencement proxémique associant posture, regards, indications, déplacements et énoncés, deux séries d'éléments (les deux séries identiques de bacs de feuilles) disjoints pour des raisons fonctionnelles dans l'espace de la classe. Cette identification présente un intérêt lors de l'ostension des feuilles qui va suivre, et qui portera sur l'épaisseur : les propriétés des feuilles (leurs différences) vont être mises en évidence sous la convergence du regard des élèves. Dans le moment suivant, cette démonstration pour les feuilles de gauche s'appliquera facilement aux feuilles de droite (ce sont les mêmes feuilles), l'identité des deux séries de feuilles (et la différence de chaque paquet) ayant été préparée par le comportement proxémique. Cette dialectique identité-différence qui s'actualise dans la proxémique comme dans les énoncés n'est pas un détail : elle est bien évidemment cruciale pour la compréhension par tous les élèves du dispositif, et pour l'efficacité de ce qui va suivre.

⁶ Les numérotations des différentes vignettes ne sont pas consécutives : nous avons en effet été obligés, compte tenu de la place dévolue à ce texte, de choisir parmi celles-ci celles que nous pensons les plus représentatives. L'analyse plus détaillée, qui inclut les moments de déplacement, renforce par ses aspects dynamiques l'interprétation qui est ici formulée en termes de mésogénèse. L'impossible extension spatiale, qui serait nécessaire à une démonstration plus précise, signe également les limites de l'image fixe comme traduction de l'image animée.

A8	A10	A11	A12

<i>...Ici il y a un paquet de feuilles de papier</i>	<i>Qu'on a appelé A,</i>	<i>Ici B,...</i>	<i>...Ici C, ici D, ici E.</i>
P penche la tête vers la droite, la rapprochant ainsi des élèves pour regarder ostensiblement vers la gauche, le premier paquet de feuilles.	Il extrait une feuille du paquet de la main gauche pour la montrer aux élèves, en maintenant la main droite sur la boîte, sous le regard convergent des élèves.	Il redresse légèrement la tête pour regarder vers la classe, en même temps qu'il soulève une feuille dans la deuxième boîte. La convergence des regards est confirmée par l'avancée de la tête de l'élève au premier plan.	P accélère à la fois son mouvement d'indication du doigt, et sa parole, en tournant son regard alternativement vers les feuilles et vers les élèves.

Sur le photogramme A8, on voit P se rapprocher légèrement des élèves par l'inclinaison de la tête, indiquant ainsi ce qu'il attend par ce qu'il fait : il s'agit de regarder les feuilles de papier. Cette sollicitation est renforcée par les alternances du regard, vers les boîtes et vers les élèves, ceux-ci étant également convoqués par le « on » (*on a appelé*). Ce « on », qui peut signifier le collectif de préparation de la séance, peut tout aussi bien être perçu comme une association des élèves à la manipulation (et au nommage) des différentes feuilles. Le professeur manipule ainsi par délégation, et les feuilles peuvent être perçues par les élèves comme « leurs » feuilles, dans un mouvement topogénétique qui marque une dévolution.

Comme la présence des deux séries de boîtes a été partiellement traitée par la proxémie dans le moment précédent, P peut se consacrer à la description des feuilles sur un seul côté, en insistant sur leurs différences. Les techniques corporelles ici visibles (inclinaison de la tête au plan A8, indications, alternance des regards) relèvent à la fois de la topogenèse et de la mésogenèse ; elles contribuent à rapprocher les élèves des éléments matériels (les feuilles) dont les caractéristiques (les différences, ici symbolisées par les lettres A, B, C, D, E) seront tout à l'heure importantes pour la mise en œuvre du jeu d'apprentissage sur la désignation de l'épaisseur.

