

Coordination stratégique et connaissance commune dans les réseaux de communication

Jeanne Hagenbach et Frédéric Koessler



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/rei/387>

DOI : 10.4000/rei.387

ISSN : 1773-0198

Éditeur

De Boeck Supérieur

Édition imprimée

Date de publication : 15 septembre 2006

Pagination : 185-204

ISSN : 0154-3229

Référence électronique

Jeanne Hagenbach et Frédéric Koessler, « Coordination stratégique et connaissance commune dans les réseaux de communication », *Revue d'économie industrielle* [En ligne], 114-115 | 2e-3e trimestre 2006, mis en ligne le 03 décembre 2007, consulté le 22 avril 2019. URL : <http://journals.openedition.org/rei/387> ; DOI : 10.4000/rei.387

Jeanne HAGENBACH (*)
Université de Paris 1, Centre d'Économie de la Sorbonne

Frédéric KOESSLER (*)
Université de Cergy-Pontoise, THEMA

COORDINATION STRATÉGIQUE ET CONNAISSANCE COMMUNE DANS LES RÉSEAUX DE COMMUNICATION

Mots-clés : Action collective, connaissance commune, coordination, jeux à information incomplète, réseaux sociaux, standards technologiques, structure de communication.

Key words : Collective Action, Common Knowledge, Coordination, Games of Incomplete Information, Social Networks, Technology Standards, Communication Structure.

I. — INTRODUCTION

L'objet de cet article est d'étudier l'impact de la structure des réseaux de communication sur la diffusion de l'information et la prise de décision dans une classe de jeux de coordination à information incomplète. Plus précisément, on s'intéresse à des situations dans lesquelles des individus ne souhaitent participer à une action collective que si un nombre suffisant d'individus participent.

Une action collective peut correspondre, par exemple, à une protestation, une grève ou une révolte, où la probabilité de succès augmente lorsque le nombre de participants augmente. Elle peut aussi correspondre à l'achat de

(*) Les auteurs remercient P. Solal, J.-M. Tallon, un rapporteur anonyme, et les participants du groupe de travail « Choix, Information et Décision » (U. de Paris 1) pour les commentaires, et le ministère délégué à la Recherche (Action concertée incitative) pour son soutien financier.

certains biens, appelés biens sociaux, qui sont d'autant plus attractifs qu'ils sont populaires (par exemple, le choix d'un film pour en discuter avec des collègues, le choix de bières à partager entre amis,...).

L'information des individus est généralement incomplète dans le sens où ils ne connaissent pas parfaitement les préférences et les informations des autres individus. Afin de tenter de résoudre ce problème de coordination à information incomplète, nous supposons que les individus ont la possibilité de communiquer leurs préférences et leurs informations. L'échange d'informations entre les agents s'effectue *via* les liens d'un réseau exogène auquel ils appartiennent. La structure de ce réseau affecte donc l'information dont dispose chaque individu et influence sa prise de décision.

Dans cet article, nous utilisons ce cadre d'analyse pour modéliser le problème d'adoption d'une nouvelle technologie par des firmes qui en sont les utilisatrices potentielles, mais le modèle et les résultats s'appliquent à tous les problèmes de coordination cités ci-dessus. Pour les firmes que nous considérons, l'adoption de la nouvelle technologie est d'autant plus attractive que le nombre total de firmes utilisatrices est élevé. Plus précisément, chaque firme n'investit dans la nouvelle technologie que si un nombre suffisant de firmes, appelé seuil d'adoption, font de même.

Ce type de problème se retrouve naturellement lorsqu'il existe des externalités de réseau (voir Katz et Shapiro, 1994), par exemple si les firmes ont intérêt à utiliser des technologies de production ou de communication communes, les mêmes logiciels et systèmes d'exploitation, ou si l'utilisation de certains modes de transport de marchandises n'est rentable que si elles sont suffisamment nombreuses à utiliser le même mode de transport. Afin de coordonner leurs décisions, les firmes ont la possibilité de communiquer leurs seuils d'adoption grâce aux liens du réseau de firmes dont elles font partie.

Le modèle et les résultats que nous utilisons proviennent essentiellement de Chwe (1999, 2000, 2001), qui combine des outils de la théorie des jeux à information incomplète et de la théorie des réseaux sociaux. Contrairement à la plupart des modèles d'interaction stratégique en réseau de la littérature (1), l'information est modélisée ici de manière explicite, à l'aide de partitions d'information sur un espace d'états du monde (Harsanyi, 1967-1968; Aumann, 1974, 1976, 1999a, b; pour une synthèse, voir Aumann et Heifetz, 2002) (2). Le

(1) Par exemple, Jackson et Wolinsky (1996); pour une revue de la littérature récente voir, par exemple, Jackson (2005).

(2) Pour plus de détails sur la modélisation de l'information à l'aide de partitions, on pourra également lire « Connaissance commune et consensus » de Lucie Ménager, qui figure au début de ce numéro spécial.

réseau est modélisé à l'aide d'un graphe dirigé qui caractérise les liens de communication entre les joueurs, supposés parfaitement rationnels.

Dans une version statique du modèle, présentée dans la section 2, chaque firme connaît uniquement son propre seuil d'adoption et le seuil d'adoption de ses voisines directes. Nous caractérisons les réseaux de communication minimaux permettant l'adoption globale de la nouvelle technologie, et donnons plusieurs exemples.

Dans une version dynamique du modèle, présentée dans la section 3, chaque firme ne connaît initialement que son propre seuil d'adoption. La connaissance des seuils d'adoption des autres firmes se diffuse progressivement à travers le réseau de communication. À chaque période, les firmes décident stratégiquement d'adopter ou non la nouvelle technologie. Nous étudions la vitesse d'adoption de la nouvelle technologie en fonction de la structure du réseau de diffusion des informations. Nous comparons notamment l'efficacité des structures de réseaux ayant principalement des liens forts avec celle des structures ayant surtout des liens faibles (les liens forts relient fréquemment les firmes aux voisines de leurs voisines, alors que les liens faibles relient principalement des firmes sans voisines en commun).

Même en ignorant les influences directes de comportements qu'il pourrait y avoir à travers les liens entre les firmes, et en considérant uniquement le rôle informationnel du graphe de communication, nous montrons que les liens forts sont des moyens de coordination plus efficaces que les liens faibles lorsque les seuils d'adoption sont relativement bas. Pourtant, les liens faibles permettent de diffuser l'information de premier ordre (factuelle) beaucoup plus rapidement, mais l'efficacité des liens forts repose sur leur capacité à créer localement de la connaissance commune, indispensable à la coordination.

II. — CADRE STATIQUE

1. Le modèle

Considérons une situation stylisée où n firmes (ou utilisatrices potentielles), $N = \{1, \dots, n\}$, ont la possibilité d'adopter une nouvelle technologie. Plus précisément, chaque firme $i \in N$ choisit une action $a_i \in \{r, s\} \equiv A_i$, où r est l'action risquée correspondant à l'adoption de la nouvelle technologie, et s l'action sûre correspondant au *status quo*, c'est-à-dire à continuer à utiliser l'ancienne technologie. Dans la version statique du modèle, toutes les firmes choisissent leurs actions simultanément, c'est-à-dire sans connaître les décisions des autres firmes au moment de leurs choix. On note $A = \prod_i A_i$ l'ensemble des profils d'actions des firmes.

L'adoption de la nouvelle technologie est profitable pour la firme i si et seulement si un nombre suffisant (appelé *seuil d'adoption*) de firmes (incluant la

firme i) choisissent d'adopter la nouvelle technologie. Par exemple, une firme a toujours intérêt à adopter si son seuil est égal à 1, jamais si son seuil est supérieur ou égal à $n + 1$, et uniquement si deux autres firmes adoptent lorsque son seuil est égal à 3. Les firmes sont hétérogènes dans le sens où elles n'ont pas nécessairement les mêmes seuils d'adoption pour la nouvelle technologie (en raison, par exemple, de pouvoirs de marché, de préférences, ou de paramètres technologiques différents). On note $\theta_i \in \Theta_i \subseteq \{1, 2, \dots, n + 1\}$, $\Theta_i \neq \emptyset$, le seuil d'adoption de la firme i , et $\Theta = \prod_i \Theta_i$ l'ensemble des profils de seuil d'adoption possibles.

