La preuve

Pierre Livet et Henri Volken

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/ress/370>

DOI : 10.4000/ress.370

ISSN : 1663-4446

Éditeur

Librairie Droz

Édition imprimée

Date de publication : 10 décembre 2003

Pagination : 5-10

ISBN : 2-600-00913-2

ISSN : 0048-8046

Référence électronique

Pierre Livet et Henri Volken, « La preuve », *Revue européenne des sciences sociales* [En ligne], XLI-128 | 2003, mis en ligne le 11 novembre 2009, consulté le 01 mai 2019. URL : <http://journals.openedition.org/ress/370> ; DOI : 10.4000/ress.370

Pierre LIVET et Henri VOLKEN

LA PREUVE

OUVERTURE

Etymologiquement, « prouver » signifie « éprouver, mettre à l'épreuve, établir la vérité ». Nous pourrions donc suggérer une notion de preuve qui puisse être commune aux disciplines « dures », aux théoriques comme aux expérimentales : une preuve est la mise à l'épreuve, le test d'une construction (spatiale, inférentielle) supposée de prime abord correcte. Ainsi, nous pouvons « voir » sur une figure une propriété géométrique, mais même si cette vision est supposée correcte et sans erreur évidente, il faut de plus la démontrer. Nous pouvons donner une démonstration informelle d'un théorème, mais il faut de plus formaliser cette démonstration. Nous pouvons donner une démonstration formelle, mais il faut s'assurer que la procédure formelle utilisée est bien de celles qui n'introduisent pas d'incohérences.

Il est d'usage de diviser les disciplines en celles pour lesquelles il existe des procédures de preuves assurées, par exemple les mathématiques, la physique, dans une moindre mesure la biologie, et celles qui disposent seulement de témoignages recoupés et d'interprétations argumentées : toutes les sciences humaines, en fait, à commencer par l'histoire, sauf l'économie théorique et la géographie théorique. Mais les choses sont plus complexes.

Pour commencer, il est aussi d'usage d'opposer une preuve de nature *déductive* (logique) et une mise à l'épreuve de nature *inductive* (probabiliste). Dans le premier cas, la preuve est rigoureuse, basée sur une méthode déductive. Dans le second, elle est de nature stochastique, établie par des critères statistiques. Dans les sciences naturelles et la médecine, la notion de preuve est fortement tributaire des théories prédominantes (d'où un aspect social) mais aussi, de manière essentielle, des instruments de mesure et de la technologie du moment. Elle est surtout inductive et s'exprime dans le langage des théories statistiques utilisées.

Si nous appliquons cette grille aux sciences humaines, la preuve semble inductive par la nature des objets en présence, mais ceux-ci ne sont que rarement décrits dans un langage univoque. La question de la mesure et des instruments de mesure, ainsi que de la comparaison y est également plus difficile. Finalement la théorie dans laquelle s'inscrit une telle problématique de science humaine peut ne pas avoir toute la rigueur et la généralité requises pour l'établissement précis d'une preuve objective. Le contexte pourra donc influencer l'acceptation d'un argument comme preuve d'une thèse. Ce contexte d'acceptation ou de refus, en sciences humaines, est toujours en partie constitué par une discussion où s'affrontent arguments et contre-arguments.

Il y a eu des tentatives pour donner à des systèmes formels de déduction une forme que l'on retrouve dans l'argumentation des sciences humaines : dans une logique « dialogique », la preuve peut être interprétée comme une *stratégie gagnante* pour le défenseur de la thèse. Ainsi quelqu'un possède la preuve d'une thèse, s'il est capable de défendre celle-ci victorieusement dans toutes les circonstances. Mais il faut se borner à un système formel pour pouvoir donner sens à ce « toutes les circonstances ».

Pouvons nous alors encore tenter de généraliser la notion de preuve à des domaines qui ne sont pas formalisés ? Il faudra passer par la notion plus faible de *mise à l'épreuve*. Une proposition – par exemple en sociologie – qui ne semble pas à premier examen incorrecte, ni en contradiction avec les données, doit être mise à l'épreuve. En sociologie, il pourrait s'agir de vérification des conditions de l'établissement des données, de tests concernant la plausibilité du raisonnement, de la relativisation de cette proposition à un contexte historique et social plus limité, ou de confrontation avec les autres théories sociologiques.

