Bulletin de la Sabix

Société des amis de la Bibliothèque et de l'Histoire de
l'École polytechnique

51 | 2012

Henri Poincaré, le centenaire

Étude de M. Gaston Julia pour l'association des anciens élèves du lycée de Nancy

Gaston Julia

Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/sabix/1166>

DOI : 10.4000/sabix.1166

ISSN : 2114-2130

Éditeur

Société des amis de la bibliothèque et de l'histoire de l'École polytechnique (SABIX)

Édition imprimée

Date de publication : 15 novembre 2012

Pagination : 77-81

ISSN : 0989-30-59

Référence électronique

Gaston Julia, « Étude de M. Gaston Julia pour l'association des anciens élèves du lycée de Nancy », *Bulletin de la Sabix* [En ligne], 51 | 2012, mis en ligne le 01 novembre 2014, consulté le 08 septembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/sabix/1166> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/sabix.1166>

quanta. Dans le volume posthume *Dernières pensées*, on trouve résumées en langage ordinaire quelques-unes des remarques et des conclusions auxquelles l'avait amené l'étude de la théorie des quanta. Il avait dû d'ailleurs laisser la plupart des questions sans réponse bien nette et les progrès de la Science dans ce domaine ont depuis lors été tels que les considérations développées à cette époque n'ont plus aujourd'hui un grand intérêt. Cependant on peut noter que Henri Poincaré avait très bien vu qu'un quantum de lumière ne peut interférer qu'avec lui-même, fait essentiel qui aujourd'hui sert de base à l'interprétation statistique de la théorie quantique de la lumière et plus généralement de la Mécanique ondulatoire.

Peu de temps après avoir effectué ces recherches sur la théorie des quanta, Henri Poincaré mourait subitement au début de juillet 1912, à la suite d'une opération, à l'âge de 58 ans. Il est infiniment regrettable que ce puissant cerveau n'ait pas pu suivre le développement rapide des nouvelles théories relativistes et quantiques et appliquer à leur étude les ressources de son génie mathématique, de ses immenses connaissances et de son esprit si finement critique. Sans doute, il n'aurait pas vu sans étonnement la Physique renoncer à quelques-unes des idées qui lui étaient les plus chères, comme celle du déterminisme des phénomènes. Mais il était trop perspicace pour ne pas s'adapter rapidement à des idées nouvelles, en comprendre l'intérêt ou en discuter l'exactitude. Quels services il eût pu rendre à la jeune théorie des quanta encore si incertaine dans ses démarches, à la future Mécanique ondulatoire aux débuts si difficiles !

Qu'on me permette de terminer par un souvenir personnel. Agé en 1912 de 19 ans, je suivais avec passion le développement de la Physique nouvelle et je relisais, sans me lasser, les cours de Physique mathématique et les Ouvrages de Philosophie des Sciences de Henri Poincaré. Partant pour la campagne au début des grandes vacances, j'appris dans le train en lisant le journal la mort subite de ce grand penseur : j'eus l'impression d'une catastrophe qui décapitait brutalement la Science française au moment où la grande révolution que je sentais se préparer en Physique rendait sa présence si nécessaire. J'ai souvent pensé depuis que je ne m'étais pas trompé en ressentant si vivement la perte irréparable que la Science venait de subir.

ÉTUDE DE M. GASTON JULIA

POUR L'ASSOCIATION DES ANCIENS ÉLÈVES DU LYCÉE DE NANCY

Henri Poincaré, sa vie et son œuvre

La Lorraine célèbre aujourd'hui la naissance d'un de ses plus illustres fils. Henri Poincaré naît à Nancy le 29 avril 1854, d'une famille qui a donné à la France plusieurs hommes éminents. Son père, neurologue et professeur à la Faculté de Médecine, et son grand-père, pharmacien, ont laissé tous deux le souvenir d'esprits très distingués. La souche maternelle est, elle aussi, purement lorraine et Henri Poincaré reconnaissait en sa grand-mère maternelle un don réel pour les Mathématiques. Et l'on sait que l'oncle Antoni Poincaré, Inspecteur général des Ponts et Chaussées, eut deux fils : Raymond, Président de la République et Président du Conseil ; Lucien, physicien très connu qui fut Recteur de l'Université de Paris.