Les préférences de la firme sont représentées par une fonction d'utilité de VNM $u_i: A \times \Theta_i \rightarrow \mathbb{R}$ ayant la forme suivante, où $z > 0$:

$$u_i(a_1, \dots, a_n; \theta_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } a_i = s, \\ 1 & \text{si } a_i = r \text{ et } \#\{j \in N: a_j = r\} \geq \theta_i, \\ -z & \text{si } a_i = r \text{ et } \#\{j \in N: a_j = r\} < \theta_i \end{cases} \quad (1)$$

L'information est incomplète car les firmes ne connaissent pas nécessairement les préférences, plus particulièrement les seuils d'adoption, des autres firmes. L'information de chaque firme i est représentée par une partition \mathcal{P}_i de Θ . L'ensemble $P_i(\theta) \in \mathcal{P}_i$ est l'élément de \mathcal{P}_i contenant θ . Il correspond à l'ensemble des profils de seuils d'adoption que la firme i considère comme possible lorsque le vrai profil est $\theta \in \Theta$. On note $\pi \in \Delta(\Theta)$ la distribution de probabilité *a priori* commune sur Θ , que nous supposons strictement positive.

À partir d'une telle structure d'information partitionnelle, les connaissances individuelles et interactives sont faciles à décrire formellement. Une firme i connaît un événement $E \subseteq \Theta$ en θ si et seulement si l'événement E est vrai dans tous les états que la firme considère comme possibles en θ , c'est-à-dire si $\theta \in K_i E \equiv \{\theta' \in \Theta: P_i(\theta') \subseteq E\} = \cup_{P_i \in \mathcal{P}_i, P_i \subseteq E} P_i$. De la même manière, l'événement « i sait que j connaît E » s'écrit $K_i K_j E, \dots$. L'événement E est une connaissance mutuelle en θ si tout le monde connaît E en θ , c'est-à-dire $\theta \in KE \equiv \cap_{i \in N} K_i E$. Enfin, l'événement E est une connaissance commune (Lewis, 1969; Aumann, 1976) en θ si tout le monde connaît E en θ , si tout le monde sait que tout le monde connaît E en θ , ..., c'est-à-dire $\theta \in K^\infty E$. De manière équivalente, E est une connaissance commune en θ si $M(\theta) \subseteq E$, où $M(\theta)$ est l'élément de $\mathcal{M} = \wedge_{i \in N} \mathcal{P}_i$ contenant θ et $\wedge_{i \in N} \mathcal{P}_i$ désigne la partition la plus fine parmi toutes celles qui sont plus grossières que toutes les partitions individuelles \mathcal{P}_i , $i = 1, \dots, n$ (voir la synthèse de Geanakoplos, 1994, pour plus de détails, et la sous-section suivante pour des illustrations). Lorsque nous nous intéresserons à la connaissance commune d'un sous-ensemble de firmes $C \subseteq N$, il sera commode d'utiliser la notation $\mathcal{M}_C = \wedge_{i \in C} \mathcal{P}_i$ pour désigner la partition la plus fine parmi toutes celles qui sont plus grossières que les partitions des firmes appartenant à C .

Sans communication, chaque firme connaît uniquement son propre seuil d'adoption, donc les firmes avec un seuil d'adoption supérieur à 1 sont inca-

pables de coordonner efficacement leurs actions. Pour se coordonner, elles échangent leurs informations privées à travers un réseau de liens de communication. Les liens de communication sont représentés par un graphe dirigé, c'est-à-dire une relation binaire \rightarrow sur N , où $j \rightarrow i$ signifie que la firme j révèle son information à la firme i . Par convention, $i \rightarrow i$ pour tout $i \in N$. On note $B(i) = \{j \in N : j \rightarrow i\}$ le *voisinage* de i , c'est-à-dire l'ensemble des firmes qui révèlent leurs informations à la firme i .

Si les firmes révèlent leur seuil d'adoption à travers le réseau de communication représenté par \rightarrow , alors chaque firme i connaît le seuil d'adoption θ_j de la firme j pour tout $j \in B(i)$. Pour tout $i \in N$, la partition en ensembles d'information \mathcal{P}_i de la firme i est donc caractérisée par, pour tout $\theta \in \Theta$,

$$P_i(\theta) = \{(\theta_{B(i)}, \theta'_{-B(i)}) : \theta'_{-B(i)} \in \Theta_{-B(i)}\},$$

où pour tout $C \subseteq N$, on utilise les notations $\theta_C = (\theta_j)_{j \in C}$, $\Theta_C = (\Theta_j)_{j \in C}$, et, avec l'abus de notation habituel en théorie des jeux, $(\theta_C, \theta_{-C}) = (\theta_j)_{j \in N}$.

Une *stratégie* (pure) de la firme i est une fonction $\sigma_i: \Theta \rightarrow A_i$, mesurable par rapport à \mathcal{P}_i , c'est-à-dire telle que $\theta' \in P_i(\theta) \Rightarrow \sigma_i(\theta') = \sigma_i(\theta)$. On note Σ_i l'ensemble des stratégies de la firme i , et $\sigma = (\sigma_i)_{i \in N} \in \Sigma = \prod_i \Sigma_i$.

Un *équilibre de Nash* du jeu Bayésien $\langle N, \Theta, \pi, (\mathcal{P}_i)_{i \in N}, (A_i)_{i \in N}, (u_i)_{i \in N} \rangle$ est défini de manière usuelle: c'est un profil de stratégies $\sigma^* \in \Sigma$ tel que pour tout $i \in N$ et pour tout $\sigma_i \in \Sigma_i$, on a

$$\sum_{\theta \in \Theta} \pi(\theta) u_i(\sigma_i^*(\theta); \theta) \geq \sum_{\theta \in \Theta} \pi(\theta) u_i(\sigma_i(\theta), \sigma_{-i}^*(\theta); \theta).$$

On va supposer que z , le coût d'une adoption alors que le seuil d'adoption n'est pas atteint, est suffisamment élevé pour qu'une firme i décide d'adopter uniquement lorsqu'elle est certaine que le nombre total de firmes qui adoptent la nouvelle technologie est au moins égal à son seuil d'adoption θ_i . En d'autres termes, on se restreint aux équilibres de Nash σ^* vérifiant la propriété suivante pour tout $i \in N$:

$$\sigma_i^*(\theta) = r \Rightarrow \forall \theta' \in P_i(\theta), \#\{j \in N : \sigma_j^*(\theta') = r\} \geq \theta_i. \quad (2)$$

(Notons que l'implication réciproque découle de la condition d'équilibre).

Exemple 1. À titre d'illustration, considérons le cas simple de deux firmes, $N = \{1, 2\}$, avec $\Theta_1 = \{2, 3\}$ et $\Theta_2 = \{2\}$. L'ensemble des états du monde est donc $\Theta = \{(2, 2), (3, 2)\}$. Notons $\Pr[\theta = (2, 2)] = \pi \in (0, 1)$ la probabilité que la firme 1 ait le seuil d'adoption $\theta_1 = 2$ (et $\Pr[\theta = (3, 2)] = 1 - \pi \in (0, 1)$ la probabilité que la firme 1 ait le seuil d'adoption $\theta_1 = 3$). Les utilités des joueurs en fonction de leur action et de l'état du monde réalisé sont représentées par les matrices de la figure 1.

Figure 1 — Matrices d'utilité avec deux firmes, $N = \{1,2\}$, et deux états du monde, $\Theta = \{(2,2), (3,2)\}$

$\theta = (2,2)$	s	r
s	(0,0)	(0, -z)
r	(-z, 0)	(1,1)

$\theta = (3,2)$	s	r
s	(0,0)	(0, -z)
r	(-z, 0)	(-z, 1)

Sans communication, seule la firme 1 connaît l'état du monde, donc les partitions en ensembles d'information des firmes sont

$$P_1 = \{\{(2,2)\}, \{(3,2)\}\} \text{ et } P_2 = \{\{(2,2), (3,2)\}\}.$$

Clairement, jouer s est une action strictement dominante pour la firme 1 lorsque l'état du monde est $\theta = (3,2)$. Par conséquent, l'utilité espérée de la firme 2 lorsqu'elle joue r est au plus égale à $\pi - z(1 - \pi)$, ce qui est strictement inférieur à 0 (l'utilité en jouant s) si z est suffisamment grand. Sans communication, l'adoption de la nouvelle technologie est donc impossible à un équilibre de Nash (vérifiant la propriété (2)).