QUESTIONS

Il nous faut donc d'abord montrer quels problèmes la preuve pose dans les domaines où elle est le mieux acclimatée : logique et mathématiques, sciences expérimentales. Ensuite il faut nous interroger sur des domaines où les preuves sont toujours incomplètes, mais la plupart du temps suffisantes pour les objectifs poursuivis : la médecine, qui a pour objectif la thérapie, et le droit, qui a pour objectif le règlement des litiges et la pénalisation des conduites jugées collectivement néfastes, pénalisation supposée nécessaire au maintien des libertés. Nous noterons qu'en général la conclusion d'une argumentation ne peut pas être « détachable » : cela veut dire aussi qu'elle ne peut pas l'emporter définitivement sur une contre-argumentation, parce que le recours à un nouveau contexte reste toujours possible. La meilleure réussite d'une argumentation ne consiste donc qu'à déplacer « la charge de la preuve » sur celui qui doit trouver ce nouveau contexte de validation. Comment le droit s'y prend-il pour à la fois faire une place importante à ce concept de « charge de la preuve » et pour mettre à un terme à cette suite de déplacements de la charge de la preuve ? En particulier, on peut se poser la question de savoir comment le droit peut introduire dans les argumentations qu'il valide le recours à des considérations contrefactuelles et largement hypothétiques, comme semble le supposer l'introduction progressive en droit du principe de précaution. Car ces hypothèses sont évidemment ouvertes à révision.

Enfin nous pourrions nous demander comment tous ces problèmes réapparaissent dans les différentes sciences humaines et sociales, et quels problèmes spécifiques s'y ajoutent. Citons quelques problèmes. L'expérimentation en sciences physiques ou biologiques tente d'isoler les facteurs, y compris en recourant d'abord à des expériences *in vitro*. Or l'isolement des facteurs dans une expérimentation sociale change évidemment le cadre même des relations sociales. Qu'est ce que « prouve » alors une expérimentation en sciences sociales (par exemple qu'est ce que prouvent les travaux d'économie expérimentale) ?

La confrontation des témoignages en histoire et en droit exige-t-elle que l'on trouve des découpages des faits qui soient un commun dénominateur? Peut-on établir des faits si on ne peut pas en confronter différentes versions?

En sociologie et ethnologie, peut-on accepter comme valides des conclusions qui se détachent de la dépendance par rapport au contexte, qui ne signalent plus ces traces – et qui sont donc directement comparables entre elles sans se soucier du contexte de leur obtention? Si non, quels critères avoir d'une interprétation probante?

Que prouve une simulation, qui n'est pas une expérimentation, mais le développement par un programme d'ordinateur des conséquences d'un ensemble de règles et de stipulations (par exemple en géographie théorique, pour simuler le développement des villes)?

– La décision politique cherche, en situation d'incertitude, à s'appuyer sur des "preuves" en suivant une pente bien connue depuis Allais, qui consiste à rechercher des repères certains plutôt qu'à faire des paris. Pour cela, les politiques veulent s'appuyer sur des experts scientifiques. Mais les scientifiques ne fournissent que des conclusions assorties de précautions qui ne sont pas oratoires, et qui pondèrent la force de ces conclusions par toutes sortes de conditions compliquées. Leurs conclusions ne sont pas détachables de ces conditions. Une preuve dans un système formel, au contraire, nous permet de «décharger» les hypothèses et de retenir la conclusion détachée (par le *Modus Ponens*). Mais c'est la clôture déductive du système formel qui nous y autorise. Dans les rapports d'experts, on ne sait pas toujours lesquelles des conditions indiquées sont satisfaites, et oublier le cortège d'incertitudes dont elle se prémunit est une opération quelque peu frauduleuse scientifiquement. Or pour décider une action, il faut pouvoir justement détacher une conclusion. Prendre une décision politique en la faisant passer pour «la conclusion d'un rapport scientifique», c'est appliquer ce détachement de la conclusion dans un domaine où il n'est pas valide. Nous concevons d'ailleurs toujours la décision politique sur le mode de la conclusion d'une preuve, comme une conclusion détachable, qui passe à l'action (sur le modèle du syllogisme pratique d'Aristote!). Faut-il nous résoudre à ce maquillage – et il le faudrait s'il était indispensable à l'action politique – ou serait-il possible et politiquement praticable de rattacher la décision politique aux incertitudes qu'elle n'a en fait pas levées? Là encore, il nous faut passer de la preuve à la mise à l'épreuve.

DÉVELOPPEMENT

Pour mieux expliciter cette notion de «mise à l'épreuve», revenons d'abord sur un double aspect des preuves formelles: leur dynamique – le processus de preuve – et leur insertion dans un contexte, qui est un réseau formel d'axiomes, de règles d'inférence et de démonstrations.