Henri Poincaré fut un enfant précoce et docile. Doué d'une vive intelligence, et devenu grand lecteur après une diphtérie grave qui l'immobilisa longtemps, il n'oubliait rien de ce qu'il lisait ou entendait, dans le cercle de savants, d'universitaires, de polytechniciens qui entourait sa famille.

Il entre en neuvième au lycée de Nancy au mois d'octobre 1862, après avoir appris le rudiment de l'Inspecteur primaire Hinzelin. Il y restera jusqu'en 1873, l'année de son admission à l'École polytechnique, et il passera régulièrement ses vacances à Arrancy chez ses grands-parents maternels. Il sera constamment un élève exceptionnel et dominant son travail. Enfant, il fait ses devoirs dans le salon où sa mère reçoit, et tantôt participe à la conversation, tantôt s'isole pour rédiger ses réflexions. D'un caractère très doux, il partage volontiers les jeux de ses camarades, mais ne réussit brillamment que dans ceux où prime l'intelligence. À 11 ans, au cours d'une excursion, il explique à ses camarades l'écho de Rambervillers. Il aime les charades, les petites saynètes, la danse. Sa vocation mathématique se dessine en quatrième et devient bientôt impérieuse, sans nuire à ses études classiques au dire de son professeur de Rhétorique. Le 5 août 1871, il est bachelier ès lettres avec mention *bien* ; en novembre 1871, il est bachelier ès sciences avec mention *assez bien*, après avoir failli échouer à l'écrit pour sa composition de Mathématiques.

En Mathématiques élémentaires, il montre ses exceptionnelles qualités en enlevant le premier prix du concours général, et il est reçu le 2^e à l'École forestière en juillet 1872.

Octobre 1872, il entre en Spéciales, chez Elliot, avec Paul Appelé et Colson : Écoutons Colson : « Dès la première leçon, le nouvel élève sortit de sa poche un faire-part d'enterrement en guise de cahier de notes. Nous crûmes à un oubli ; mais les jours suivants nous le vîmes avec stupéfaction griffonner quelques lignes sur la même feuille... Évidemment le nouvel élève n'était pas sérieux. Il fallait s'en assurer. Car, enfin, il avait eu le premier prix au Concours général. On lui délégua un vieil élève de quatrième année pour lui demander une explication sur un point qui avait paru particulièrement obscur. Poincaré la donna immédiatement, sans réfléchir une minute, et partit, en laissant son interlocuteur et les témoins dans un tel ébahissement que l'un d'eux se demanda : comment fait-il? ».

Et Appell : « Dès les premières interrogations en classe, sa supériorité apparut éclatante : il répondait aux questions en supprimant les raisonnements intermédiaires, avec une brièveté et une concision telles, que le professeur lui demandait toujours de développer ses réponses ». Et Elliot dit à son ami Liard : « J'ai dans ma classe, à Nancy, un monstre de Mathématiques, c'est Henri Poincaré ».

Après la classe, longues déambulations pour accompagner à Malzéville ses amis, Henry, Hartmann, en passant par les portes de la Craffe et de la Citadelle, puis revenir chez lui. 6, rue Lafayette toujours accompagné d'Appell. Nancy était occupée ; on vivait dans le souvenir de l'Alsace-Lorraine perdue. Au début de la guerre, Henri Poincaré, âgé de 16 ans, avait vécu l'invasion et ses horreurs, dans les ambulances d'abord, où il accompagnait son père ; plus tard au cours d'un voyage avec sa mère et sa sœur, il atteignit, Arrancy, près de Saint-Privat, après avoir traversé plusieurs villages incendiés ; il y trouva les grands parents souffrants dans la maison familiale dévastée... Jamais Henri Poincaré ne devait oublier ce voyage et l'on comprend qu'il soit devenu le patriote conscient et ardent, l'acharné travailleur qu'il fut toute sa vie. Mais, comme il allait s'instruire et ne pas oublier, il apprit d'abord tout seul l'allemand, pour pouvoir lire les nouvelles dans les seuls journaux qu'il eût à sa disposition.