Si la firme 1 révèle son information (et donc son seuil d'adoption) à la firme 2, c'est-à-dire $1 \rightarrow 2$, alors leurs partitions deviennent :

$$P_1 = P_2 = \{\{(2,2)\}, \{(3,2)\}\}.$$

Indépendamment de π et de z , il existe maintenant un équilibre de Nash où les deux firmes se coordonnent vers l'adoption de la nouvelle technologie lorsque cette adoption leur est profitable : $\sigma_1^*(2,2) = \sigma_2^*(2,2) = r$ et $\sigma_1^*(3,2) = \sigma_2^*(3,2) = s$. La communication a permis aux firmes de rendre connaissance commune en $\theta = (2,2)$ qu'elles sont toutes les deux prêtes à adopter la nouvelle technologie si elles sont au moins deux à l'adopter.

Notons que si la communication était bruitée, c'est-à-dire si les messages pouvaient se perdre avec une probabilité strictement positive à chaque lien de communication, alors on retrouverait un jeu très similaire au jeu du courrier électronique (parfois appelé jeu de l'attaque coordonnée) de Rubinstein (1989). Dans un tel cadre, et en fonction du protocole de communication utilisé (par exemple, avec ou sans renvois automatiques de confirmations de réception), une coordination efficace n'est plus assurée même si les liens de communication sont très fiables (voir aussi Halpern et Moses, 1990, Morris et Shin, 1997, et Morris, 2001). En particulier, il se peut que chaque firme sache qu'elles ont toutes les deux un seuil d'adoption égal à 2, chacune sache que chacune sache qu'elles ont toutes les deux un seuil d'adoption égal à 2, etc. [un nombre fini de fois], mais qu'elles ne puissent pas se coordonner sur une adoption mutuelle car leurs seuils ne sont pas connaissance commune. Nous illustrerons plus en détail l'importance de la connaissance commune dans les exemples de la sous-section suivante.

Afin de comparer les comportements des firmes dans différentes structures de communication, nous allons systématiquement considérer l'équilibre de Nash qui génère le plus grand nombre d'adoptions. Cet équilibre de Nash maximal est bien unique car s'il existe un équilibre de Nash vérifiant la propriété (2) où un sous-ensemble $C \subseteq N$ de firmes adoptent, et un équilibre de Nash vérifiant la propriété (2) où un sous-ensemble $C' \subseteq N$ de firmes adoptent, alors il existe aussi un équilibre de Nash vérifiant la propriété (2) où l'ensemble $C \cup C'$ de firmes adoptent.

Il est intéressant de noter que les équilibres de Nash vérifiant la propriété (2), comme ceux caractérisés dans l'exemple précédent, ne dépendent ni de z (dès lors que $z > 0$), ni de la distribution de probabilité *a priori* π sur Θ (dès lors que cette dernière est strictement positive). Ceci permet notamment de caractériser sans ambiguïté les réseaux qui sont suffisants pour qu'un ensemble de firmes adoptent la nouvelle technologie, indépendamment des paramètres z et π (voir la sous-section 2.3).

2.2. Exemples, et le rôle des connaissances interactives

Comme Chwe (2000), nous considérons dans cette sous-section le cas particulier où chaque firme i a soit un seuil d'adoption $e_i \leq n$, soit un seuil d'adoption tel que la firme n'a jamais intérêt à adopter, indépendamment du comportement des autres firmes. Ainsi, pour tout $i \in N$, $\Theta_i = \{e_i, n + 1\}$ (3), le jeu à information incomplète associé est noté Γ_{e_1, \dots, e_n} . Nous rappelons que nous supposons que z est suffisamment élevé de telle sorte que la propriété (2) soit toujours vérifiée à un équilibre de Nash.

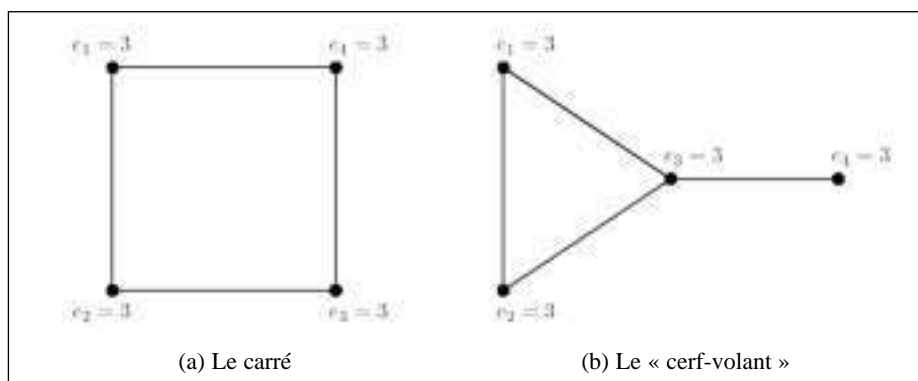
Dans les exemples suivants, pour des raisons de clarté des figures, les liens $i \rightarrow i$ ne sont pas représentés, et si un lien entre i et j est symétrique (c'est-à-dire, $i \rightarrow j$ et $j \rightarrow i$), alors le sens des flèches n'est pas représenté.

Exemple 2. Pour commencer, considérons une économie à quatre firmes, $N = \{1, 2, 3, 4\}$, chacune ayant un seuil d'adoption égal à $e_i = 3$, et les deux réseaux de communication de la figure 2, page suivante.

On s'intéresse tout d'abord au cas où la structure de communication entre les firmes correspond au carré de la figure 2 (a). Dans ce réseau, chaque firme connaît trois firmes ayant un seuil d'adoption égal à 3 : elle-même et ses deux voisines directes. Pour chaque firme, il y a donc assez de partenaires pour rendre l'adoption de la nouvelle technologie possible. Pour autant, les firmes investissent-elles dans la nouvelle technologie ? La réponse est non.

(3) Chwe (2000) considère en fait des fonctions d'utilité super-modulaires plus générales que celles données par l'équation (1), mais ceci ne génère pas de phénomènes différents étant donné la propriété (2) imposée aux équilibres de Nash étudiés.

Figure 2 — Deux réseaux, le carré (a) et le « cerf-volant » (b), pour le jeu $\Gamma_{3,3,3,3}$.



Considérons, par exemple, la situation de la firme 1 : elle connaît son propre seuil et sait également que le seuil des firmes 2 et 4 est égal à 3. De plus, la firme 1 sait qu'elle est la voisine directe des firmes 2 et 4 qui connaissent donc son seuil. Par contre, la firme 1 ne sait rien de l'autre voisine directe commune des firmes 2 et 4 : la firme 3. La firme 1 sait que si la firme 3 ne souhaite jamais investir dans la nouvelle technologie (parce que son seuil d'adoption est égal à 5, par exemple), alors les firmes 2 et 4 n'adoptent pas la nouvelle technologie. Par conséquent, la firme 1, qui ne peut pas s'assurer qu'elle a assez de partenaires d'adoption, n'investit pas dans la nouvelle technologie. Ce raisonnement, appliqué à la firme 1, s'applique également aux firmes 2, 3 et 4, puisque, dans le carré, les positions des quatre firmes sont parfaitement symétriques. Dans le réseau en carré, aucune des firmes n'adopte la nouvelle technologie même si chacune connaît deux autres firmes dont le seuil d'adoption est égal à 3.

Ensuite, intéressons-nous au cas où la structure de communication des firmes prend la forme du « cerf-volant » de la figure 2 (b), qui a exactement le même nombre total de connexions que le carré. Dans ce réseau, les firmes 1, 2 et 3 savent, chacune, que le seuil d'adoption de leurs deux voisines directes dans le triangle est égal à 3. De plus, chacune de ces trois firmes sait que ses deux voisines connaissent leurs seuils réciproques. Ainsi, par exemple, la firme 1 sait que les firmes 2 et 3 ont un seuil de 3 et que 2 connaît le seuil de 3 et réciproquement. De plus, la firme 1 sait que les firmes 2 et 3 connaissent son propre seuil d'adoption puisqu'elle est leur voisine directe. Dans le cerf-volant, les firmes 1, 2 et 3 adoptent donc la nouvelle technologie puisqu'elles peuvent toutes s'assurer qu'elles ont toutes les trois deux partenaires d'adoption quel que soit l'état du monde qu'elles considèrent comme possible. Par contre, la firme 4 ne connaît que le seuil de la firme 3 qui ne constitue pas une information suffisante pour adopter la nouvelle technologie. En effet, cette information ne permet pas à la firme 4 d'exclure le cas dans lequel les firmes 1 et 2 n'adoptent jamais la nouvelle technologie.