Ce qui est central pour une notion formelle de preuve, c'est la capacité d'une preuve à relier des propositions, à étendre les conclusion d'une théorie à partir de ses propositions premières, c'est son pouvoir déductif. Or les logiciens font une distinction essentielle entre une conception de la "preuve" au sens large comme *démonstration*, c'est-à-dire comme passage d'une vérité à une autre, supposant une notion sémantique de validité ou de satisfaction d'une proposition dans tous

les modèles, et une conception de la “*preuve*” au sens étroit comme transformation syntaxique, qui se réduit à la limite à une simple permutation des mêmes symboles, en suivant des règles d’inférence qui consistent à introduire ou à éliminer des connecteurs. C’est du moins ce que l’on atteint après élimination des coupures. Les coupures consistent à réduire des détours par des lemmes intermédiaires. Une fois le lemme démontré, on peut raccorder directement les axiomes dont il est parti et l’énoncé qu’il permet de conclure, et utiliser cet enchaînement raccourci dans la preuve. Or le lemme pourrait contenir des symboles différents, qui auraient alors été éliminés par la coupure, si bien qu’on ne trouverait pas dans le théorème final ces symboles, alors qu’ils ont été utiles : la formule finale ne serait plus une permutation des symboles initiaux. L’élimination des coupures évite cette disparition. Dans cette conception de la preuve, la notion de vérité n’est plus alors centrale, la preuve n’y fait aucune référence. Une déduction consiste alors à partir de simples hypothèses, sur la vérité desquelles on ne se prononce pas, à appliquer ces règles d’inférences, et, une fois parvenu par là à une conclusion, à admettre que les prémisses initiales impliquent la conclusion, ce qui permet de “décharger” l’hypothèse, en ne retenant que le lien logique entre les prémisses et la conclusion. La preuve formelle peut prendre différentes formes : déduction naturelle, dans le style de Hilbert, arbres syntaxiques, séquents de Gentzen etc. Des résultats de complétude permettent d’établir l’équivalence entre les deux concepts de *démonstration* et de *preuve* pour certaines théories.

Une fois qu’une preuve a été ramenée à des déplacements de symboles, nous pouvons nous demander ce qui se passe si on arrive des mêmes prémisses à la même conclusion par des déplacements de symboles différents. La thèse de Wittgenstein (dans les *Remarques sur les Fondements de mathématiques*) est que le sens de la conclusion diffère alors, parce qu’un sens – et il y en a un dans ces manipulations de symboles, dans la mesure où elles permettent au moins aux logiciens de se reconnaître dans une pratique commune – est un certain mode de pratique qui nous coordonne avec nos semblables, et qu’ici on a changé de pratique de déplacement des symboles. Mais il ajoute que la force de la preuve tient simplement à ce que nous “voyons” les régularités ou les symétries (en un sens large) de ces déplacements de symboles. Elle ne peut pas tenir, selon Wittgenstein, à ce que ces déplacements appliquent des principes reconnus comme valides ou comme préservant la vérité ou même la validité, puisque pour nous assurer qu’il en est bien ainsi, nous devrions recourir à des méta-démonstrations, et que ces méta-démonstrations recourent, comme les démonstrations, à des déplacements de symboles dont il nous faut voir les propriétés. Autrement dit, Wittgenstein récuse une conception idéalisée de la preuve, qui s’appuie sur les règles syntaxiques pour assurer une fiabilité absolue aux démarches déductives, et qui s’appuie sur la sémantique, les rapports entre un langage formel et ses modèles (tout aussi formels, et tels que leurs relations avec le langage formel puissent elles-mêmes s’exprimer dans un méta-langage formel) pour montrer que ces démonstrations conservent la vérité.

Qu’en est-il alors de notre notion « commune » de preuve comme test d’une inférence à première vue correcte ? Certes Wittgenstein a raison de dire que nous ne pourrions pas trouver de test qui ne présuppose une certaine « vision synoptique », vision qui n’est pas en principe en elle-même différente de celle que nous

pouvions avoir de l'inférence dans son premier état. Mais nous pouvons partir de ce qu'il ajoute ensuite : si nous changeons de structure des symboles, alors nous changeons de preuve. Or un test d'une preuve consiste justement à changer de structure des symboles, et à retrouver cependant (à « voir ») un isomorphisme entre les structures symboliques. Ainsi Girard, dans *Locus Solum*, a proposé un système qui construit une structure de recherche de preuve (partant d'une conclusion, on remonte en éliminant successivement les connecteurs, et on arrive à une preuve si on peut remonter sur toutes les branches jusqu'à des axiomes). Ici, la structure est duelle : sont construites en parallèle, se répondant l'un à l'autre à chaque étage de la preuve, une preuve de A et un ensemble d'anti-preuves de non-A. Evidemment, s'il existe une preuve de A, chaque anti-preuve de non-A va devoir manifester son échec (en l'occurrence, jouer un « Daimon », ou axiome *ad hoc*, qui atteste que l'on n'est pas parvenu à remonter jusqu'aux axiomes du système). La correspondance, la symétrie entre ces deux ensembles de constructions constitue un test, une mise à l'épreuve de la preuve de A. Wittgenstein pourrait soutenir que nous « voyons » cette symétrie, et que cette structure est faite pour cela.