Il travailla énormément pendant son année de Spéciales, lisant et méditant Joseph Bertrand, Duhamel, Chasles, Rouché. Ses aperçus synthétiques et ses solutions géométriques étaient célèbres. Sa maladresse au dessin ne l'était pas moins, et l'on connaît les anecdotes plaisantes qu'Appell nous a transmises à ce sujet.

En juillet 1873, il enlève le premier prix de mathématiques au Concours général, et voici ce que le correcteur, Rollier, déclare à son ancien professeur : « Vous avez à Nancy un élève de Mathématiques spéciales extraordinaire ; c'est moi qui ai corrigé les compositions du Concours général de Mathématiques ; eh bien ! lors même que Poincaré eût fait des fautes de calcul, qu'il n'eût point achevé sa copie, je l'aurais encore placé premier hors ligne... rien que pour la façon dont il avait posé la question ».

Au concours de l'École polytechnique, il se classe 1^{er} sans difficulté, malgré des notes lamentables en dessin et en lavis, qu'il explique en partie sa hâte de quitter la salle pour assister à l'entrée des troupes françaises à Nancy le jour de la libération.

Ses examens oraux sont restés célèbres : La salle était comble... Il parlait lentement, s'arrêtant, fermant parfois les yeux, demandant la permission d'interrompre sa démonstration pour en essayer une autre..., puis s'écriant : « non, décidément, j'en reviens à ma première démonstration, plus courte et plus élégante... ». L'examineur était émerveillé. Chez Tissot, sur une question de Géométrie élémentaire, il fournit coup sur coup trois solutions du problème et obtient le maximum.

À l'École Normale Supérieure, moins heureux, il ne fut classé que 5^e, et nous le retrouvons à l'École polytechnique en octobre 1873.

Il ne prend aucune note aux cours. Mais il écoute ; il réfléchit, et il travaille en se promenant dans les couloirs. Même aux récréations il peut s'isoler en pensée tout en déambulant bras dessus, bras dessous, avec ses camarades de Nancy. Dès sa première année, il publie dans *les Nouvelles Annales de Mathématiques* une élégante méthode géométrique d'élué de la courbure des surfaces. Il reste encore très faible au dessin et aux exercices physiques.

Et son habitude de négliger les intermédiaires lui vaut une note médiocre à l'examen de sortie de Géométrie et Stéréotomie, chez un examinateur moins perspicace que Tissot.

Sorti 2^e de l'École polytechnique, il entre à l'École des Mines en octobre 1875 ; il s'y prépare consciencieusement au métier d'ingénieur et il se classe 3^e à la sortie de l'École en mars 1879. On l'envoie à Vesoul du 1^{er} avril au 1^{er} décembre 1879. À cette date, il est détaché comme chargé de cours à la Faculté des Sciences de Caen, et, s'il continue de figurer sur les contrôles du Ministère des Travaux Publics, comme ingénieur ordinaire, puis ingénieur en chef (1893), puis inspecteur général des Mines (1910), il deviendra en fait l'universitaire et le savant légendaires dont nous allons maintenant parler.

C'est que, durant sa scolarité à l'École des Mines il a repris ses études et ses réflexions sur un plan plus élevé, il a pris conscience de sa vocation de savant.

Le résultat de ce travail, c'est sa thèse de doctoral *Sur les propriétés des fonctions définies par les équations aux différences partielles*, qu'il soutient le 1^{er} août 1879. « Ce qu'il faut admirer surtout dans ses débuts, dit Darboux, c'est la décision... l'audace avec laquelle il s'adresse aux questions les plus élevées, les plus difficiles et les plus générales. Il va droit aux problèmes les plus importants, les plus essentiels ».