Dans le carré, aucune coordination entre les firmes sur l'adoption de la nouvelle technologie n'a lieu alors que dans le cerf-volant, trois firmes sur quatre investissent dans la nouvelle technologie. Cette différence ne peut pas s'expliquer par des caractéristiques comme le nombre total de liens (il y a quatre liens symétriques dans chaque réseau) ou le nombre de voisins directes de chaque firme (dans le cerf-volant, deux firmes qui adoptent la nouvelle technologie ont deux voisines comme dans le carré). La différence entre ces deux réseaux est clairement structurelle: la structure du cerf-volant implique que les voisines directes d'une firme appartenant au triangle sont également voisines directes l'une de l'autre, ce qui n'est pas le cas dans le carré. Par conséquent, dans le carré, chaque firme sait qu'il y a au moins deux autres firmes avec un seuil de 3 mais aucune ne sait si les autres le savent également.

Afin d'expliquer formellement la différence entre la situation dans laquelle les firmes forment le carré et celle dans laquelle elles forment le cerf-volant, nous présentons l'information sur les états du monde dont les firmes disposent, dans les deux réseaux étudiés. L'exemple considéré correspond au jeu $\Gamma_{3,3,3,3}$: les quatre firmes ont toutes un seuil d'adoption $\theta_i \in \{3,5\}$. L'ensemble des états du monde est $\Theta = \{\theta^1, \dots, \theta^{16}\}$ avec :

$$\begin{array}{cccc} \theta^1 = (3,3,3,3) & \theta^2 = (3,3,3,5) & \theta^3 = (3,3,5,3) & \theta^4 = (3,5,3,3) \\ \theta^5 = (5,3,3,3) & \theta^6 = (3,3,5,5) & \theta^7 = (3,5,3,5) & \theta^8 = (5,3,3,5) \\ \theta^9 = (3,5,5,3) & \theta^{10} = (5,3,5,3) & \theta^{11} = (5,5,3,3) & \theta^{12} = (3,5,5,5) \\ \theta^{13} = (5,3,5,5) & \theta^{14} = (5,5,3,5) & \theta^{15} = (5,5,5,3) & \theta^{16} = (5,5,5,5) \end{array}$$

On reprend, tout d'abord, le réseau carré de la figure 2 (a). Dans cette structure de communication, les voisinages des firmes sont les suivants: $B(1) = \{1,2,4\}$, $B(2) = \{1,2,3\}$, $B(3) = \{2,3,4\}$ et $B(4) = \{1,3,4\}$ et leurs partitions des états du monde s'écrivent :

$$\begin{array}{l} P_1 = \{\{\theta^1, \theta^3\}, \{\theta^2, \theta^6\}, \{\theta^4, \theta^9\}, \{\theta^5, \theta^{10}\}, \{\theta^7, \theta^{12}\}, \{\theta^8, \theta^{13}\}, \{\theta^{11}, \theta^{15}\}, \{\theta^{14}, \theta^{16}\}\} \\ P_2 = \{\{\theta^1, \theta^2\}, \{\theta^3, \theta^6\}, \{\theta^4, \theta^7\}, \{\theta^5, \theta^8\}, \{\theta^9, \theta^{12}\}, \{\theta^{10}, \theta^{13}\}, \{\theta^{11}, \theta^{14}\}, \{\theta^{15}, \theta^{16}\}\} \\ P_3 = \{\{\theta^1, \theta^5\}, \{\theta^2, \theta^8\}, \{\theta^3, \theta^{10}\}, \{\theta^4, \theta^{11}\}, \{\theta^6, \theta^{13}\}, \{\theta^7, \theta^{14}\}, \{\theta^9, \theta^{15}\}, \{\theta^{12}, \theta^{16}\}\} \\ P_4 = \{\{\theta^1, \theta^4\}, \{\theta^2, \theta^7\}, \{\theta^3, \theta^9\}, \{\theta^5, \theta^{11}\}, \{\theta^6, \theta^{12}\}, \{\theta^8, \theta^{14}\}, \{\theta^{10}, \theta^{15}\}, \{\theta^{13}, \theta^{16}\}\} \end{array}$$

En θ^1 , on voit donc que la firme 1 considère les états θ^1 et θ^3 possibles. Si le vrai état du monde est θ^3 , la firme 1 sait que ses voisines, les firmes 2 et 4, n'adoptent pas la nouvelle technologie puisque la firme 3 ne l'adopte jamais. Puisqu'en l'état θ^1 la firme 1 ne peut pas exclure que θ^3 soit vrai, la firme 1 n'adopte pas la nouvelle technologie en θ^1 . Le même raisonnement s'applique aux trois autres firmes du carré.

On comprend que, dans le carré, les firmes ne peuvent pas se coordonner sur l'adoption de la nouvelle technologie car le fait que trois firmes, au moins, ont un seuil de 3, n'est pas connaissance commune. En effet, la partition de connaissance commune des quatre firmes est $M = \{\Theta\}$. On en déduit que l'ensemble des états du monde qui sont connaissance commune en θ^1 est $M(\theta^1) = \Theta$. En particulier, l'événement $E = \{\theta^1, \theta^2, \theta^3, \theta^4, \theta^5\}$ (« trois firmes au

moins, parmi les quatre, ont un seuil d'adoption égal à 3 ») n'est pas connaissance commune.

Reprenons maintenant le réseau en cerf-volant (b) et intéressons nous uniquement aux firmes 1, 2 et 3, qui investissent dans la nouvelle technologie. Dans cette structure de communication, les partitions d'informations des firmes sont :

$$P_1 = P_2 = \{\{\theta^1, \theta^2\}, \{\theta^3, \theta^6\}, \{\theta^4, \theta^7\}, \{\theta^5, \theta^8\}, \{\theta^9, \theta^{12}\}, \{\theta^{10}, \theta^{13}\}, \{\theta^{11}, \theta^{14}\}, \{\theta^{15}, \theta^{16}\}\}$$

$$P_3 = \{\{\theta\}_{\theta \in \Theta}\}.$$

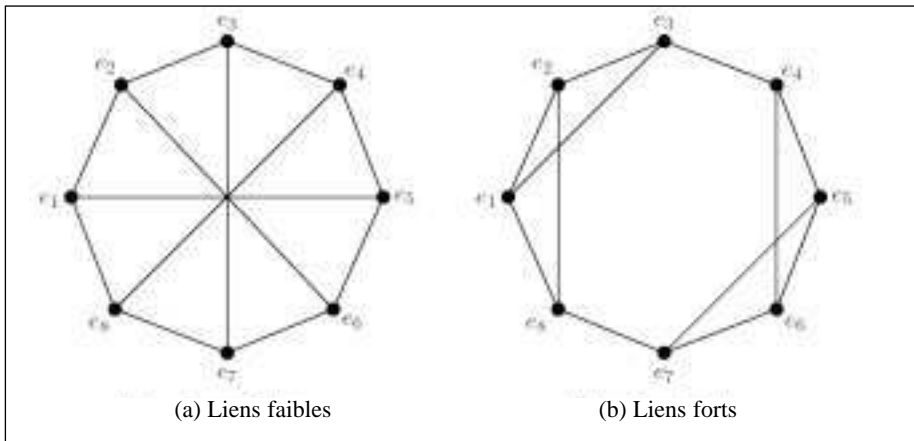
Ces partitions d'information individuelles permettent d'écrire la partition de connaissance commune pour les firmes 1, 2 et 3 : $M_{1,2,3} = P_1 = P_2$. L'ensemble des états du monde qui sont connaissance commune pour les firmes 1, 2 et 3 en θ^1 est donc $M_{1,2,3}(\theta^1) = \{\theta^1, \theta^2\}$. Comme $M_{1,2,3}(\theta^1) \subseteq E$, l'événement E est connaissance commune pour les firmes 1, 2 et 3 en θ^1 dans le cerf-volant.