A14	A15	A16	A17

<i>Vous avez les mêmes,</i>	<i>de l'autre côté</i>	...	<i>D'accord ? C'est exactement les mêmes.</i>
P se redresse, en indiquant et en regardant la partie droite de la classe.	P tourne son corps pour se diriger vers la partie droite, en continuant de regarder et d'indiquer. Le regard des élèves se tourne vers les feuilles désignées (invisibles ici).	P continue son déplacement vers la droite, toujours en indiquant les feuilles, le doigt pointant vers le bas pour qu'il n'y ait aucune ambiguïté.	P s'arrête, et se tourne vers la classe, les bras écartés indiquant l'équidistance aux deux séries de boîtes. La parole est jointe au geste : <i>c'est exactement les mêmes.</i>

On peut voir ici l'effet du déplacement du professeur sur l'attention de certains élèves à travers les changements de direction de leur regard. On peut inférer que la rapidité avec laquelle l'attention des élèves se porte sur les feuilles situées du côté opposé, ainsi que les alternances de regards droite-gauche (cf. exemple de l'élève indiqué sur les photogrammes par une flèche) ont été favorisées par les comportements proxémiques précédemment décrits : le « terrain » a été préparé. Une étude plus précise (image par image, réalisée mais non présentée) met également en évidence des phénomènes de synchronie interactionnelle (Condon, 1976), les déplacements du professeur concordant de façon étonnante avec les mouvements de certains élèves. La conjonction de l'action se matérialise ici dans l'orientation respective des regards des élèves, et du professeur

Dans une grande économie temporelle (19"), le professeur assure par ses arrêts, par les directions de son regard, les indications de ses bras et la ponctuation langagière, la compréhension d'un milieu pour l'étude dans lequel les questions de l'identité et de la différence sont évidemment cruciales, car ce sont ces dimensions qui feront l'objet du codage, et qui permettront de gagner au jeu qui va suivre.

Regardons plus précisément dans la suite de l'épisode comment le milieu matériel s'articule aux ressources langagières. Dans la suite, les échanges vont porter, de nouveau, sur la différence entre les feuilles.

<ol style="list-style-type: none"> 1. P : alors si on les regarde //vous les voyez ? 2. Elv/c1 : Elles sont différentes 3. P : Elles sont différentes //Qu'est-ce qu'elles ont de différent ? 4. Elv/x : L'épaisseur 5. P : Elles ont ? 6. Elv/c1 : Elles ont pas la même forme 7. P : Oh ! // Elles ont pas la même forme ! // Si elles ont toutes la même forme // Elles ont quelque chose de différent effectivement 8. Elv/x1 : l'épaisseur 9. Elv/x2 : ah oui l'épaisseur 10. P : Benoît ? // La grosseur // on appelle pas ça la grosseur // on appelle ça 11. Elv/x : l'épaisseur 12. P : l'épaisseur //
--	---

Le professeur s'est saisi de deux feuilles, de grammage contrasté, qu'il montre aux élèves. Nous avons déjà remarqué qu'il ne relève pas tout de suite des réponses adéquates : au lieu de mettre en valeur ces réponses qui correspondent à son projet (l'épaisseur, TDP 4, 8 et 9), il rebondit au contraire sur la suggestion de « forme » (TDP 6) et « grosseur » (TDP 10), tout en continuant de s'appuyer sur l'ostension des deux feuilles. Ce n'est qu'au TDP 12 qu'il valide enfin le mot « épaisseur ». On voit ici se matérialiser, dans les échanges langagiers, le souci que la question de la différence entre les feuilles, à travers leur épaisseur, soit équitablement répartie dans la classe avant son institutionnalisation, condition indispensable à l'étude prochaine de sa désignation. La vidéo à elle seule ne montre qu'une convergence appuyée des regards, et elle ne permet pas d'attester de façon formelle ce partage effectif des significations. Mais il s'agit ici de montrer comment ce souci du professeur, informé par les savoirs et attesté par l'auto-analyse que nous présentons plus loin, se traduit à la fois dans les énoncés et dans les autres dimensions du comportement, et comment il peut trouver sa réponse, à travers la convergence des regards, *a minima* chez les élèves que nous pouvons observer dans la vidéo.