Il revient à Paris comme Maître de Conférences d'Analyse en octobre 1881. Il est chargé du cours de Mécanique physique en mars 1885 puis titularisé dans la chaire de Physique mathématique et Calcul des probabilités en août 1886. Après la mort de Tisserand en novembre 1896, il prend la chaire d'Astronomie mathématique et de Mécanique céleste, qu'il occupera jusqu'à sa mort. Il devient Membre du Bureau des Longitudes le 4 janvier 1893. Répétiteur d'Analyse à l'École polytechnique de 1888 à 1897, Puis Professeur d'Astronomie générale de 1904 à 1908, il assure bénévolement le service de cette chaire pour qu'elle ne soit pas supprimée. Depuis 1902 il occupe la chaire d'Électricité théorique de l'École Supérieure des P. T. T.

Le 31 janvier 1887, il est élu Membre de la Section de Géométrie de l'Académie des Sciences, qu'il présidera en 1906. Le 5 mars 1908, il entre à l'Académie Française.

Une carrière aussi exceptionnellement brillante se justifiait par une œuvre éclatante, qui recouvre à peu près tous les domaines des Mathématiques et de leurs applications et qui semble-t-il, s'ordonne autour de la théorie des équations différentielles, et des équations aux dérivées partielles.

Aussitôt après sa thèse, aimantée par les travaux remarquables, mais incomplets, que Fuchs vient de publier sur les équations différentielles linéaires du deuxième ordre, Poincaré s'attaque à *l'intégration de toutes les équations différentielles linéaires à coefficients algébriques* ; et ce problème, d'une généralité et d'une difficulté encore insoupçonnées, il va le résoudre complètement. Il commence par une généralisation des fonctions périodiques (fonctions circulaires ou elliptiques, dont Schwarz avait donné un exemple particulier qui, probablement, relarda Félix Klein plus qu'il ne le servit dans la généralisation qu'il cherchait, lui aussi). Poincaré ignore Schwarz, mais ayant compris toute la puissance de l'idée de Fuchs, elle-même inspirée de celle d'Abel, il aborde la question *par la voie la plus générale* : il construit *a priori* les groupes discontinus les plus généraux, et en hommage à Fuchs, il les appelle groupes fuchsien ; il construit les fonctions méromorphes invariantes par les substitutions d'un tel groupe, les *fonctions fuchiennes*, et il obtient (comme dans le cas particulier des fonctions elliptiques) la clé du monde algébrique, car :

- 1° deux fonctions fuchiennes de même groupe sont liées par une relation algébrique ;
- 2° réciproquement, les coordonnées d'un point d'une courbe algébrique quelconque s'expriment par des fonctions fuchiennes d'un même paramètre ;
- 3° l'intégrale générale de l'équation différentielle linéaire à coefficients algébriques d'un ordre quelconque s'obtient par les fonctions *zétafuchiennes*.

Simultanément, il approfondit la nature et la forme des intégrales *réelles* d'une équation différentielle à coefficients *réels* ; il reconnaît l'importance fondamentale des points singuliers, qu'il classe en cols, nœuds, foyers, éventuellement en centres ; il met en valeur le rôle primordial des cycles limites et des intégrales fermées ou périodiques, qui reparaîtront dans ses recherches ultérieures de Mécanique céleste et jusque dans la technique moderne des oscillations non linéaires.

Une telle œuvre justifiait déjà l'appréciation de Camille Jordan : « elle est au-dessus des éloges ordinaires et nous rappelle invinciblement ce que Jacobi écrivait d'Abel, qu'il avait résolu des questions qu'avant lui personne n'aurait osé imaginer ».

C'est alors que le Roi Oscar II de Suède, ayant mis au concours pour 1889 une étude sur le *problème des trois corps*, H. Poincaré, bien préparé par ses propres travaux sur les équations différentielles, attaque le problème par des voies nouvelles, et Weierstrass, couronnant son Mémoire conclut : « ce Mémoire... est sans contredit un travail de haute portée... ; il est d'une telle importance que sa publication ouvrira une ère nouvelle dans l'histoire de la Mécanique céleste ; ... il comptera parmi les plus importantes productions mathématiques du siècle... ».