Les deux réseaux de cet exemple montrent que l'établissement d'une certaine connaissance commune entre les firmes est décisif pour pouvoir aboutir à la coordination de celles-ci concernant l'adoption de la nouvelle technologie. D'autre part, on comprend clairement que la connaissance commune qui s'établit entre les firmes d'un réseau dépend de la structure de celui-ci. Si je suis une firme du carré de la figure 2 (a), les voisines directes de mes voisines directes ne sont pas mes voisines directes. Au contraire, si je suis une firme située dans le triangle du cerf-volant de la figure 2 (b), les voisines directes de mes voisines directes sont mes voisines directes. C'est la transitivité des liens qui permet de créer une connaissance commune locale entre les firmes 1, 2 et 3 dans le cerf-volant.

En ce sens, le carré est plutôt un réseau de *liens faibles* et le triangle du cerf-volant un réseau de *liens forts*. En fait, la distinction entre les liens forts et les liens faibles dans les réseaux sociaux est courante en sociologie depuis Granovetter (1973). En un mot, les liens forts connectent des amis proches et les liens faibles des connaissances. Toutefois, la distinction précise entre ces deux types de liens réside dans leur transitivité. En effet, l'argument central de la théorie de Granovetter est le suivant : si un individu A est fortement lié aux individus B et C alors il est peu probable que B et C ne soient pas liés alors que c'est tout à fait concevable lorsque les liens sont faibles. En d'autres termes, les liens forts sont « plus transitifs » que les liens faibles au sens où les amis proches de mes amis proches ont de grandes chances d'être mes amis.

Exemple 3. On considère désormais huit firmes connectées selon les deux réseaux de la figure 3. Dans ces réseaux circulaires, le nombre total de liens est le même et chaque firme a exactement trois voisines directes. Pourtant, selon la structure du réseau considéré, le choix des firmes en matière d'adoption de la nouvelle technologie diffère, comme nous allons le voir.

Figure 3 — Deux réseaux circulaires à huit firmes, où $e_i = 3$ pour tout $i = 1, \dots, 8$.



Les liens du réseau de la figure 3 (a) ne sont pas transitifs puisqu'aucune des firmes de ce réseau n'a deux voisines directes qui sont voisines directes l'une de l'autre. Au contraire, les liens du réseau de la figure 3 (b) sont, pour la plupart, transitifs. En effet, chaque firme de ce réseau a au moins une paire de voisines directes qui sont également voisines directes l'une de l'autre. On considère donc que la structure de communication représentée en (a) est à liens faibles et celle représentée en (b) à liens forts.

L'exemple que nous étudions correspond au jeu $\Gamma_{3,3,3,3,3,3,3,3}$ dans lequel les huit firmes ont toutes un seuil d'adoption $\theta_i \in \{3,9\}$. Le vrai état du monde est noté $\theta = (3,3,3,3,3,3,3,3)$. Analysons la situation de la firme 1 dans chaque réseau.

Dans le réseau à liens forts de la figure 3 (b), la firme 1 sait que le seuil d'adoption de ses trois voisines directes, les firmes 2, 3 et 8, est égal à 3. Dans ce réseau, deux des trois voisines directes de la firme 1, les firmes 2 et 3, sont voisines directes l'une de l'autre. Les firmes 1, 2 et 3 sont donc dans une situation similaire à celle des firmes du triangle dans le cerf-volant de la figure 2 (b) : une connaissance commune locale est établie entre trois firmes du réseau car les liens qui existent entre elles sont transitifs. Par conséquent, dans le réseau à liens forts, les firmes 1, 2 et 3 adoptent la nouvelle technologie.

Dans le réseau à liens faibles de la figure 3 (a), la firme 1 sait que le seuil d'adoption de ses trois voisines directes, les firmes 2, 5 et 8, est égal à 3. Toutefois, dans ce réseau, aucune des voisines directes de la firme 1 ne sont voisines directes l'une de l'autre. Par conséquent, comme dans le carré de la figure 2 (a), la firme 1 n'est jamais certaine que ses voisines ont des voisines qui adoptent la nouvelle technologie. La firme 1 n'adopte donc pas la nouvelle technologie.

Lorsque la structure de communication est à liens forts, chacune des firmes du cercle appartient au moins à un groupe de trois firmes totalement connectées. Le raisonnement utilisé pour expliquer l'adoption par les firmes 1, 2 et 3 peut donc s'appliquer à toutes les firmes : les huit firmes du réseau de la figure 3 (b) se coordonnent sur l'adoption de la nouvelle technologie. Lorsque la structure de communication est à liens faibles, aucune des huit firmes n'investit dans la nouvelle technologie.

Dans cet exemple précis, les liens forts, parce qu'ils permettent d'aboutir à des situations dans lesquelles des groupes de trois firmes sont totalement connectées, sont plus efficaces que les liens faibles en matière d'adoption de la nouvelle technologie. Toutefois, lorsque nous présenterons la version dynamique du modèle dans la section 3, nous verrons que l'efficacité relative des liens forts et des liens faibles dépend des seuils d'adoption des firmes du réseau. Plus précisément, lorsque les seuils des firmes sont bas, les liens forts sont meilleurs que les liens faibles pour l'adoption de la nouvelle technologie. Par contre, si les seuils des firmes sont élevés, ce sont les liens faibles qui sont meilleurs que les liens forts.

Les réseaux à huit firmes considérés dans cet exemple figurent également dans les travaux de Calvo-Armengol et Jackson (2004) qui considèrent que les individus utilisent leur réseau social pour obtenir et transmettre des informations sur des opportunités d'emploi. Ils montrent que dans le réseau de liens faibles de la figure 3 (a), le taux de chômage des individus est moins élevé que dans le réseau de liens forts de la figure 3 (b). Dans le même sens, des études empiriques de Granovetter (1995) montrent que les individus obtiennent des informations sur des emplois vacants plus souvent par des liens faibles que par des liens forts. De façon plus générale, si on s'intéresse uniquement à la diffusion d'informations factuelles, on admet que les liens faibles sont meilleurs que les liens forts. En fait, parce que les liens faibles sont moins transitifs, ils diffusent plus rapidement et plus largement les informations. En matière d'action collective, l'efficacité relative des liens forts et faibles est nettement moins claire que lorsqu'on se restreint à la diffusion de l'information de premier ordre.

2.3. Réseaux suffisants minimaux

Comme dans la sous-section précédente on considère un jeu à information incomplète Γ_{e_1, \dots, e_n} , c'est-à-dire que chaque firme i a soit un seuil d'adoption égal à $e_i \leq n$, soit elle ne désire jamais adopter indépendamment du comportement des autres firmes (c'est-à-dire, son seuil d'adoption est égal, ou supérieur, à $n + 1$).

Définition 1. Un réseau de communication est un *réseau suffisant pour* $C \subseteq N$ s'il existe un équilibre de Nash (vérifiant la propriété (2)) tel que chaque firme i dans C avec un seuil d'adoption égal à e_i adopte la nouvelle technologie : pour tout $i \in C$ et pour tout θ tel que $\theta_C = (e_i)_{i \in C}$, $\sigma_i^*(\theta) = r$.

Évidemment, lorsque le réseau de communication est complet pour C (c'est-à-dire $i \rightarrow j$ pour tout $i, j \in C$) et que $e_i \leq |C|$ pour tout $i \in C$, alors ce réseau est suffisant pour le sous-ensemble C de firmes. Par exemple, tout triangle de trois firmes, comme dans les figures 2 (b) et 3 (b), est suffisant pour l'adoption des trois firmes si leurs seuils d'adoption sont inférieurs ou égaux à 3. Lorsque le réseau est complet pour C nous dirons que C forme une *clique*. La question qui se pose est de savoir quels sont les réseaux de communication qui permettent à des firmes de se coordonner avec le minimum de connexions, sans nécessairement former une clique. On parle alors de réseau minimal suffisant. Plus précisément :

Définition 2. Un réseau de communication \rightarrow est un *réseau minimal suffisant* pour $C \subseteq N$ s'il est suffisant pour C mais n'est plus suffisant pour C lorsqu'un lien de communication de \rightarrow est supprimé.