<ol style="list-style-type: none"> 13. P : Alors je vais vous en donner pour que vous regardiez effectivement // Alors il faut bien faire attention de regarder où est-ce que je les prends // et pour ne pas vous tromper je vais écrire leur nom dessus ensuite pour pouvoir les remettre // Alors ici j'ai pris une feuille du tas A // Je vais l'appeler ça c'est une feuille A la voilà // Je vais en mettre une ici // Là j'ai pris une feuille B // voilà // tiens tu vas me chercher une feuille C // Akim tu vas me chercher une feuille D // et on va demander à à // Pierre // ça c'est une feuille comment ? 14. Elv/c1 : C 15. P : ça c'est une feuille C // ça c'est une feuille D // ben regarde Pierre // tu en as là-bas // on t'a dit que c'est pareil // c'est pareil
--	---

On remarque dans ce passage et sur cette vignette comment, en sollicitant les élèves, le professeur les associe à la mésogenèse : après avoir précisé la question de l'épaisseur, les différences sont matérialisées par l'affichage au tableau d'un échantillon des feuilles (A, B, C, D, E) apportées des bacs vers le tableau. On note que le professeur rappelle au passage l'identité des deux séries de feuilles (« Ben regarde Pierre, tu en as là-bas, c'est pareil »).

■ **De la nécessité concrète de distinguer :
l'institution du commerce comme ressource**

Le professeur continue d'associer les élèves, y compris physiquement, puisqu'il demande à l'un d'entre eux de venir toucher les feuilles. Ce toucher est bien nécessaire car l'affichage seul ne permet pas d'apprécier leur différence. A travers cet élève et l'incitation au toucher, c'est bien l'ensemble des élèves qui sont rendus proches des différentes feuilles affichées au tableau, et conscients de leur différence du point de vue de ce qui est visé (la question de l'épaisseur).

16. Elv/f1 : celle-là on voit à travers
17. P : Ah // celle-là on voit à travers // Et ça c'est une feuille (inaudible ou coupure) E // Est-ce que vous savez ? // Chut // Elles ont pas la même épaisseur // viens les toucher // viens les toucher // Est-ce que vous savez dans le commerce comment on fait pour les reconnaître quand on veut acheter une feuille de papier ? // Touche les // touche celle-là
18. Elv/x : Elle est cartonnée celle-là // ça se voit
19. P : L'épaisseur regarde l'épaisseur // Oui c'est comme un peu cartonné // Est-ce que vous savez comment on les reconnaît quand on veut les acheter dans le commerce ? // oui ?
20. Elv/x : Les couleurs
21. P : Non parce que tu vois elles sont // celle-ci est un peu moins blanche parce qu'elle est un peu transparente // Et bien on les pèse // On les reconnaît d'après leur poids
22. Elv/x : Il y a pas une grande différence quand même
23. P : parce que les feuilles qui sont plus épaisses...
24. Elv/x : ...sont plus lourdes

En même temps qu'il rend publiques à la fois les différences et les similitudes entre les feuilles, le professeur introduit dans son discours une référence au « commerce », dont l'analyse langagière a montré qu'elle n'est pas innocente : le « commerce » entre les hommes nécessite effectivement de pouvoir désigner avec précision les objets qui sont échangés, et les élèves le savent. Cette nécessité de désignation est également au fondement de la situation, et des savoirs mathématiques qui lui donnent forme. La mise en scène de l'institution « commerce », associée à la constatation de visu et tactile des difficultés de distinguer les feuilles, donne à la situation ses caractéristiques, qui seront précisées par le professeur dans l'agencement suivant :

*Et bien aujourd'hui je vais vous demander // écoutez bien le travail qu'on va faire aujourd'hui // **Je vais vous demander de trouver un autre moyen de reconnaître et de désigner ces feuilles et de les distinguer d'après seulement d'après leur épaisseur** // Ah // seulement d'après leur épaisseur // Quand tu me dis elles sont plus foncées ou plus claires c'est d'après leur épaisseur ? // Non // on va essayer // alors vous allez travailler par équipe // Vous êtes par équipe // une équipe // une autre équipe // une équipe // une équipe // une équipe // Vous allez travailler par équipe concurrente // Quand vous aurez trouvé un moyen de désigner l'épaisseur des feuilles par équipe vous allez discuter entre vous // vous l'essaierez dans un jeu de communication et vous verrez si ce moyen fonctionne bien.*