À partir de là, Poincaré, dont la renommée gagne le grand public, ne cesse plus de s'intéresser à la Mécanique céleste. Les nombreux cours qu'il lui consacre en Sorbonne, et dans lesquels les découvertes essentielles ne se comptent plus (telles les *équations aux variations et les invariants intégraux*), aboutissent à ses *Méthodes nouvelles de la Mécanique céleste*, puis à ses *Leçons de Mécanique céleste*, à ses *Leçons sur les figures d'équilibre d'une masse fluide*, enfin à ses *Leçons sur les hypothèses cosmogoniques*. Dans le même temps, il n'est guère de domaine mathématique ou physique que Poincaré n'ait abordé, armé comme il l'est pour tout comprendre. C'est, par exemple, toute une série de livres exposant ses cours de Physique mathématique de Sorbonne : Calcul des probabilités, Thermodynamique, Electricité, Optique, Élasticité, Théorie de la lumière, Oscillations électriques, Propagation de la chaleur. Sur demande de l'École Supérieure des P.T.T., il donne aussi plusieurs séries de cours techniques sur l'équation des télégraphistes, le récepteur téléphonique, la télégraphie sans fil.

C'est qu'il pense, avec Joseph Fourier, que « l'étude approfondie de la Nature est la source la plus féconde des découvertes mathématiques ». Et cette étude le conduit effectivement à la belle méthode dite de balayage, pour la résolution du problème de Dirichlet, puis à la démonstration de l'existence de tous les *harmoniques d'une membrane tendue*, par une méthode qui précède la célèbre méthode de Fredholm pour la résolution des équations intégrales linéaires.

C'est aussi par ses recherches sur les équations différentielles et sur les solutions périodiques, et par ses recherches algébriques, que Poincaré est conduit à ses recherches fondamentales de *Topologie*, condensées en six Mémoires sur *l'Analysis Situs* dans lesquels il se montre un des pionniers les plus puissants de cette science nouvelle, actuellement en plein essor.

Dans le temps que se construisait cette œuvre scientifique si vaste, si solide et si variée, les méditations de Poincaré le conduisaient à renouveler la philosophie scientifique par une série de travaux justement célèbres, aujourd'hui réunis dans quatre volumes que tout le monde a lus : *La Science et l'Hypothèse*, *La Valeur de la Science*, *Science et Méthode*, *Dernières Pensées*.

Ces titres indiquent bien, en gros, le contenu de ces Ouvrages, où se trouve en quelque sorte dégagée et fixée la *méthode des sciences exactes*, en particulier celle des Mathématiques, le sens et le rôle des postulats ou des axiomes de la Géométrie, l'importance du raisonnement par récurrence, ou de l'induction, la valeur et le rôle des hypothèses et des postulats en Mécanique, en Physique... Le quatrième volume, posthume, révèle aussi les préoccupations morales qui ne furent jamais absentes de la conscience du grand savant. Ces quatre volumes, plus que toute son œuvre scientifique probablement, ont rendu familier au grand public le nom d'Henri Poincaré.

Devant l'ampleur d'une telle (plus de 500 Mémoires ou Volumes) on peut se demander par quel miracle elle put être réalisée en si peu d'années. En réalité, elle résulta d'abord de l'activité véritablement incessante de l'esprit d'Henri Poincaré, de son intuition prodigieuse, de la rapidité de son assimilation et de ses conceptions, mais aussi de la régularité exceptionnelle de sa vie, que son neveu Pierre Boutroux nous a fait connaître dans une lettre à Mittag-Leffler. « Il pensait dans la rue lorsqu'il se rendait à la Sorbonne, lorsqu'il allait assister à quelque réunion scientifique, ou lorsqu'il faisait après son déjeuner une de ces grandes marches à pied dont il était coutumier. Il pensait dans son antichambre, ou dans la salle des séances de l'Institut, lorsqu'il déambulait à petits pas, la physionomie tendue, en agitant son trousseau de clefs. Il pensait à table, dans les réunions de famille,

dans les salons même, s'interrompant souvent brusquement au milieu d'une conversation, et plantant là son interlocuteur, pour suivre au passage une pensée qui lui traversait l'esprit. Tout le travail de découverte se faisait mentalement chez mon oncle, sans qu'il eût besoin, le plus souvent, de contrôler ses calculs par écrit ou de fixer ses démonstrations sur le papier. Il attendait que la vérité fondit sur lui comme le tonnerre, et il comptait sur son excellente mémoire pour la conserver ».