Par exemple, pour que le réseau carré de la figure 2 (a) devienne minimal suffisant pour toutes les firmes, il suffit de rajouter un lien symétrique soit entre les firmes 1 et 3, soit entre les firmes 2 et 4 (le réseau complet est suffisant, mais n'est pas minimal suffisant). Un autre réseau minimal suffisant pour les quatre firmes du jeu $\Gamma_{3,3,3,3}$ consiste en un réseau complet entre trois firmes et un lien unidirectionnel de toutes ces trois firmes vers la quatrième. On peut vérifier qu'il n'existe pas d'autre réseau minimal suffisant pour les quatre firmes du jeu $\Gamma_{3,3,3,3}$. Par ailleurs, le réseau « cerf-volant » de la figure 2 (b) est suffisant pour $C = \{1,2,3\}$, mais il n'est pas minimal car il est possible de supprimer les liens entre les firmes 3 et 4 sans modifier l'équilibre. Enfin, le réseau à liens faibles de la figure 3 (a) n'est pas suffisant, alors que le réseau à liens forts de la figure 3 (b) est suffisant, mais n'est pas minimal suffisant. Ce dernier devient minimal suffisant si, par exemple, les liens entre les firmes 3 et 4 ainsi que les liens entre les firmes 7 et 8 sont supprimés.

Chwe (2000) a déterminé une condition nécessaire pour qu'un réseau de communication soit minimal suffisant. Cette condition, énoncée dans la proposition suivante, est caractérisée à l'aide d'une série de cliques, c'est-à-dire une série de sous-ensembles de firmes totalement connectées (4). Formellement, une clique de \rightarrow est un sous-ensemble de firmes $M \subseteq N$ telle que toutes les firmes de M communiquent directement avec toutes les autres firmes de M , c'est-à-dire $i \rightarrow j$ pour tout $i, j \in M$.

Proposition 1 (Chwe, 2000) *Supposons que \rightarrow soit un réseau minimal suffisant pour $C \subseteq N$. Alors, il existe une série de cliques M_1, M_2, \dots, M_K telles que $\cup_k M_k = C$ et une relation binaire \succcurlyeq sur les cliques telles que (i) $i \rightarrow j$ si et seulement si il existe des cliques $M_k \ni i$ et $M_l \ni j$ telles que $M_k \succcurlyeq M_l$ (5); (ii) la relation \succcurlyeq*

- (4) Chwe (2000) ne considère en fait que les réseaux minimaux suffisants pour *toutes* les firmes, mais la définition et la proposition s'adaptent sans problème aux réseaux minimaux suffisants pour des sous-ensembles de firmes.
- (5) Le cas $M_k = M_l$ n'est pas exclu.

est réflexive, transitive et antisymétrique (mais pas nécessairement complète)
(6).

Pour qu'un réseau soit minimal suffisant il est donc nécessaire que se forme une série de cliques qui recouvrent l'ensemble des firmes appartenant à C et que ces cliques satisfassent les conditions (i) et (ii) de la proposition. La condition (i) signifie que si j reçoit l'information de i alors toutes les firmes de la même clique que j reçoivent l'information de toutes les firmes de la même clique que i . La condition (ii) implique que les cliques sont organisées en chaînes, avec un ordre total dans chaque chaîne. Plus précisément, la condition (ii) implique la condition suivante : si deux cliques sont telles que $M_{k_{y-1}} \supseteq M_{k_y}$, alors il existe une série de cliques totalement ordonnées, $M_{k_1} \supseteq M_{k_2} \dots \supseteq M_{k_y}$, $M_{k_1} \supseteq M_{k_y}$, telles que M_{k_1} n'a pas de prédécesseur parmi toutes les cliques (M_k) $k = 1, \dots, K$. Chaque chaîne de cliques est donc totalement ordonnée, et pour chacune d'entre elles il existe une clique sans prédécesseur, aussi appelée *clique meneuse*.

Notons que si on se restreint aux réseaux symétriques (c'est-à-dire, $i \rightarrow j \Leftrightarrow j \rightarrow i$) alors i et j sont liés dans un réseau minimal suffisant si et seulement si i et j appartiennent à la même clique. De plus, pour toute clique M_k et toute firme i de M_k , on doit avoir $|M_k| \geq e_i$. Par exemple, si toutes les firmes ont le même seuil d'adoption e , alors un réseau est minimal suffisant seulement si les cliques sont toutes de taille égale à e .

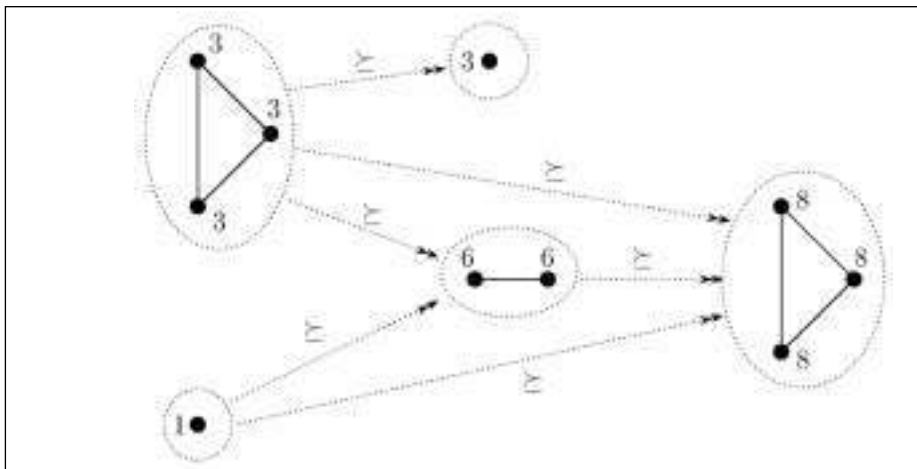
Les cliques permettent de créer de la connaissance commune localement grâce à des liens de communication bilatéraux complets, et les liens entre les cliques permettent de créer des « réactions en chaînes » à partir de cliques meneuses grâce à des liens unidirectionnels transitifs. Ces deux mécanismes qui permettent une coordination efficace des décisions rappellent respectivement ceux décrits par Lewis (1969) sur la création de connaissance commune, et ceux décrits par Schelling (1978) sur la communication unilatérale et les participations en chaînes.

On vérifie immédiatement que les exemples de réseaux minimaux suffisants précédents vérifient la condition nécessaire de la proposition, et que ceux qui ne vérifient pas cette condition ne sont pas minimaux suffisants. En exploitant la proposition 1, on peut facilement construire des exemples de réseaux minimaux suffisants plus complexes, comme celui représenté par la figure 4 pour le jeu $\Gamma_{1,3,3,3,3,6,6,8,8,8}$. Dans cet exemple, il est intéressant de remarquer que les firmes de la clique à seuil d'adoption égal à 8 doivent connaître le seuil d'adoption de la firme isolée ayant un seuil d'adoption égal à 1 non pas parce qu'elles ont directement besoin de la participation de cette dernière pour adop-

(6) La relation \supseteq est réflexive si pour tout M_k , $M_k \supseteq M_k$; elle est transitive si $[M_k \supseteq M_l \text{ et } M_l \supseteq M_m] \Rightarrow M_k \supseteq M_m$; elle est antisymétrique si $[M_k \supseteq M_l \text{ et } M_l \supseteq M_k] \Rightarrow M_k = M_l$.

ter, mais parce qu'elles doivent savoir que les firmes ayant un seuil d'adoption égal à 6 vont pouvoir adopter.

Figure 4 — Un réseau minimal suffisant pour le jeu $\Gamma_{1,3,3,3,3,6,6,8,8,8}$.
Les cliques et les relations entre les cliques sont représentées en pointillés.



III. — CADRE DYNAMIQUE

Maintenant, à chaque période $t = 1, 2, \dots$, les firmes révèlent leurs informations à leurs voisines directes, y compris les informations reçues des autres firmes aux périodes précédentes. Notons $d(j, i)$ le nombre minimum de liens de communication dans le réseau qui permet à la firme j d'envoyer son information à la firme i . Alors, à la période t , la firme i connaît les seuils d'adoption de toutes les firmes appartenant au voisinage de rayon t de la firme i , noté

$$B^t(i) = \{j \in N : d(j, i) \leq t\}$$

Ainsi, on a en particulier $B^1(i) = B(i)$, où $B(i)$ a été défini dans le modèle statique.