On voit ici comment l'ostension langagière précédente, sur le commerce habituel des feuilles, permet au professeur, par contraste, de proposer la désignation « seulement d'après leur épaisseur », correspondant à l'activité qu'il va engager. L'indication du doigt, matérialisant la référence au tableau, se prolongera par un effacement du professeur qui laissera les élèves face aux feuilles affichées. Paradoxe ! la perception n'est ici d'aucun secours pour la réalisation de la

tâche (désigner l'épaisseur des feuilles). Ce « manque », rendu clairement visible, devra être comblé par l'activité des élèves, qui feront l'expérience de la mesure des épaisseurs, rendue possible par les séries disposées de chaque côté de la classe et à disposition des élèves, avant de tenter une désignation communicable.

On remarquera pour conclure sur ce début de séance que la position du professeur à 3'20", devant le tableau et face à la classe, est à peu de chose près la même qu'au tout début (cf. vignette A0). La position spatiale du professeur accompagnée de l'énoncé « Et bien aujourd'hui je vais vous demander » sont de nouveau le signe d'un commencement, mais qui advient maintenant dans un milieu dont nous avons vu la genèse.

■ ***L'auto-analyse de l'épisode par le professeur qui a mis en œuvre la séance***

Le visionnage de cet épisode par P nous a permis de recueillir les commentaires suivants : « *Un enfant a déjà prononcé le mot épaisseur / volontairement je ne relève pas / manifestement ça a pas été tellement entendu et je souhaite en fait traiter d'abord les autres critères pour pouvoir les éliminer / si on parle tout de suite d'épaisseur je suis certaine que d'autres élèves se pencheront sur d'autres critères et donc l'objectif de la séance sera perturbé par ça donc je préfère relever les propositions qui sont d'abord inadéquates pour pouvoir arriver à la proposition qui m'intéresse* ».

Ces précisions apportées par P permettent de compléter nos analyses du point de vue mésogénétique et chronogénétique. En effet sous cette description, on comprend que l'élaboration coopérative de la mésogenèse répond ici par anticipation aux nécessités de la clause *proprio motu* du jeu didactique. Les attentes mutuelles du contrat didactique ne sont pas la recherche de critères discriminants pour les feuilles de papier mais l'élaboration d'un moyen intellectuel pour désigner l'épaisseur des différentes feuilles. Pour pouvoir jouer au jeu dans la situation selon cette clause, les élèves ne doivent pas être en mesure de remettre en cause par la suite la pertinence du choix de la grandeur retenue pour comparer des types de feuille et élaborer les messages.

Conclusion

Nous avons tenté d'articuler deux perspectives méthodologiques afin de mettre à jour la grande technicité du professeur qui a réalisé la mise en œuvre d'un dispositif d'enseignement apprentissage correspondant à des choix didactiques envisagés au COREM par Guy Brousseau. Il s'agit pour les élèves de s'émanciper d'une pratique de désignation ordinaire comme « épaisse » ou « grosse » au profit d'un système de notation (les fractions puis les décimaux) permettant la rencontre de nouvelles grandeurs mesurables. Nos analyses montrent que l'enquête des élèves, telle qu'elle est initiée par le professeur, repose sur un travail mésogénétique et topogénétique qui s'inscrit dans des dimensions langagières et corporelles intimement liées.

La constitution du milieu dans cette leçon, ou mésogenèse, fait l'objet d'une construction conjointe très élaborée tant dans ses aspects langagiers, comme le confirment les éléments recueillis par l'auto-analyse, que dans les aspects matériels, comme le souligne l'analyse proxémique. Nous avons ainsi décrit comment le phénomène de réticence didactique, par ses arrêts dans les interactions langagières, l'orientation du regard ou l'orientation des bras par exemple, contribuait à la constitution de rapports adéquats aux objets permettant de mettre en évidence la nécessité d'élaborer un moyen intellectuel pour résoudre le problème de mesure d'une grandeur telle l'épaisseur d'une feuille de papier. C'est à cette condition que les élèves pourront s'engager *proprio motu* dans l'invention de mathématiques attendues grâce à la situation artificielle de l'ingénierie.