D'autre part « Au lieu de suivre une marche linéaire, son esprit rayonnait du centre de la question qu'il étudiait vers la périphérie. De là vient que dans l'enseignement et même dans la conversation ordinaire, il était souvent difficile à suivre et parfois semblait obscur. Qu'il exposât une théorie scientifique, ou qu'il contât une anecdote, il ne commençait presque jamais par le commencement, mais *ex abrupto* il lançait en avant le fait saillant, l'événement caractéristique, ou le personnage central, personnage qu'il n'avait point même pris le temps d'introduire et dont parfois son interlocuteur ignorait jusqu'au nom ».

« Cette tournure d'esprit explique comment la pensée d'Henri Poincaré a pu être si agile et s'appliquer à tant d'objets différents, comment, par suite, il lui a été possible de satisfaire une curiosité presque universelle ».

« Habitué à négliger les détails et à ne regarder que les cimes, il passait de l'une à l'autre avec une promptitude surprenante et les faits qu'il découvrait, se groupant d'eux-mêmes autour de leur centre, étaient instantanément et automatiquement classés dans sa mémoire ».

Une œuvre aussi puissante valut à Henri Poincaré, de son vivant, les hommages les plus flatteurs du monde scientifique tout entier. Après l'élection à l'Académie des Sciences, après le prix du Roi Oscar II, c'est la médaille d'or de la Société Royale Astronomique de Londres, la médaille Sylvester de la Société Royale elle-même, la médaille Lobatchewsky de la Société Physicomathématique de Kasan, le prix Bolyai de l'Académie Hongroise des Sciences... Une longue suite d'Académies ou d'Universités étrangères l'admettent à titre de membre étranger, ou de correspondant, ou de docteur *Honoris causa*. C'est aussi toute une série d'invitations de l'étranger à exposer ses idées et ses travaux, dans un temps où ces invitations étaient rarissimes. Henri Poincaré les acceptait d'autant mieux qu'il fut un voyageur infatigable et qu'il savait tirer de ses voyages le plus grand profit.

Une vie exemplaire, régulièrement appliquée à la méditation, détendue par les joies de l'art, au milieu d'une famille parfaitement unie, s'appliquant à faciliter le travail de son chef ; des confrères, des collègues, des élèves, fervents admirateurs d'une œuvre magnifique et d'un homme simple et bon, tout semblait promettre à Henri Poincaré une longue et heureuse vieillesse. Hélas !

Des ennuis de santé répétés ne pouvant être écartés qu'au prix d'une opération chirurgicale sévère, mais sans gravité spéciale, on la pratique avec succès le 9 juillet, et le malade était en pleine convalescence lorsqu'une embolie le terrassa le 17 juillet 1912.

« Le cerveau vivant des sciences rationnelles » dit alors Painlevé, avait cessé de vivre. Et il ajoutait : « ... Il a tout pénétré, tout approfondi. Inventeur incomparable, il ne s'est pas borné à suivre ses inspirations, à ouvrir des voies inattendues, à découvrir dans l'univers abstrait des Mathématiques mainte terre inconnue. Partout où la raison d'un homme a su se glisser, si subtils, si hérissés qu'aient été ses chemins, qu'il s'agît de télégraphie sans fil, de phénomènes radiologiques ou de la naissance de la Terre, Henri Poincaré s'est glissé près de lui pour aider et prolonger ses recherches, pour suivre le précieux filon ».

« Avec le grand mathématicien français disparaît donc le seul homme dont la pensée fût capable de faire tenir en elle toutes les autres pensées, de comprendre jusqu'au fond, et par une sorte de découverte renouvelée, tout ce que la pensée humaine peut aujourd'hui comprendre. Et c'est pourquoi cette disparition prématurée, en pleine force intellectuelle, est un désastre ». L'Académie des Sciences, en éditant ses œuvres complètes, a voulu lui élever le seul monument qui fût digne de lui. Cette édition, nous l'espérons, sera terminée pour le centenaire de la naissance de l'illustre savant. Elle attestera que Nancy et la Lorraine peuvent légitimement s'enorgueillir de le compter parmi leurs fils.