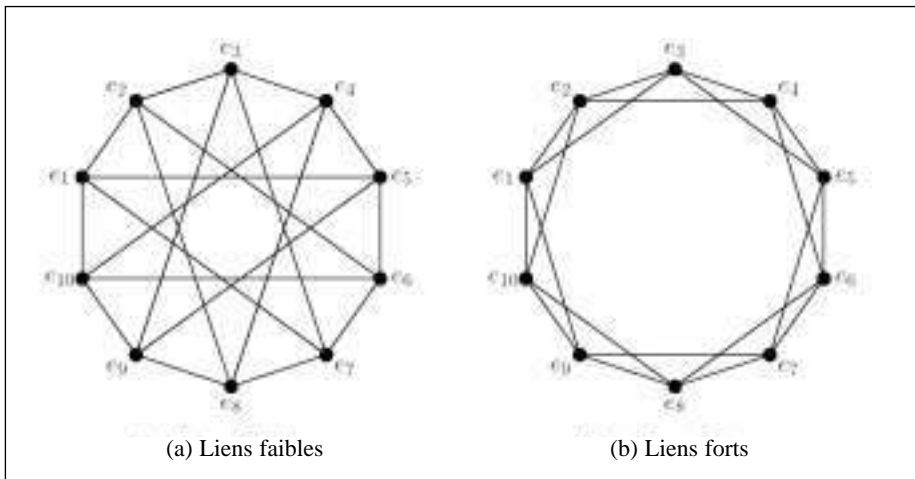
En d'autres termes, à la date $t = 1$, chaque firme connaît les seuils de ses voisines directes, à la date $t = 2$, chaque firme connaît, en plus, les seuils des voisines de ses voisines directes et ainsi de suite. En ce sens, à la seconde période, on peut considérer que les firmes sont liées à leurs voisines directes mais aussi aux voisines de leurs voisines directes. Plus précisément, le voisinage de rayon t des firmes définit, à chaque période, un nouveau réseau noté \mathcal{N}^t dans lequel $j \mathcal{N}^t i$ si et seulement si $j \in B^t(i)$.

La partition d'information de la firme i à la période t , \mathcal{P}_i^t , est alors caractérisée par

$$P_i^t(\theta) = \{(\theta_{B^t(i)}, \theta'_{-B^t(i)}) : \theta'_{-B^t(i)} \in \Theta_{-B^t(i)}\}$$

Exemple 4. Considérons une économie à dix firmes et les deux réseaux de la figure 5. Comme dans l'exemple 3, ces deux réseaux circulaires ont exactement le même nombre de liens et connectent des firmes ayant chacune le même nombre de voisins directs, quatre. La structure de communication de la figure 5 (a) est dite à liens faibles car les liens ne sont pas transitifs. Au contraire, la structure de communication de la figure 5 (b) est dite à liens forts car chaque firme a trois paires de voisins directs qui sont également voisines directes l'une de l'autre.

Figure 5 — Deux réseaux circulaires à dix firmes, où $e_i = e_j$ pour tout i, j .



Les deux réseaux symétriques étudiés dans cet exemple vont nous permettre de comparer l'efficacité d'un réseau à liens forts et d'un réseau à liens faibles en matière de coordination des firmes, pour différentes valeurs des seuils d'adoption.

Dans la version dynamique du modèle, le voisinage des firmes s'agrandit à mesure que t augmente. Par exemple, pour la firme 1, dans le réseau à liens faibles (a), on a les voisinages suivants aux dates $t = 1, 2$:

$$B^1(1) = \{1, 2, 5, 7, 10\}$$

$$B^2(1) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}.$$

À la première période, la firme 1 connaît les seuils d'adoption de ses quatre voisins directs. À la seconde période, la firme 1 connaît les seuils d'adoption des voisins directs de ses voisins directs et connaît donc les seuils d'adoption de toutes les firmes du réseau. Plus généralement, dans le réseau à

liens faibles de la figure 5 (a), dès la seconde période, chaque firme connaît les seuils d'adoption de toutes les firmes du réseau. En $t = 2$, le réseau de la figure 5 (a) devient donc le réseau complet puisque le voisinage de chaque firme correspond à l'ensemble N des firmes.

Dans le réseau à liens forts (b), les voisinages de la firme 1 aux dates $t = 1, 2, 3$ sont les suivants :

$$\begin{aligned} B^1(1) &= \{1, 2, 3, 9, 10\} \\ B^2(1) &= \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10\} \\ B^3(1) &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}. \end{aligned}$$

Il faut donc attendre la troisième période pour que chaque firme connaisse les seuils d'adoption de toutes les firmes du réseau. À la seconde période, chaque firme connaît les seuils d'adoption de toutes les firmes excepté celui de la firme qui lui est diamétralement opposée. Plus précisément, dans le réseau qui connecte les firmes en $t = 2$, noté \mathcal{R}_2 , chaque firme appartient à cinq cliques de cinq firmes. Par exemple, en seconde période, l'ensemble de firmes $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ forme une clique car il existe, entre chaque paire de firmes de cet ensemble un chemin de longueur 2 dans le réseau de la figure 5 (b). Dans le réseau \mathcal{R}_2 , la firme 1 appartient aux cinq cliques de firmes suivantes : $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4, 10\}$, $\{1, 2, 3, 9, 10\}$, $\{1, 2, 8, 9, 10\}$ et $\{1, 7, 8, 9, 10\}$.

Considérons tout d'abord le jeu $\Gamma_{3,3,3,3,3,3,3,3,3,3}$ dans lequel chaque firme i a un seuil d'adoption $\theta_i \in \{3, 11\}$. On suppose que le vrai état du monde est $\theta = (3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$. Dans le réseau à liens forts de la figure 5 (b), chaque firme appartient, au moins, à une clique de trois firmes. Par conséquent, dès la première période, chaque firme adopte la nouvelle technologie. Au contraire, dans le réseau de la figure 5 (a), à la première période, même si chaque firme sait qu'il y a au moins deux autres firmes ayant un seuil d'adoption de 3, aucune firme n'est certaine que ses voisines directes le savent également. Par conséquent, aucune firme n'adopte la nouvelle technologie en $t = 1$. Par contre, à la seconde période, le réseau \mathcal{R}_2 est complet, chaque firme connaît donc les seuils d'adoption de toutes les firmes du réseau et adopte la nouvelle technologie. Lorsque les seuils d'adoption des firmes valent tous 3, les firmes du réseau à liens forts (b) se coordonnent sur l'adoption de la nouvelle technologie dès la première période alors que les firmes du réseau à liens faibles (a) ne peuvent se coordonner qu'en seconde période. Dans le jeu $\Gamma_{3,3,3,3,3,3,3,3,3,3}$, les liens forts sont plus efficaces que les liens faibles en matière de coordination des firmes.

Considérons ensuite le jeu $\Gamma_{4,4,4,4,4,4,4,4,4,4}$ dans lequel chaque firme i a un seuil d'adoption $\theta_i \in \{4, 11\}$ et supposons que le vrai état du monde est $\theta = (4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4)$. Dans le réseau de firmes de la figure 5 (a), toutes les firmes adoptent la nouvelle technologie à la seconde période, c'est-à-dire dès que le réseau \mathcal{R}_2 est complet et que chaque firme connaît donc le vrai état du monde θ . Dans le réseau de la figure 5 (b), aucune firme n'adopte la nouvelle technologie à la première période car, en $t = 1$, les firmes appartiennent à des

cliques de trois firmes seulement. En revanche, à la seconde période, toutes les firmes adoptent la nouvelle technologie car, dans le réseau Γ_2 , elles font partie de cliques de cinq firmes. Dans le jeu $\Gamma_{4,4,4,4,4,4,4,4,4}$, le réseau à liens forts et le réseau à liens faibles de la figure 5 donnent le même résultat : les firmes se coordonnent sur l'adoption de la nouvelle technologie à la seconde période. La conclusion est la même pour le jeu $\Gamma_{5,5,5,5,5,5,5,5,5}$.