D'une façon plus générale la démarche amorcée dans cet article manifeste, à la fois la complexité de l'action didactique, et la nécessité de rendre compte de l'ensemble des dimensions corporelles et langagières des transactions à l'œuvre dans la réalisation. La difficulté de ce projet doit nous encourager à poursuivre la mise au point de systèmes de représentations et d'une rhétorique adaptés, susceptibles de rendre compte de l'ensemble de ces dimensions, et nous permettant d'expliquer et de comprendre l'action des professeurs et les transactions de savoirs *in situ*.

Bibliographie

BROUSSEAU G. (1980), « Problèmes de l'enseignement des décimaux (1ère partie) », *Recherches en Didactique des Mathématiques*, volume 1, n°1, pp.11-58.

BROUSSEAU G. (1981), « Problèmes de didactique des décimaux (2ème partie) », *Recherches en didactique des mathématiques*, volume 2, n°3, pp.37-127.

BROUSSEAU G. & BROUSSEAU N. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, Bordeaux, IREM université Bordeaux 1.

BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La Pensée sauvage.

BROUSSEAU N. & BROUSSEAU G. (1995), *La mesure à l'école élémentaire*, Texte ronéoté, Bordeaux, DAEST.

CHEVALLARD Y. (1991), *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*, 2^e édition augmentée, Grenoble, La Pensée Sauvage.

CONDON W.S. (1976/1984), « Une analyse de l'organisation comportementale », *La communication non-verbale*, J. Cosnier & A. Brossard (éds), Paris, Delachaux et Niestlé, pp.31-70.

DEWEY J. (1993), *Logique. La théorie de l'enquête*, Paris, Presses Universitaires de France.

FOREST D. (2006), « Analyse proxémique d'interactions didactiques », *Carrefour de l'Education*, n°21, pp.73-94.

FREUDENTAL H. (1968), « Notations mathématiques », *Encyclopædia Universalis*, 11, pp.908-914.

HALL E. T. (1963), « A system for a notation of proxemic Behavior », *American Anthropologist*, n°65, pp.1003-1026

HALL E. T. (1966/1971), *La dimension cachée*, Paris, Points Seuil.

MERCIER A. & SALIN M.H., (1988), « L'analyse a priori, outil pour l'observation », Actes de l'Université d'été - *Didactique et formation des maîtres à l'Ecole Élémentaire*, Bordeaux, IREM de Bordeaux, pp.141-163.

MERCIER A., SENSEVY G., SCHUBAUER-LEONI M.-L. (2000), « How Social Interactions within a Class Depend on the Teacher's Assessment of the Various Pupils' Mathematical Capabilities, a Case Study », *The International Review of Mathematics Education*, n°32, pp.126-130.

SENSEVY G. & QUILIO S. (2002), « Les discours du professeur : vers une pragmatique didactique », *Revue Française de Pédagogie*, n°141, pp.47-56.

QUILIO S. (2008), *Contribution à la pragmatique didactique. Une étude de cas dans l'enseignement des nombres rationnels et Décimaux à l'école primaire*, Université Aix-Marseille 1.

SCHUBAUER-LEONI M.-L. (2003), « La fonction des dimensions langagières dans un ensemble de travaux sur le contrat didactique », Actes du colloque pluridisciplinaire - *Construction des connaissances et langage dans les disciplines d'enseignement*, J.-P. Bernié & al. (dir.), Université Victor Segalen - Bordeaux II.

SENSEVY G., SCHUBAUER-LEONI M.-L., MERCIER A., LIGOZAT F., PERROT G. (2005), « An Attempt to Model the Teacher's Action in the Mathematics Class », *Educational Studies in mathematics*, n°57.

SENSEVY G. & MERCIER A. (2007), *Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, Rennes, Presses universitaires de Rennes.

VERNANT D. (1997), *Du discours à l'action*, Paris, Presses Universitaires de France.

WITTGENSTEIN L. & Collectif. (2005), *Recherches philosophiques*, Paris, Editions Gallimard.