Dans des domaines moins formalisés, cette approche de la preuve laisse une perspective ouverte. Une telle « symétrie » pourrait peut-être être rendue visible entre des argumentations opposées. La mise à l'épreuve des arguments serait alors un analogue de la preuve. Pour qu'une proposition soit mise à l'épreuve, il faudrait que nous puissions construire en parallèle aux objections qu'on peut lui faire, pour toute objection, une justification de la proposition qui soit en mesure de contrer l'objection.

On retrouve aussi dans les inférences des sciences sociales des limitations similaires à celle de la preuve selon Wittgenstein : par exemple tout ce que l'on peut faire pour confronter des témoignages, c'est de tenter des mises en parallèle de leurs éléments, et voir alors des symétries – ou des anti-symétries, des contradictions. Ici d'ailleurs c'est la mise en relation, la « géométrie » des témoignages, qui impose leur découpage catégoriel, ou encore leur relation à tel contexte, et non l'inverse. Notons au passage que pratiquer l'analogie consiste justement à mettre en face l'un de l'autre des éléments qui procédaient de découpages différents, et au besoin à forcer un peu la mise en correspondance, ce qui modifie le découpage.

Il vient alors à l'esprit l'idée suivante : ne pourrait-on retrouver en sciences sociales, non pas les constructions positives de la logique, à savoir les règles strictes de manipulation des symboles, mais au contraire les *obstacles à l'idée de preuve idéale* que la réflexion sur la preuve au sens syntaxique nous a révélés ? Et ne pourrait-on y trouver des analogues des « astuces » par lesquelles les logiciens contournent ces obstacles puisqu'ils savent ne pouvoir les surmonter ? Ne pourrait-on y retrouver non pas les constructions positives, mais les détours négatifs ?

Ainsi par analogie, nous pourrions peut-être retrouver des similarités entre l'opération de « coupure » et une opération de « décontextualisation ». Recourir à un contexte pour établir une conclusion, puis ne plus mentionner ce contexte et utiliser la conclusion sans cette référence, ce serait l'analogue, dans l'argumentation, de la coupure qui passe directement des axiomes à la conclusion du lemme sans plus mentionner les manipulations de symboles qui ont eu lieu dans cette

preuve du lemme. L'analogie de l'exigence d'élimination des coupures, ce serait donc l'exigence de ne pas supprimer les références aux contextes dont on a eu besoin. Ainsi le problème de l'élimination des coupures nous fait prendre conscience du fait que dans nos recours constants à un savoir contextuel quand nous voulons donner un sens à une expérience, nous en prenons souvent trop à notre aise : nous recourons au contexte quand c'est indispensable, et nous le laissons dans l'ombre quand nous voulons arriver à la conclusion de notre argumentation et de notre interprétation. Nous pratiquons donc à tout moment ce qu'on pourrait appeler la "coupure du contexte". On peut donc envisager que l'analogie de l'élimination des coupures consiste à prendre en compte et à expliciter tout recours à un contexte qui n'apparaîtrait plus dans la conclusion. Il faudrait en quelque sorte tenir compte de tous les contextes utilisés, ou bien disposer d'un savoir valide dans tous les contextes.

Mais cela semble une exigence impossible à satisfaire : de proche en proche, nous devrions exposer toutes nos connaissances théoriques et pratiques, nos routines, nos présupposés, etc. Mais on peut adopter une version plus modeste. Nous pourrions noter la trace de chaque coupure, c'est-à-dire de chaque recours à un contexte, sans avoir à développer ce contexte. Pour savoir ce que cette trace signifie, il nous faudrait alors procéder à des sortes de sondages : dans tel exemple concret, le contexte développe de telle ou telle manière à partir de sa trace. Or qu'est-ce que cette trace d'un contexte "coupé" ? C'est le changement de découpage, le changement de catégorie auquel on a procédé, ce qui se manifeste évidemment par la révision des conclusions propres à un contexte, quand on est passé à un autre contexte. Plus simplement, c'est un changement d'interprétation, c'est la naissance d'un contre-argument qui va dans un sens différent de la précédente discussion, qui exploite d'autres types de données, ce peut-être aussi la polémique avec d'autres théories, qui oriente l'interprétation des données, etc.

Cet aperçu n'a pas d'autre but que de suggérer qu'il serait très utile de tenter une mise en rapport non pas entre les réussites de la preuve en logique, et les réussites de l'argumentation en sciences sociales, mais entre les *problèmes* de la preuve en logique, en mathématique, et dans les sciences expérimentales, et les *problèmes* de la validation et de l'argumentation dans les sciences sociales.

Université d'Aix-Marseille I
Université de Lausanne