Enfin, considérons le jeu $\Gamma_{6,6,6,6,6,6,6,6,6}$ et supposons que le vrai état du monde est $\theta = (6,6,6,6,6,6,6,6,6)$. Dans le réseau de firmes de la figure 5 (a), les firmes adoptent la nouvelle technologie à la seconde période, c'est-à-dire dès que le réseau devient complet. En revanche, dans le réseau de la figure 5 (b), les firmes qui appartiennent, en $t = 2$, à des cliques formées de 5 firmes seulement n'adoptent plus la nouvelle technologie à la seconde période. Pour que les firmes se coordonnent sur l'adoption de la nouvelle technologie, il faut attendre la troisième période, lorsque chaque firme connaît les seuils de toutes les firmes et connaît donc le vrai état du monde. Dans ce jeu $\Gamma_{6,6,6,6,6,6,6,6,6}$, le réseau à liens faibles est plus efficace que le réseau à liens forts en matière de coordination des firmes. La conclusion est la même pour les jeux $\Gamma_{e, e, e, e, e, e, e, e, e}$, pour $e = 7, 8, 9, 10$.

On observe donc que les réseaux à liens forts sont meilleurs lorsque les seuils sont bas et les réseaux à liens faibles meilleurs lorsque les seuils sont élevés. La transitivité des liens forts et leur tendance à former rapidement de petites cliques permettent de créer de la connaissance commune au niveau local, ce qui est juste nécessaire lorsque les seuils d'adoption des firmes sont faibles. Si les seuils sont élevés, la connaissance commune doit s'établir au sein d'un groupe plus large, ce qui s'obtient plus rapidement avec les liens faibles, moins transitifs.

Dans Chwe (1999), des simulations sont réalisées sur des réseaux à liens forts et faibles générés de manière aléatoire et les conclusions obtenues vont dans le même sens que celles de l'exemple 4. Plus précisément, l'auteur a considéré des réseaux à 30 agents, chacun ayant trois voisins, et il a généré aléatoirement des réseaux à liens forts et faibles grâce à la procédure suivante. Les agents sont répartis de manière aléatoire sur un carré unitaire ; les voisins de chaque agent sont ensuite sélectionnés de la manière suivante : avec la probabilité p , un voisin est sélectionné au hasard parmi les trois voisins les plus proches ; avec la probabilité $1 - p$, un voisin est sélectionné au hasard parmi la population toute entière. Lorsque $p = 1$, les voisins de chaque agent sont les agents qui sont les plus proches de lui et tous les liens du réseau généré sont forts. Lorsque $p = 0$, le graphe est complètement aléatoire et les liens du réseau généré sont tous faibles.

Pour chaque valeur de p , 200 réseaux ont été générés aléatoirement et ont permis d'observer le nombre d'agents qui choisissent l'action collective à chaque date t , pour différentes valeurs du seuil e , commun à tous les agents. Entres autres, les résultats suivants ont été obtenus : lorsque les 30 agents du réseau ont un seuil $e = 3$, à la première période, c'est dans le réseau à liens forts

($p = 1$) que le nombre d'agents qui se coordonnent sur l'action collective est le plus élevé. En fait, c'est dans le réseau à liens forts que le nombre de cliques de trois agents est le plus grand. Lorsque le réseau est à liens faibles ($p = 0$), personne ne choisit l'action collective à la première période. Au fur et à mesure que le seuil e augmente, le réseau à liens forts devient de moins en moins efficace par rapport au réseau à liens faibles pour aboutir à la coordination des agents sur l'action collective. Par exemple, lorsque le seuil d'adoption commun des firmes vaut 7, la coordination des firmes est plus rapide pour des p plus faibles, c'est dire pour des réseaux à liens plus faibles.

IV. — CONCLUSION

Nous avons étudié une situation dans laquelle des firmes adoptent une nouvelle technologie si un nombre suffisant de firmes, appelé seuil d'adoption, fait de même. Les firmes font face à un problème de coordination à information incomplète car elles ne connaissent pas parfaitement les seuils d'adoption des autres firmes. Un réseau de communication exogène, auquel toutes les firmes appartiennent, permet d'échanger l'information.

Nous avons montré que l'établissement d'une certaine connaissance commune entre les firmes concernant leurs seuils d'adoption respectifs est décisif pour aboutir à une coordination sur l'adoption de la nouvelle technologie. La création de cette connaissance commune dépend de la structure du réseau de communication. Plus précisément, c'est le caractère plus ou moins transitif des liens constituant le réseau de firmes qui est déterminant, aussi bien dans la version statique que dynamique du modèle. Les liens forts, plus transitifs que les liens faibles, sont à l'origine de l'existence de groupes de firmes totalement connectées, appelés cliques. Les cliques permettent de créer la connaissance commune au niveau local, juste nécessaire pour aboutir à la coordination des firmes lorsque leurs seuils d'adoption sont faibles. Si les seuils sont élevés, la connaissance commune doit s'établir au sein d'un groupe plus large ce qui s'obtient plus rapidement avec des liens faibles moins transitifs.

RÉFÉRENCES

- AUMANN R.-J. (1974): « Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies », *Journal of Mathematical Economics*, 1, 67-96.
(1976): « Agreeing to Disagree », *The Annals of Statistics*, 4, 1236-1239.
(1999a): « Interactive Epistemology I: Knowledge », *International Journal of Game Theory*, 28, 263-300.
(1999b): « Interactive Epistemology II: Probability », *International Journal of Game Theory*, 28, 301-314.
AUMANN R.-J. et A. HEIFETZ (2002): « Incomplete Information », dans ce « Handbook of Game Theory with Economic Applications », ed. par R.-J. Aumann et S. Hart, Elsevier, vol. 3, chap. 43.
CALVO-ARMENGOL A. et M.-O. JACKSON (2004): « The Effects of Social Networks on Employment and Inequality », *American Economic Review*, 94, 426-454.

- CHWE M. S.-Y. (1999): « Structure and Strategy in Collective Action », *American Journal of Sociology*, 105, 128-156.
- (2000): « Communication and Coordination in Social Networks », *Review of Economic Studies*, 67, 1-16.
- (2001): « Rational Ritual: Culture, Coordination, and Common Knowledge », Princeton University Press.
- GEANAKOPOLOS J. (1994): « Common Knowledge », dans « Handbook of Game Theory », ed. par R.-J. Aumann et S. Hart, Elsevier Science B. V., vol. 2, chap. 40, 1437-1496,
- GRANOVETTER, M. (1973): « The Strength of Weak Ties », *American Journal of Sociology*, 78, 1360-1380.
- (1995): « Getting a Job: A Study of Contacts and Careers », Chicago: University of Chicago Press.
- HALPERN J.-Y. et Y. MOSES (1990): « Knowledge and Common Knowledge in a Distributed Environment », *Journal of the ACM*, 37, 549-587.
- HARSANYI J.-C. (1967-1968): « Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players. Parts I, II, III », *Management Science*, 14, 159-182, 320-334, 486-502.
- JACKSON M.-O. (2005): « The Economics of Social Networks », dans « Proceedings of the 9th World Congress of the Econometric Society », ed. par R. Blundell, W. Newey, et T. Persson, Cambridge University Press.
- JACKSON M.-O. et A. WOLINSKY (1996). « A Strategic Model of Social and Economic Networks », *Journal of Economic Theory*, 71, 44-74.
- KATZ M.-L. et C. SHAPIRO (1994): « Systems Competition and Network Effects », *Journal of Economic Perspectives*, 8, 93-115.
- LEWIS D. (1969): « Convention, a Philosophical Study », Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- MORRIS S. (2001): « Faulty Communication: Some Variations on the Electronic Mail Game », *Advances in Theoretical Economics*, 5.
- MORRIS S. et H. S. SHIN (1997): « Approximate Common Knowledge and Co-ordination: Recent Lessons from Game Theory », *Journal of Logic, Language, and Information*, 6, 171-190.
- RUBINSTEIN A. (1989): « The Electronic Mail Game: Strategic Behavior Under « Almost Common Knowledge » », *American Economic Review*, 79, 385-391.
- SHELLING T. (1978): « Micromotives and Macrobehavior », New York: Norton.